

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программы бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Введение в стохастический анализ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математические модели в экономике и технике

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 5665
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна
Дата: 10.06.2021

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины «Введение в стохастический анализ» являются:

- фундаментальная подготовка в области теории случайных процессов;
- формирование у обучающегося компетенций в области стохастического анализа, необходимых при решении различных задач, возникающих в экономике, финансах, промышленности.

Задачей освоения данной дисциплины является:

- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-3 - Уметь разрабатывать методики выполнения аналитических работ; планировать, организовывать и контролировать аналитические работы в информационно-технологическом проекте;

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

постановки классических задач стохастического анализа; основные понятия теории случайных процессов

Уметь:

разрабатывать методики выполнения задач стохастического анализа и применять их в информационно-технологическом проекте.

Владеть:

методиками стохастического анализа.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №8
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	48	48
В том числе:		
Занятия лекционного типа	24	24
Занятия семинарского типа	24	24

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 60 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p>Основные представления о случайном процессе</p> <p>Тема 1.1 Случайная величина, распределение и математическое ожидание. Условное математическое ожидание и его свойства. Преобразования случайных величин. Вероятностное описание случайного процесса. Определение случайного процесса. Понятие статистического ансамбля.</p> <p>Тема 1.2 Многомерные плотности вероятности. Основные свойства многомерных плотностей вероятности. Условные плотности вероятности, их свойства и связь с многомерными безусловными плотностями вероятности. Плотность вероятности квазидетерминированных случайных процессов.</p> <p>Тема 1.3 Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов. Среднее значение и корреляционная функция производной и интегрального преобразования от</p>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	случайного процесса. Спектральное представление случайного процесса. Спектральная плотность энергии, функция корреляции первого рода и их свойства. Спектральная плотность мощности. Соотношение между спектральной плотностью мощности и корреляционной функцией для стационарных случайных процессов. Спектральная плотность мощности нестационарных случайных процессов. Функция корреляции второго рода. Ширина спектра случайного процесса, ее связь со временем корреляции. Случайные процессы типа «белый шум».
2	<p>Марковский случайный процесс</p> <p>Тема 2.1 Понятие вероятности переходов. Однородный и стационарный марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Взаимоотношения между условной плотностью вероятности и вероятностью переходов.</p> <p>Тема 2.2 Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова. Дискретная марковская цепь. Переходные вероятности. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Однородность марковской цепи. Применение производящих функций для исследования МЦ. Нахождение вероятностей переходов с помощью производящих функций). Классификация состояний марковской цепи. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам вероятностей перехода. Блочная структура матрицы переходных вероятностей в случае разложимой марковской цепи, в случае неразложимой периодической марковской цепи. Асимптотическое поведение марковской цепи. Классификация состояний по асимптотическим свойствам переходных вероятностей. Эргодичность марковской цепи, предельное распределение.</p> <p>Тема 2.3 Условия эргодичности марковской цепи. Оценивание скорости сходимости к предельному распределению. О средних временах переходов между состояниями. Стационарные цепи Маркова. Оптимальные стратегии в марковских цепях. Правила принятия решений. Случайные блуждания. Задача о разорении. Ожидаемая продолжительность игры.</p>
3	<p>Стохастические дифференциальные уравнения</p> <p>Тема 3.1 Особенности приращения марковского процесса. Распределение суммы и разности случайных процессов. Плотность вероятности приращения. Плотность вероятности локального приращения. Статистическая независимость локальных приращений марковского процесса. Непрерывные марковские процессы. Пример: процесс диффузии как предел дискретного случайного блуждания.</p> <p>Тема 3.2 Обобщенное уравнение Маркова. Обратное уравнение Колмогорова. Уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка. Кинетические коэффициенты марковского процесса в первом приближении. Значение высших кинетических коэффициентов. Примеры кинетических коэффициентов ряда марковских процессов. Общий вид дифференциального уравнения для марковского процесса. Пример дифференциальных уравнений марковских процессов.</p> <p>Тема 3.3 Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства: совместное распределение приращений, свойства мартингальности и марковости. Распределение максимума броуновского движения. Геометрическое броуновское движение. Броуновский мост.</p> <p>Тема 3.4 Двусвязные и многосвязные марковские процессы. Многомерный марковский процесс. Марковские совокупности процессов. Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса.</p> <p>Тема 3.5</p>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	Многомерное уравнение Фоккера-Планка- Колмогорова. Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Условное математическое ожидание и его свойства. Преобразования случайных величин. Вероятностное описание случайного процесса. Определение случайного процесса. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о математическом ожидании и его свойствах, преобразовании случайных величин и случайного процесса.
2	Многомерные плотности вероятности. Основные свойства. Условные плотности вероятности. Плотность вероятности квазидетерминированных случайных процессов В результате работы на практическом занятии студент получает представление о разных плотностях вероятности и их свойствах.
3	Свойства корреляционных функций нестационарных и стационарных случайных процессов. Среднее значение и корреляционная функция производной и интегрального преобразования от случайного процесса. Спектральное представление случайного процесса. Спектральная плотность энергии, функция корреляции первого рода и их свойства. Спектральная плотность мощности. Случайные процессы типа «белый шум». В результате работы на практическом занятии студент получает представление о случайных процессах и их свойствах.
4	Однородный и стационарный марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмена. В результате работы на практическом занятии студент получает представление об однородном и стационарном марковских процессах; получает навык применения уравнения Колмогорова-Чепмена.
5	Классификация марковских процессов: непрерывно-значные марковские процессы, дискретные марковские процессы, марковские последовательности, цепи Маркова. Нахождение вероятностей переходов с помощью производящих функций). Классификация состояний марковской цепи. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам вероятностей перехода. Эргодичность марковской цепи, предельное распределение. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о цепи Маркова и о марковских процессах, их классификации и состояний.
6	Непрерывные марковские процессы. Пример: процесс диффузии как предел дискретного случайного блуждания. В результате работы на практическом занятии студент изучает непрерывные марковские процессы на примере процесса диффузии как предела дискретного случайного блуждания.
7	Особенности приращения марковского процесса. Распределение суммы и разности случайных процессов. Плотность вероятности приращения. В результате работы на практическом занятии студент знакомится с особенностями приращения марковского процесса и изучает плотность вероятности приращения.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
8	Примеры кинетических коэффициентов ряда марковских процессов. Общий вид дифференциального уравнения для марковского процесса. Пример дифференциальных уравнений марковских процессов. В результате работы на практическом занятии студент знакомится с общим видом дифференциального уравнения для марковского процесса и примерами кинетических коэффициентов.
9	Стохастические интегралы. Мартингалы. Лемма Ито. Броуновское движение, определение и свойства. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о стохастических интегралах, мартингалах, Лемма Ито, знакомится с о свойствами Броуновского движения.,
10	Многомерный марковский процесс. Дифференциальные уравнения двумерного и многомерного марковского процесса. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о многомерном марковском процессе и его свойствах.
11	Многомерная формула Ито. Точечные случайные процессы. Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви. Процессы гибели и размножения. Ветвящиеся процессы. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о точечных случайных процессах, изучает Пуассоновский случайный процесс как частный случай процесса Леви, а также процессы гибели и размножения и ветвящиеся процессы.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рокосуев Математические методы и модели в экономике. Учебное пособие. Москва : ФЛИНТА, 2012. —	http://biblioclub.ru/

	328 с. — ISBN 978-5-9765-0313-7.	
2	М.А. Матальцкий, Г.А. Хацкевич Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы. Учебное пособие. Минск : Вышэйшая школа, 2012. — 720 с. — ISBN 978-985-06-2105-4.	http://biblioclub.ru/
3	А.В. Булиницкий, А.Н. Ширяев Теория случайных процессов. Учебник. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005, - 402 с., - ISBN 5-9221-0335-0	https://mipt2.ru/wp-content/uploads/2023/05/a.-v.-bulinskij-a.-n.-shiryayev-teoriya-sluchajnyh-proцессов.pdf
1	Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики : В 2 т. Т. 1 : Факты, модели Электронное издание М. : МЦНМО, 2016. 440 с. ISBN 978-5-4439-2391-5	http://lib.y-su.am/open_books/417539_1.pdf
2	Б. Оксендаль Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. Учебник. Москва : Мир : АСТ, 2003, - 406 с., - ISBN	https://djvu.online/file/S0wDMApKVVAiOI?ysclid=m3efe2lakq833223426

	5030034773	
3	А.Д. Вентцель Курс теории случайных процессов. Учебное пособие. Москва : Наука : Изд. фирма "Физ.-мат. лит.", 1996, - 398 с., - ISBN 5-02-013948-3 Однотомное издание	НТБ (фб.)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

<http://library.miit.ru/> - электронно-библиотечная система Научно-технической библиотеки МИИТ

<http://elibrary.ru/> - научно-электронная библиотека

Поисковые системы: Yandex, Google, Mail.

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Интегрированный пакет Microsoft Office.

Средства видеоконференцсвязи Microsoft Teams, Zoom

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 8 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

Г.А. Зверкина

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А.Клычева