МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Вариационное исчисление

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение – в продолжение фундаментального курса анализа (или параллельно ему) – основ теории дифференцируемых функционалов в линейных нормированных пространствах, и затем – изучение основных фактов и выводов классического вариационного исчисления;

- изучение необходимых связей этой науки с численными методами, механикой и другими разделами математики;

- обзор (на новом уровне) основных фундаментальных фактов классического математического анализа и курса алгебры в связи с изучением более глубоких обобщений этих фактов с целью усиления знаний роли основных фактов анализа и алгебры в общей структуре математического образования;

- подготовка к изучению специальных курсов, использующих методы вариационного исчисления.

Задачами дисциплины являются:

- формирование у обучающегося компетенций в области применения методов вариационного исчисления для проектной и научно-исследовательской деятельности;

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении методов вариационного исчисления.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные теоремы и формулы вариационного исчисления.

Уметь:

- анализировать условия задач, возникающих в вариационном исчислении, и применять соответствующий метод для их решения, включая системный подход.

Владеть:

- навыками решения типовых задач, возникающих в вариационном исчислении.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 з.е. (72 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	32	32
В том числе:		
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа	16	16

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 40 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Экстремум функции нескольких переменных (ФНП) Рассматриваемые вопросы: - безусловный экстремум ФНП; - условный экстремум ФНП. Множители Лагранжа; - задачи с неравенствами.
2	Дифференцирование в нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: - дифференцируемый функционал, производная по Гато, Фреше и Лагранжу в нормированных пространствах; - основные свойства производной по Фреше; - вариация по Лагранжу и ее основные свойства.
3	Основная задача вариационного исчисления Рассматриваемые вопросы: - сильный и слабый минимум; - уравнение Эйлера-Лагранжа и его первые интегралы; - задача о наименьшей поверхности вращения; - задача о брахистохроне.
4	Обобщения основной задачи вариационного исчисления Рассматриваемые вопросы: - задача Больца и условия трансверсальности; - основная задача вариационного исчисления для функций многих переменных; - уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными.
5	Изопериметрические задачи Рассматриваемые вопросы: - алгоритм решения изопериметрических задач. Метод множителей Лагранжа; - задача Дидоны о кривой, окружающей наибольшую площадь; - задача о форме кривой, провисающей под действием силы тяжести.
6	Достаточные условия сильного и слабого минимума в задачах вариационного исчисления Рассматриваемые вопросы: - понятие сопряжённой точки. Условия Лежандра и Якоби; - функция Вейерштрасса. Поле экстремалей. Условие Вейерштрасса на сильный минимум.
7	Постановка задач оптимального управления Рассматриваемые вопросы: - уравнения динамического объекта; - критерии оптимальности: интегральные, терминальные, локальные; - ограничения на переменные состояния, на управления, совместные ограничения; - граничные условия, классификация задач ОУ; - основное отличие задач ОУ от классических задач вариационного исчисления.
8	Методика решения задач ОУ с помощью принципа максимума Рассматриваемые вопросы: - примеры двухточечной задачи с фиксированным и незакреплённым временем, задачи со свободным правым концом, с интегральным ограничением, со смешанными граничными условиями.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Экстремум функции нескольких переменных В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык поиска условного и безусловного экстремумов ФНП; проверки достаточного условия экстремума.
2	Дифференцирование в нормированных пространствах В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык вычисления производных функционалов и поиска точки недифференцируемости (на примерах).
3	Основная задача вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык решения основных задач вариационного исчисления с помощью уравнения Эйлера-Лагранжа; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом; нахождения первых интегралов основной задачи.
4	Обобщения основной задачи вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык выписывания условия трансверсальности и решения задачи Больца; решения системы уравнений Эйлера-Лагранжа в основной задаче для функций нескольких переменных; решения уравненя Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.
5	Изопериметрические задачи В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык решения заданных изопериметрических задач; проверки, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.
6	Достаточные условия сильного и слабого минимума в задачах вариационного исчисления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык поиска сопряжённой точки для конкретной задачи; проверки условия Лежандра и Якоби для слабого минимума, Вейерштрасса - для сильного.
7	Постановка и решение задачи оптимального быстродействия в форме синтеза В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык анализа соотношений принципа максимума; графическое построение линий переключения; построение фазового протеза оптимальной системы.
8	Решение задачи оптимального быстродействия в форме программного управления В результате работы на практических занятиях студент приобретает навык вывода уравнений непрерывности и их численное решение; расчёта программного оптимального управления и построения изохрон и оценка области управляемости.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Каноническая форма уравнений Эйлера.

2. Нахождение экстремалей функционала через уравнение Гамильтона-Якоби.

3. Принцип наименьшего действия в простейшей задаче.

4. Вариационные методы нахождения собственных значений.

5. Вариационные методы нахождения собственных функций.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гюнтер Н.М. Курс вариационного исчисления. Учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань; — 320 с. — ISBN 978-5-8114-0893-1 , 2022	https://e.lanbook.com/book/210236 (дата обращения: 26.05.2023). - Текст: электронный.
2	Романко В.К., Агаханов Н.Х., Власов В.В., Коваленко Л.И. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению. Учебное пособие, Москва : Лаборатория знаний; — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8., 2020	https://e.lanbook.com/book/135528 (дата обращения: 26.05.2023). - Текст: электронный.
3	Алексеев В. М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.. Оптимальное управление : учебно-методическое пособие — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 384 с. — ISBN 5-9221-0589-2.	https://e.lanbook.com/book/48177 (дата обращения: 26.05.2023). - Текст: электронный.
4	Алексеев В. М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие— 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3.	https://e.lanbook.com/book/2097 (дата обращения: 26.05.2023). - Текст: электронный.

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http:/library.miit.ru).

Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/).

Электронно-библиотечная система ibooks.ru (http://ibooks.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).
Операционная система Microsoft Windows.
Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащённые компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 6 семестре.
Курсовая работа в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры «Цифровые технологии управления транспортными процессами» М.К. Турцынский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической комиссии Н.А.Клычева