МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИУЦТ

С.П. Вакуленко

В.Е. Нутович

06 октября 2020 г.

Кафедра «Цифровые технологии управления транспортными

процессами»

Зверкина Галина Александровна, к.ф.-м.н., доцент Автор

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение в стохастический анализ

01.03.02 – Прикладная математика и Направление подготовки:

информатика

Профиль: Математические модели в экономике и технике

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2020

Одобрено на заседании

Учебно-методической комиссии института Протокол № 3

05 октября 2020 г.

Председатель учебно-методической

комиссии Karry

Н.А. Клычева

Одобрено на заседании кафедры

Протокол № 2 02 октября 2020 г.

Заведующий кафедрой

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)

Подписал: Заведующий кафедрой Нутович Вероника

Евгеньевна

Дата: 02.10.2020

ID подписи: 5665

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Введение в стохастический анализ» является фундаментальная подготовка в области теории случайных процессов. Задача освоения данной дисциплины - овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Основной целью изучения учебной дисциплины «Введение в стохастический анализ» является формирование у обучающегося компетенций в области стохастического анализа, необходимых при решении различных задач, возникающих в экономике, финансах, промышленности.

Компетенции предполагают:

- ознакомление студентов с основными понятиями и критериями стохастического анализа;
- знание постановки классических задач стохастического анализа;
- знание понятия случайного вектора;
- знание основных понятий теории случайных процессов;
- приложение методов стохастического анализа к прикладным задачам экономики, техники, финансов.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Учебная дисциплина "Введение в стохастический анализ" относится к блоку 1 "Дисциплины (модули)" и входит в его вариативную часть.

2.1. Наименования предшествующих дисциплин

Для изучения данной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

2.1.1. Дифференциальные уравнения:

Знания: обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных

Умения: применять методы математического анализа и моделирования

Навыки: владения методами математического описания физических явлений и процессов

2.1.2. Математический анализ:

Знания: интегральное и дифференциальное исчисление

Умения: применение методов математического анализа

Навыки: интегрирование и дифференцирование и их приложения

2.1.3. Теория вероятностей:

Знания: основных понятий и методов теории вероятностей, математической статистики, дискретной математики, основ математического моделирования

Умения: применять методы теории вероятностей, математической статистики и имитационного моделирования случайных величин

Навыки: владения методами оценок вероятностей статистических гипотез и применения формулы Байеса

2.2. Наименование последующих дисциплин

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины студент должен:

№ п/п	Код и название компетенции	Ожидаемые результаты
1	ПКС-1 Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе	ПКС-1.1 В достаточном объёме владеет понятиями и фактами из области математических, а также других естественно-научных дисциплин. ПКС-1.2 Умеет формулировать постановку задачи и излагать ее.
2	ПКС-2 Уметь разрабатывать методики выполнения аналитических работ; планировать, организовывать и контролировать аналитические работы в информационно-технологическом проекте	ПКС-2.2 Способен формализовать поставленную задачу, построить ее математическую модель. ПКС-2.4 Умеет анализировать полученные результаты, сравнивать их с прогнозом и формулировать выводы.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ И АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСАХ

4.1. Общая трудоемкость дисциплины составляет:

4 зачетных единиц (144 ак. ч.).

4.2. Распределение объема учебной дисциплины на контактную работу с преподавателем и самостоятельную работу обучающихся

	Количеств	о часов
Вид учебной работы	Всего по учебному плану	Семестр 8
Контактная работа	48	48,15
Аудиторные занятия (всего):	48	48
В том числе:		
лекции (Л)	24	24
практические (ПЗ) и семинарские (С)	24	24
Самостоятельная работа (всего)	42	42
Экзамен (при наличии)	54	54
ОБЩАЯ трудоемкость дисциплины, часы:	144	144
ОБЩАЯ трудоемкость дисциплины, зач.ед.:	4.0	4.0
Текущий контроль успеваемости (количество и вид текущего контроля)	ПК1	ПК1
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	ЭК	ЭК

4.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

					чебной де числе инт				Формы текущего
№ п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Л	JIP	ПЗ/ТП	KCP	CP	Всего	контроля успеваемости и промежу-точной аттестации
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	Раздел 1	6		11		6	23	
		Основные представления							
		о случайном процессе							
2	8	Тема 1.1	2		4		2	8	
		Случайная величина,							
		распределение и							
		математическое							
		ожидание. Условное							
		математическое							
		ожидание и его свойства.							
		Преобразования							
		случайных величин.							
		Вероятностное описание							
		случайного процесса.							
		Определение случайного							
		процесса. Понятие							
		статистического							
	_	ансамбля.					_	_	
3	8	Тема 1.2	2		4		2	8	
		Многомерные плотности							
		вероятности. Основные свойства							
		многомерных плотностей							
		вероятности. Условные							
		плотности вероятности,							
		их свойства и связь с							
		многомерными							
		безусловными							
		плотностями							
		вероятности. Плотность							
		вероятности							
		квазидетерминированных случайных процессов							
4	8	Тема 1.3	2	1	3		2	7	
-		Свойства	_					, ,	
		корреляционных							
		функций							
		нестационарных и							
		стационарных случайных							
		процессов.							
		Среднее значение и							
		корреляционная функция							
		производной и							
		интегрального							
		преобразования от случайного процесса.							
		Спектральное							
		представление							
		случайного процесса.							
		Спектральная плотность							
	1			1	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	1

						еятельнос терактивн			Формы текущего
<u>№</u> п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Л	ЛР	ПЗ/ГП	KCP	CD D	Всего	контроля успеваемости и промежу-точной аттестации
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		энергии, функция корреляции первого рода и их свойства. Спектральная плотность мощности. Соотношение между спектральной плотностью мощности и корреляционной функцией для стационарных случайных процессов. Спектральная плотность мощности нестационарных случайных процессов. Функция корреляции второго рода. Ширина спектра случайного процесса, ее связь со временем корреляции. Случайные процессы типа «белый шум».							
5	8	Раздел 2 Марковский случайный	5		5		12	22	
6	8	процесс Тема 2.1 Понятие вероятности переходов. Однородный и стационарный марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Взаимоотношения между условной плотностью вероятности и вероятностью переходов.	1		2		4	7	
7	8	Тема 2.2 Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова. Дискретная марковская цепь. Переходные вероятности. Уравнение Колмогорова— Чепмена. Однородность марковской цепи. Применение производящих функций для исследования МЦ. Нахождение	2		1		2	5	

			Формы						
No	стр	Тема (раздел) учебной		В ТОМ	числе инт	ерактивн	ой форме		текущего контроля
п/п	Семестр	дисциплины			EI			0	успеваемости и промежу-
			ц	ЛР	ПЗ/ТП	KCP	G	Всего	точной аттестации
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		вероятностей переходов с помощью производящих функций). Классификация состояний марковской цепи. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам вероятностей перехода. Блочная структура матрицы переходных вероятностей в случае разложимой марковской цепи, в случае неразложимой периодической марковской цепи. Асимптотическое поведение марковской цепи. Классификация состояний по асимптотическим свойствам переходных вероятностей. Эргодичность марковской цепи, предельное распределение.	4	3	0		8	9	
8	8	Тема 2.3 Условия эргодичности марковской цепи. Оценивание скорости сходимости к предельному распределению. О средних временах переходов между состояниями. Стационарные цепи Маркова. Оптимальные стратегии в марковских цепях. Правила принятия решений. Случайные блуждания. Задача о разорении. Ожидаемая продолжительность игры.	2		2		6	10	ПК1, устный опрос
9	8	Раздел 3 Стохастические дифференциальные уравнения	13		8		24	45	
10	8	Тема 3.1 Особенности	2		1		6	9	
	<u> </u>	приращения марковского				1			

					чебной де числе инт				Формы текущего
№ п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Л	all.	ПЗ/ТП	KCP	CD	Всего	контроля успеваемости и промежу- точной аттестации
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		процесса. Распределение суммы и разности случайных процессов. Плотность вероятности приращения. Плотность вероятности приращения. Статистическая независимость локальных приращений марковского процесса. Непрерывные марковские процессы. Пример: процесс диффузии как предел дискретного случайного блуждания.							
11	8	Тема 3.2 Обобщенное уравнение Маркова. Обратное уравнение Колмогорова. Уравнение Колмогорова—Фоккера— Планка. Кинетические коэффициенты марковского процесса в первом приближении. Значение высших кинетических коэффициентов. Примеры кинетических коэффициентов ряда марковских процессов. Общий вид дифференциального уравнения для марковского процесса. Пример дифференциальных уравнений марковских процессов.	3		1		4	8	
12	8	Тема 3.3 Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства: совместное распределение приращений, свойства мартингальности и марковости. Распределение максимума броуновского движения.	2		2		4	8	

			x/	Формы текущего					
№ п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Л	E TOM	числе инт ПД/ЕП	КСР	С.	Bcero	контроля успеваемости и промежу- точной аттестации
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Геометрическое броуновское движение. Броуновский мост.							
13	8	Тема 3.4 Двусвязные и многосвязные марковские процессы. Многомерный марковский процесс. Марковские совокупности процессов. Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса.	2		2		4	8	
14	8	Тема 3.5 Многомерное уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова. Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	4		2		6	12	
15	8	Экзамен						54	ЭК
16		Всего:	24		24		42	144	

4.4. Лабораторные работы / практические занятия

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

Практические занятия предусмотрены в объеме 24 ак. ч.

№ п/п	№ семестра	Тема (раздел) учебной дисциплины	Наименование занятий	Всего ча- сов/ из них часов в интерак- тивной форме
1	2	3	4	5
1	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема: Случайная величина, распределение и математическое ожидание.	Условное математическое ожидание и его свойства. Преобразования случайных величин. Вероятностное описание случайного процесса. Определение случайного процесса.	4
2	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема: Многомерные плотности вероятности.	Многомерные плотности вероятности. Основные свойства. Условные плотности вероятности. Плотность вероятности квазидетерминированных случайных процессов	4
3	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема: Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов.	Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов. Среднее значение и корреляционная функция производной и интегрального преобразования от случайного процесса. Спектральное представление случайного процесса. Спектральная плотность энергии, функция корреляции первого рода и их свойства. Спектральная плотность мощности. Случайные процессы типа «белый шум».	3
4	8	РАЗДЕЛ 2 Марковский случайный процесс Тема: Понятие вероятности переходов.	Однородный и стационарный марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмена.	2
5	8	РАЗДЕЛ 2 Марковский случайный процесс Тема: Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы,	Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова. Нахождение вероятностей переходов с помощью производящих функций). Классификация состояний марковской цепи. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам вероятностей перехода. Эргодичность марковской цепи, предельное распределение.	1
6	8	РАЗДЕЛ 2	Непрерывные марковские процессы. Пример: процесс диффузии как предел дискретного случайного блуждания.	2

8 РАЗДЕЛ З Стохастические диференциальные уравнения тема: Обобщенное уравнения тема: Стохастические дифференциальные уравнения тема: Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. 8	№ п/п	№ семестра	Тема (раздел) учебной дисциплины	Наименование занятий	Всего ча- сов/ из них часов в интерак- тивной форме
Тема: Особенности приращения марковского процесса. В РАЗДЕЛ З Стохастические диференциальные уравнения Тема: Обобщеное уравнения Маркова. В РАЗДЕЛ З Стохастические диференциальные уравнения Тема: Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. В РАЗДЕЛ З Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. В РАЗДЕЛ З Стохастические диференциальные уравнения Тема: Стохастические диференциальные марковские процессы. Многомерного марковского процесса. В РАЗДЕЛ З Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случай процессы Пороцессы Пороцессы Пороцессы. Пуассоновский случайный процессы и размножения. Ветвящиеся процессы. Процессы. Пороцессы.	1	2	3	4	5
8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Обобщенное уравнения Тема: Обобщенное уравнения Маркова. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Двусвязные и многосвязные марковские процессы. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 8 РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	7	8	Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Особенности приращения	Распределение суммы и разности случайных	1
Отохастические дифференциальные уравнения Тема: Стохастические интегралы. 8 РАЗДЕЛ 3 Многомерный марковский процесс. Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 10 уравнения Тема: Двусвязные и многосвязные марковские процессы. 8 РАЗДЕЛ 3 Многомерного марковского процесса. 8 РАЗДЕЛ 3 Отохастические дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 9 Многомернов формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	8	8	РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Обобщенное	марковских процессов. Общий вид дифференциального уравнения для марковского процесса. Пример дифференциальных уравнений	1
Стохастические дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 10 Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. 8 РАЗДЕЛ 3 Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	9	8	Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Стохастические	Ито. Броуновское движение, определение и	2
Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Многомерное Процессы. Пуассоновский случайный процессы как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	10	8	Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Двусвязные и многосвязные	Дифференциальные уравнения двумерного и	2
уравнение Фоккера- Планка- Колмогорова. ВСЕГО:	11	8	Стохастические дифференциальные уравнения Тема: Многомерное уравнение Фоккера-	процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	24/0

4.5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

- 1. Моменты остановки; сигма-алгебры событий, предшествующих и строго предшествующих моменту остановки.
- 2. Марковское свойство.
- 3. Строго марковское свойство.
- 4. Согласованные, измеримые и прогрессивно измеримые случайные процессы.
- 5. Локальные мартингалы.
- 6. Пространство локальных квадратично интегрируемых мартингалов.
- 7. Квадратическая вариация локального мартингала.
- 8. Неравенства для локальных мартингалов.
- 9. Стохастический интеграл от ступенчатого процесса по квадратично интегрируемому мартингалу и его свойства.
- 10. Семимартингалы.
- 11. Случайные меры и их компенсаторы.
- 12. Мартингальные меры.
- 13. Формула Ито.

- 14. Лемма Гронуолла–Беллмана.
- 15. Теорема существования и единственности сильного решения стохастического дифференциального уравнения.
- 16. Слабая сходимость и относительная компактность семейств случайных процессов с непрерывными траекториями и семейств случайных процессов с непрерывными справа и имеющими пределы слева траекториями.
- 17. Теорема существования слабого решения стохастического дифференциального уравнения.
- 18. Стохастическое дифференциальное уравнение Ито по стандартному винеровскому процессу.
- 19. Диффузионные процессы как решения стохастических дифференциальных уравнений Ито.
- 20. Моделирование решения СДУ.
- 21. Теорема существования решения СДУ.
- 22. Винеровский процесс и локазательство его существования.
- 23. Конструкция винеровского процесса.
- 24. Стохастическая экспонента и её приложения.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Преподавание дисциплины «Введение в стохастический анализ» осуществляется в форме лекций и практических занятий.

Лекции проводятся в традиционной классно-урочной организационной форме, по типу управления познавательной деятельностью и на 50 % являются традиционными классически-лекционными (объяснительно-иллюстративные), и на 50 % с использованием интерактивных (диалоговых) технологий.

Практические занятия организованы с использованием технологий развивающего обучения. Часть практического курса выполняется в виде традиционных практических занятий (объяснительно-иллюстративное решение задач). Остальная часть практического курса проводится с использованием интерактивных (диалоговые) технологий, в том числе разбор и анализ конкретных ситуаций, электронный практикум (решение проблемных поставленных задач с помощью современной вычислительной техники и исследование моделей.

Самостоятельная работа студента организованна с использованием традиционных видов работы и интерактивных технологий. К традиционным видам работы относятся отработка лекционного материала и отработка отдельных тем по учебным пособиям. К интерактивным (диалоговым) технологиям относится отработка отдельных тем и подготовка к промежуточным контролям в интерактивном режиме, интерактивные консультации в режиме реального времени по специальным разделам и технологиям, основанным на коллективных способах самостоятельной работы студентов. Оценка полученных знаний, умений и навыков основана на модульно-рейтинговой технологии. Весь курс разбит на 4 раздела, представляющих собой логически завершенный объём учебной информации. Фонды оценочных средств освоенных компетенций включают как вопросы теоретического характера для оценки знаний, так и задания прак-тического содержания (решение ситуационных задач, анализ конкретных ситуаций, работа с данными) для оценки умений и навыков. Теоретические знания проверяются путём применения таких организационных форм, как индивидуальные и групповые опросы, контрольные и курсовые работы.

Проведение занятий по дисциплине возможно с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, реализуемые с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников.

В процессе проведения занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий применяются современные образовательные технологии, такие как (при необходимости):

- использование современных средств коммуникации;
- электронная форма обмена материалами;
- дистанционная форма групповых и индивидуальных консультаций;
- использование компьютерных технологий и программных продуктов, необходимых для сбора и систематизации информации, проведения требуемых программой расчетов и т.д.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	№ семестра	Тема (раздел) учебной дисциплины	Вид самостоятельной работы студента. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы	Всего часов
1	2	3	4	5
1	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема 1: Случайная величина, распределение и математическое ожидание.	Условное математическое ожидание и его свойства. Преобразования случайных величин. Вероятностное описание случайного процесса. Определение случайного процесса.	2
2	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема 2: Многомерные плотности вероятности.	Многомерные плотности вероятности. Основные свойства. Условные плотности вероятности. Плотность вероятности квазидетерминированных случайных процессов	2
3	8	РАЗДЕЛ 1 Основные представления о случайном процессе Тема 3: Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов.	Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов. Среднее значение и корреляционная функция производной и интегрального преобразования от случайного процесса. Спектральное представление случайного процесса. Спектральная плотность энергии, функция корреляции первого рода и их свойства. Спектральная плотность мощности. Случайные процессы типа «белый шум».	2
4	8	РАЗДЕЛ 2 Марковский случайный процесс Тема 1: Понятие вероятности переходов.	Однородный и стационарный марковские процессы. Уравнение Колмогорова- Чепмена.	4
5	8	РАЗДЕЛ 2 Марковский случайный процесс Тема 2: Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские процессы, искретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова.	Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова. Нахождение вероятностей переходов с помощью производящих функций). Классификация состояний марковской цепи. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам вероятностей перехода. Эргодичность марковской цепи, предельное распределение.	2
6	8	РАЗДЕЛ 2 Марковский случайный процесс	Непрерывные марковские процессы. Пример: процесс диффузии как предел дискретного случайного блуждания.	6

		Тема 3: Условия эргодичности марковской цепи.		
7	8	РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема 1: Особенности приращения марковского процесса.	Особенности приращения марковского процесса. Распределение суммы и разности случайных процессов. Плотность вероятности приращения.	6
8	8	РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема 2: Обобщенное уравнение Маркова.	Примеры кинетических коэффициентов ряда марковских процессов. Общий вид дифференциального уравнения для марковского процесса. Пример дифференциальных уравнений марковских процессов.	4
9	8	РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема 3: Стохастические интегралы.	Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства.	4
10	8	РАЗДЕЛ З Стохастические дифференциальные уравнения Тема 4: Двусвязные и многосвязные марковские процессы.	Многомерный марковский процесс. Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса.	4
11	8	РАЗДЕЛ 3 Стохастические дифференциальные уравнения Тема 5: Многомерное уравнение Фоккера- Планка- Колмогорова.	Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.	6
		<u> </u>	ВСЕГО:	42

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Основная литература

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год и место издания Место доступа	Используется при изучении разделов, номера страниц
1	Математические методы и модели в экономике	Балдин К.В.,Башлыков В.Н., Рокосуев А.В.	M.: Флинта, 2012 http://biblioclub.ru/	Все разделы
2	Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы	Маталыцкий М.А., Хацкевич Г.А.	Минск: Высшая школа, 2012 http://biblioclub.ru/	Все разделы
3	Теория случайных процессов	Булиницкий А.В., Ширяев А.Н.	М: Физматлит, 2003 НТБ МИИТ	Все разделы

7.2. Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год и место издания Место доступа	Используется при изучении разделов, номера страниц
4	Основы стохастической	Ширяев А.Н.	М: Фазис, 2004	Все разделы
	финансовой математики		НТБ МИИТ	
5	Стохастические	Оксендаль Б.	М: Мир, 2003	Все разделы
	дифференциальные		НТБ МИИТ	•
	уравнения. Введение в			
	теорию и приложения.			
6	Курс теории случайных	Вентцель А.Д.	М: Наука, 2005	Все разделы
	процессов, 2-е изд.		НТБ МИИТ	•

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

- 1. http://library.miit.ru/ электронно-библиотечная система Научно-технической библиотеки МИИТ.
- 2 http://elibrary.ru/ научно-электронная библиотека.
- 3. Поисковые системы: Yandex, Google, Mail.

9. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Для проведения практических занятий необходимы компьютеры с рабочими местами в компьютерном классе. Компьютеры должны быть обеспечены стандартными лицензионными программными продуктами и обязательно программным продуктом Microsoft Office не ниже Microsoft Office 2007 (2013).

При организации обучения по дисциплине с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий необходим доступ каждого студента к информационным ресурсам — библиотечному фонду Университета, сетевым ресурсам и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

В случае проведении занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий может понадобиться наличие следующего программного обеспечения (или их аналогов): ОС Windows, Microsoft Office, Интернет-браузер, Microsoft Teams и т.д.

В образовательном процессе, при проведении занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, могут применяться следующие средства коммуникаций: ЭИОС РУТ(МИИТ), Microsoft Teams, электронная почта, скайп, Zoom, WhatsApp и т.п.

10. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Для проведения аудиторных занятий и самостоятельной работы требуется:

- 1. Рабочее место преподавателя с персональным компьютером, подключённым к сетям INTERNET.
- 2. Компьютерный класс. Рабочие места студентов в компьютерном классе, подключённые к сетям INTERNET.
- 3. Для проведения практических занятий: компьютерный класс.

В случае проведения занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий необходимо наличие компьютерной техники, для организации коллективных и индивидуальных форм общения педагогических работников со студентами, посредством используемых средств коммуникации. Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Обучающимся необходимо помнить, что качество полученного образования в не-малой степени зависит от активной роли самого обучающегося в учебном процессе. Обучающийся должен быть нацелен на максимальное усвоение подаваемого лектором материала, после лекции и во время специально организуемых индивидуальных встреч он может задать лектору интересующие его вопросы.

Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения и должны давать систематизированные основы знаний по дисциплине, раскрывать состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрировать внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность и способствовать формированию творческого мышления.

Главная задача лекционного курса — сформировать у обучающихся системное представление об изучаемом предмете, обеспечить усвоение будущими специалистами основополагающего учебного материала, принципов и закономерностей развития соответствующей научно-практической области, а также методов применения полученных знаний, умений и навыков.

Основные функции лекций: 1. Познавательно-обучающая; 2. Развивающая; 3. Ориентирующе-направляющая; 4. Активизирующая; 5. Воспитательная; 6. Организующая; 7. информационная.

Выполнение практических заданий служит важным связующим звеном между теоретическим освоением данной дисциплины и применением ее положений на практике. Они способствуют развитию самостоятельности обучающихся, более активному освоению учебного материала, являются важной предпосылкой формирования профессиональных качеств будущих специалистов.

Проведение практических занятий не сводится только к органическому дополнению лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся. Их вместе с тем следует рассматривать как важное средство проверки усвоения обучающимися тех или иных положений, даваемых на лекции, а также рекомендуемой для изучения литературы; как форма текущего контроля за отношением обучающихся к учебе, за уровнем их знаний, а следовательно, и как один из важных каналов для своевременного подтягивания отстающих обучающихся.

При подготовке специалиста важны не только серьезная теоретическая подготовка, знание основ предмета, но и умение ориентироваться в разнообразных практических си-туациях, ежедневно возникающих в его деятельности. Этому способствует форма обучения в виде практических занятий. Задачи практических занятий: закрепление и углубление знаний, полученных на лекциях и приобретенных в процессе самостоятельной работы с учебной литературой, формирование у обучающихся умений и навыков работы с исход-ными данными, научной литературой и специальными документами. Практическому за-нятию должно предшествовать ознакомление с лекцией на соответствующую тему и литературой, указанной в плане этих занятий.

Самостоятельная работа может быть успешной при определенных условиях, кото-рые необходимо организовать. Ее правильная организация, включающая технологии от-бора целей, содержания, конструирования заданий и организацию контроля, систематич-ность самостоятельных учебных занятий, целесообразное планирование рабочего времени позволяет привить студентам умения и навыки в овладении, изучении, усвоении и систематизации приобретаемых знаний в процессе обучения, привить навыки повышения профессионального уровня в течение всей трудовой деятельности.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что- то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения учебной дисци-плины, рассмотрены через соответствующие знания, умения и владения. Для проверки уровня освоения дисциплины предлагаются вопросы к экзамену и тестовые материалы, где каждый вариант содержит задания, разработанные в рамках основных тем учебной дисциплины и включающие терминологические задания.

Фонд оценочных средств являются составной частью учебно-методического обес-печения процедуры оценки качества освоения образовательной программы и обеспечива-ет повышение качества образовательного процесса и входит, как приложение, в состав рабочей программы дисциплины.

Основные методические указания для обучающихся по дисциплине указаны в раз-деле основная и дополнительная литература.