

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программа бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Алгебра и аналитическая геометрия**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

– приобретение базовых знаний по алгебре и геометрии на фоне формирования умения логически мыслить и навыков доказательства основных утверждений. .

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

– овладение применением полученных знаний для решения алгебраических и геометрических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов;

– формирование навыков решения типовых задач по дисциплине.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

– основные понятия и теоремы линейной и векторной алгебры и аналитической геометрии;

– взаимосвязи между отдельными областями линейной и векторной алгебры и аналитической геометрии.

### **Уметь:**

– решать задачи с использованием методов аналитической геометрии;

– решать задачи с использованием методов векторной алгебры;

– решать задачи с использованием методов линейной алгебры.

### **Владеть:**

– навыками преобразования матриц и определителей;

– навыками решения систем линейных уравнений;

– навыками нахождения собственных векторов и собственных значений линейных операторов.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 8 з.е. (288 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |         |    |
|---|------------------|---------|----|
|   | Всего            | Семестр |    |
|   |                  | №1      | №2 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 144              | 80      | 64 |
| В том числе:  |                  |         |    |
| Занятия лекционного типа                                  | 64               | 32      | 32 |
| Занятия семинарского типа                                 | 80               | 48      | 32 |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 144 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

| № п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание   |
|-------|--|
| 1     | Векторы на плоскости и в пространстве<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– системы координат и векторы;<br>– деление отрезка в данном отношении. |
| 2     | Скалярное произведение векторов<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– скалярное произведение векторов;  |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание   |
|----------|--|
|          | –скалярное произведение в координатах;<br>–геометрические приложения скалярного произведения.  |
| 3        | <b>Векторное и смешанное произведение векторов</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– векторное произведение векторов;<br>– смешанное произведение векторов;<br>–геометрические приложения векторного и смешанного произведения.   |
| 4        | <b>Прямая на плоскости</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– общее уравнение прямой на плоскости;<br>–каноническое и параметрические уравнения прямой на плоскости;<br>–расстояние от точки до прямой на плоскости;<br>–взаимное расположение прямых на плоскости.        |
| 5        | <b>Кривые второго порядка</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>–эллипс; каноническое уравнение;<br>–гипербола, каноническое уравнение;<br>–парабола, каноническое уравнение.   |
| 6        | <b>Классификация кривых второго порядка</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– преобразование координат на плоскости;<br>–типы кривых второго порядка;<br>–приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.   |
| 7        | <b>Плоскость в пространстве</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– общее уравнение плоскости в пространстве;<br>–нормальный вектор;<br>–взаимное расположение плоскостей в пространстве;<br>–расстояние от точки до плоскости.   |
| 8        | <b>Прямая в пространстве</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– общее уравнение прямой в пространстве;<br>–канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве;<br>– взаимное расположение прямых в пространстве;<br>–взаимное расположение прямой и плоскости. |
| 9        | <b>Поверхности второго порядка</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– общее уравнение поверхности второго порядка;<br>–классификация поверхностей второго порядка;<br>–канонические уравнения поверхностей второго порядка.  |
| 10       | <b>n-мерные векторы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>–определение n-мерного вектора;<br>–линейные операции;<br>–скалярное произведение n-мерных векторов;<br>–арифметическое n-мерное пространство;<br>–линейная зависимость векторов.                                 |
| 11       | <b>Матрицы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>–понятие матрицы;  |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание  |
|----------|---|
|          | –линейные операции;<br>–с войства линейных операций над матрицами.  |
| 12       | Умножение матриц<br>Рассматриваемые вопросы:<br>–умножение матриц и его свойства;<br>– обратная матрица;<br>– ранг матрицы.   |
| 13       | Определители<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определитель n-го порядка;<br>–свойства определителей;<br>–вычисление определителей.  |
| 14       | Системы линейных уравнений<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– понятие системы линейных уравнений;<br>– матричная запись СЛУ;<br>– решение СЛУ методом обратной матрицы;<br>– правило Крамера. |
| 15       | Общее решение СЛУ<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– элементарные преобразования СЛУ;<br>– метод Гаусса.  |
| 16       | Однородные СЛУ<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– множество решений однородной системы линейных уравнений;<br>–фундаментальный набор решений.   |
| 17       | Линейные пространства<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– понятие линейного пространства;<br>– пространство n-мерных векторов;<br>– пространство матриц;<br>– пространство многочленов.        |
| 18       | Базис и размерность линейного пространства<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– линейная зависимость векторов;<br>– базисы линейного пространства и его размерность                             |
| 19       | Линейные подпространства<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– понятие линейного подпространство;<br>– линейная оболочка данных векторов;<br>– способы задания подпространства.                  |
| 20       | Пересечение и сумма подпространств<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определения пересечения и суммы подпространств;<br>– прямая сумма подпространств.                                       |
| 21       | Линейные отображения<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– линейные отображения и линейные операторы;<br>– матрица линейного оператора.  |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание  |
|----------|---|
| 22       | <b>Ядро и образ линейного отображения</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определения ядра и образа линейного отображения;<br>– связь размерностей ядра и образа линейного оператора.  |
| 23       | <b>Собственные векторы линейного оператора</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– собственные векторы и собственные значения линейного оператора;<br>– диагоналируемость оператора;<br>– инвариантные подпространства.                    |
| 24       | <b>Жорданова нормальная форма матрицы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– понятие жордановой нормальной формы;<br>– способы отыскания жорданова базиса..   |
| 25       | <b>Евклидовы пространства</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– понятие евклидова пространства;<br>– расстояния и углы;<br>– ортогональные и ортонормированные базисы.   |
| 26       | <b>Ортогональные системы векторов</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– процесс ортогонализации Грама-Шмидта;<br>– ортогональное дополнение и ортогональная проекция вектора на подпространство  |
| 27       | <b>Ортогональные операторы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– сопряжённые и самосопряжённые линейные операторы в евклидовых пространствах;<br>– ортогональные матрицы.  |
| 28       | <b>Комплексные евклидовы пространства</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– унитарные пространства;<br>– унитарные преобразования.   |
| 29       | <b>Билинейные и квадратичные формы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– билинейные формы в евклидовом пространстве;<br>– квадратичные формы..   |
| 30       | <b>Нормальный вид квадратичной формы</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– канонический и нормальный вид квадратичной формы;<br>– приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.                                     |
| 31       | <b>Приведение квадратичной формы к главным осям</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– приведение квадратичной формы к главным осям ортогональным преобразованием;<br>– приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. |
| 32       | <b>Определенность квадратичных форм</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– положительно и отрицательно определённые квадратичные формы;<br>– критерий Сильвестра.   |

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

## Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание  |
|----------|---|
| 1        | <p><b>Системы координат и векторы. Деление отрезка в данном отношении</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык применять координаты к решению задач векторной алгебры и использовать деление отрезка в данном отношении.</p>                                    |
| 2        | <p><b>Скалярное произведение векторов</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык применять скалярное произведение к решению задач векторной алгебры.</p>  |
| 3        | <p><b>Векторное и смешанное произведения</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент демонстрирует умение применять векторное и смешанное произведения к решению задач векторной алгебры</p>  |
| 4        | <p><b>Применение векторов в геометрических задачах</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент учится применять векторные методы к вычислению длин, углов, площадей и объемов.</p>  |
| 5        | <p><b>Прямая на плоскости</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык исследовать уравнение прямой на плоскости.</p>   |
| 6        | <p><b>Взаимное расположение двух прямых на плоскости</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент учится определять взаимное расположение прямых на плоскости, находить угол между прямыми, находить расстояние от точки до прямой.</p>  |
| 7        | <p><b>Плоскость в пространстве</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык исследовать уравнение плоскости.</p>  |
| 8        | <p><b>Прямая в пространстве</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык исследовать уравнения прямой в пространстве, в частности, определять взаимное расположение двух прямых.</p>  |
| 9        | <p><b>Взаимное расположение прямых в пространстве</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент учится определять взаимное расположение двух прямых в пространстве, заданных общими или каноническими уравнениями.</p>  |
| 10       | <p><b>Эллипс, гипербола, парабола</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык исследовать уравнения эллипса, гиперболы, параболы.</p>  |
| 11       | <p><b>Приведение кривых второго порядка к каноническому виду сдвигом системы координат</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент учится приводить уравнение кривой второго порядка к каноническому виду с помощью переноса начала координат.</p>                                |
| 12       | <p><b>Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в общем случае</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент учится приводить уравнение кривой второго порядка к каноническому виду с помощью поворота системы координат и с помощью комбинации сдвига и поворота.</p> |
| 13       | <p><b>Поверхности второго порядка</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык работы с конкретными примерами поверхностей второго порядка.</p>   |
| 14       | <p><b>n-мерные векторы</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык исследования линейной зависимости n-мерных векторов.</p>  |
| 15       | <p><b>Линейная зависимость векторов</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах проверять линейную зависимость векторов.</p>  |

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание   |
|----------|--|
| 16       | <b>Матрицы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык выполнения операций над матрицами.   |
| 17       | <b>Обратная матрица.</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится различным методам нахождения обратной матрицы.   |
| 18       | <b>Ранг матрицы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится находить ранг матрицы и ранг системы векторов.  |
| 19       | <b>Определители</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах вычислять определители произвольного порядка.  |
| 20       | <b>Решение СЛУ методом обратной матрицы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать невырожденные системы $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными, используя обратную матрицу  |
| 21       | <b>Правило Крамера. Исследование СЛУ с параметрами</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах решать невырожденные системы $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными.                                       |
| 22       | <b>Метод Гаусса</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах решать произвольные СЛУ.   |
| 23       | <b>Однородные системы линейных уравнений</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить фундаментальный набор решений однородной СЛУ.  |
| 24       | <b>Исследование однородных систем линейных уравнений с параметром.</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится исследовать однородные СЛУ, зависящие от параметра.  |
| 25       | <b>Линейные пространства</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык определять, является ли данная алгебраическая структура линейным пространством над полем действительных чисел.   |
| 26       | <b>Линейная зависимость векторов</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится проверять линейную зависимость векторов.   |
| 27       | <b>Базис и размерность линейного пространства</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить базис и размерность линейного пространства и координаты вектора в данном базисе.                          |
| 28       | <b>Замена координат в линейном пространстве</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить матрицу перехода между базисами и записывать связь между старыми и новыми координатами векторов.            |
| 29       | <b>Линейные подпространства</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах определять, является ли данное подмножество линейного пространства его подпространством.   |
| 30       | <b>Линейные подпространства и системы линейных уравнений</b><br>В результате работы на практических занятиях студент демонстрирует навык нахождения подпространства двумя способами: как множества решений однородной СЛУ и как линейной оболочки данных векторов. |

| № п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание  |
|-------|---|
| 31    | <b>Пересечение и сумма подпространств</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить пересечение и сумму подпространств.  |
| 32    | <b>Линейные операторы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык определять, является ли данное отображение линейным оператором, и находить его матрицу.  |
| 33    | <b>Ядро и образ линейного оператора</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить ядро и образ линейного оператора.  |
| 34    | <b>Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.</b><br>В результате работы на практических занятиях студент учится находить собственные векторы и собственные значения линейного оператора (матрицы).  |
| 35    | <b>Инвариантные подпространства и диагонализируемость линейного оператора</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить инвариантные подпространства линейного оператора.  |
| 36    | <b>Жорданова нормальная форма линейного оператора</b><br>В результате работы на практических занятиях студент знакомится с некоторыми примерами приведения линейного оператора к жордановой форме.  |
| 37    | <b>Евклидовы пространства</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить в евклидовом пространстве скалярное произведение, длины, расстояния, а также применять метод ортогонализации Грама-Шмидта.   |
| 38    | <b>Ортогональная проекция и ортогональное дополнение</b><br>В результате работы на практических занятиях студент получает навык на конкретных примерах находить в евклидовом пространстве ортогональную проекцию, ортогональное дополнение, расстояние от вектора до подпространства, угол между вектором и подпространством. |
| 39    | <b>Билинейные и квадратичные формы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент знакомится с конкретными примерами квадратичных форм и методом Лагранжа приведения квадратичной формы к нормальному виду.  |
| 40    | <b>Знакоопределенные квадратичные формы</b><br>В результате работы на практических занятиях студент знакомится с конкретными примерами приведения квадратичной формы к главным осям ортогональным преобразованием и учится применять критерий Сильвестра для проверки знакоопределенности квадратичной формы.                 |

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| № п/п | Вид самостоятельной работы                            |
|-------|---|
| 1     | Изучение лекционного материала                        |
| 2     | Подготовка к практическим занятиям                    |
| 3     | Изучение учебной литературы из приведенных источников |
| 4     | Подготовка к промежуточной аттестации.                |
| 5     | Подготовка к текущему контролю.                       |

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| № п/п | Библиографическое описание  | Место доступа  |
|-------|---|--|
| 1     | Антонова, Е. В. Математика для самостоятельного изучения : учебно-методическое пособие / Е. В. Антонова, Е. Б. Арутюнян. — Москва : РУТ (МИИТ), 2021 — Часть 2 : Векторная алгебра и аналитическая геометрия — 2021. — 108 с. | <a href="https://e.lanbook.com/book/269417">https://e.lanbook.com/book/269417</a><br>(дата обращения: 01.05.2024). |
| 2     | Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник ; Под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1051-4     | <a href="https://e.lanbook.com/book/187823">https://e.lanbook.com/book/187823</a><br>(дата обращения: 01.05.2024). |
| 3     | Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 17-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9921-2                                    | <a href="https://e.lanbook.com/book/397331">https://e.lanbook.com/book/397331</a><br>(дата обращения: 01.05.2024). |
| 4     | Арутюнян, Е. Б. Математика для самостоятельного изучения : учебно-методическое пособие / Е. Б. Арутюнян. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019 — Часть 1 — 2019. — 98 с.  | <a href="https://e.lanbook.com/book/175660">https://e.lanbook.com/book/175660</a><br>(дата обращения: 01.05.2024). |
| 5     | Иванова, А. П. Аналитическая геометрия : учебное пособие / А. П. Иванова, Е. В. Родина. — Москва : РУТ (МИИТ), 2020 — Часть 1 — 2020. — 56 с.   | <a href="https://e.lanbook.com/book/176002">https://e.lanbook.com/book/176002</a><br>(дата обращения: 01.05.2024). |

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 1, 2 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова