

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониним В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Вариационное исчисление

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 1343395

Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов классического вариационного исчисления для поиска решений в оптимальных задачах.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование у обучающегося компетенций в области применения методов вариационного исчисления для проектной и научно-исследовательской деятельности;
- обучение студента применению основных понятий и задач классического вариационного исчисления;

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные теоремы и формулы вариационного исчисления.

Уметь:

- анализировать условия задач, возникающих в вариационном исчислении, и применять соответствующий метод для их решения, включая системный подход.

Владеть:

- навыками решения типовых задач, возникающих в вариационном исчислении.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 з.е. (72 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	32	32
В том числе:		
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа	16	16

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 40 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Экстремум функции нескольких переменных (ФНП) Рассматриваемые вопросы: - безусловный экстремум ФНП; - условный экстремум ФНП. Множители Лагранжа; - задачи с неравенствами.
2	Дифференцирование в нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: - дифференцируемый функционал, производная по Гато, Фреше и Лагранжу в нормированных пространствах; - основные свойства производной по Фреше; - вариация по Лагранжу и ее основные свойства.
3	Простейшая задача вариационного исчисления Рассматриваемые вопросы:

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- сильный и слабый минимум; - уравнение Эйлера-Лагранжа и его первые интегралы; - задача о наименьшей поверхности вращения; - задача о брахистохроне.
4	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче Рассматриваемые вопросы: - вторая вариация функционала - условие и усиленное условие Лежандра - уравнение Якоби и его анализ - условие и усиленное условие Якоби - проверка экстремалей на экстремальность в классических задачах
5	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления Рассматриваемые вопросы: - задача Больца и условия трансверсальности; - основная задача вариационного исчисления для функций многих переменных; - уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными.
6	Достаточные условия слабого минимума в обобщениях простейшей задачи вариационного исчисления. Рассматриваемые вопросы: - достаточные и необходимые условия слабого минимума в задаче Больца - условия экстремума второго порядка в задачах со старшими производными
7	Задачи с подвижными границами Рассматриваемые вопросы: - постановка простейшей задачи со свободными границами, условия трансверсальности и стационарности - задача Лагранжа на множестве функций со свободными границами.
8	Изопериметрические задачи Рассматриваемые вопросы: - алгоритм решения изопериметрических задач. Метод множителей Лагранжа; - задача Дидоны о кривой, окружающей наибольшую площадь; - задача о форме кривой, провисающей под действием силы тяжести.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Экстремум функции нескольких переменных В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык поиска условного и безусловного экстремумов ФНП; проверки достаточного условия экстремума.
2	Дифференцирование в нормированных пространствах В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык вычисления производных функционалов и поиска точки недифференцируемости (на примерах).
3	Простейшая задача вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык решения основных задач вариационного исчисления с помощью уравнения Эйлера-Лагранжа; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом; нахождения первых интегралов основной задачи.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
4	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент получает навыки проверки экстремали простейшей задачи вариационного исчисления на слабый минимум, записи и анализа условий Лежандра и Якоби.
5	Обобщения основной задачи вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык выписывания условия трансверсальности и решения задачи Больца; решения системы уравнений Эйлера-Лагранжа в основной задаче для функций нескольких переменных; решения уравнения Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.
6	Достаточные условия слабого минимума в обобщениях простейшей задачи вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент получает навыки проверки экстремали задач Больца и задач со старшими производными на слабый минимум.
7	Задачи с подвижными границами В результате работы на практических занятиях студент получает навыки решения простейшей задачи со свободными границами, проверки условий трансверсальности и стационарности, решения задачи Лагранжа на множестве функций со свободными границами.
8	Изопериметрические задачи В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык решения заданных изопериметрических задач; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведенных источников
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Линейные нормированные и банаховы пространства. Теорема Хана-Банаха.
2. Линейные нормированные и банаховы пространства. Теоремы о разделении.
3. Инвариантность уравнения Эйлера относительно замены переменной.
4. Каноническая форма уравнений Эйлера.
5. Нахождение экстремалей функционала через уравнение Гамильтона-Якоби.

6. Вариационные принципы механики. Принцип наименьшего действия в простейшей задаче.

7. Достаточные условия сильного минимума. Функция Вейерштраса.

8. Нахождение ломаных экстремалей. Условия Вейерштраса-Эрдмана.

9. Вариационные методы нахождения собственных значений.

10. Вариационные методы нахождения собственных функций.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гюнтер Н.М. Курс вариационного исчисления. Учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань; — 320 с. -2022. — ISBN 978-5-8114-0893-1	https://reader.lanbook.com/book/210236 (дата обращения: 24.06.2025)
2	Беспалов, М. С. Решение задач по методам оптимизации и вариационному исчислению: практикум : учебное пособие / М. С. Беспалов. — Владимир : ВлГУ, 2023. — 104 с. — ISBN 978-5-9984-1550-0.	https://e.lanbook.com/book/434276 (дата обращения: 24.06.2025)
3	Юрина, Т. А. Оптимальное управление : учебное пособие / Т. А. Юрина. — Омск : СибАДИ, 2020. — 70 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/163739 (дата обращения: 24.06.2025)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащённые компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 6 семестре.

Курсовая работа в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры «Цифровые
технологии управления
транспортными процессами»

М.К. Турцынский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова