

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Динамические системы и модели в экологии**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- овладение базовыми понятиями динамических систем и моделей экологии;
- формирование и развитие навыков решения профессиональных задач на основе методов динамических систем.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- знакомство студентов с основными задачами и моделями экологии и методами их решения;
- формирование и развитие компетенций в сфере использования методов математической биологии для решения профессиональных задач.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные понятия и теоретические положения, используемые для разработки динамических математических моделей экологии;
- основные методы математической биологии и экологии.

### **Уметь:**

- разрабатывать, адаптировать и анализировать формальные модели динамических систем и процессов;
- интерпретировать модели динамических систем в терминах практических задач экологии.

### **Владеть:**

- навыками обработки, анализа и синтеза информации на основе методов математической экологии;
- навыками формального описания и интерпретации результатов решения практических задач в области экологии.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |            |
|-----------------------------------------------------------|------------------|------------|
|                                                           | Всего            | Семестр №6 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 64               | 64         |
| В том числе:                                              |                  |            |
| Занятия лекционного типа                                  | 32               | 32         |
| Занятия семинарского типа                                 | 32               | 32         |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

## 4. Содержание дисциплины (модуля).

### 4.1. Занятия лекционного типа.

| № п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Дискретные динамические системы<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- одномерные дискретные динамические системы;<br>- графическая процедура построения решения;<br>- условия устойчивости неподвижных точек;<br>- бифуркации положений равновесия;<br>- возникновение циклов, теорема Шарковского; |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- показатели Ляпунова;</li> <li>- многомерные системы с дискретным временем.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 2        | <b>Многомерные системы с дискретным временем</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- линейные многомерные дискретные системы;</li> <li>- системы, содержащие запаздывание;</li> <li>- условия устойчивости.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 3        | <b>Непрерывные динамические системы</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- автономные динамические системы и их свойства;</li> <li>- теорема о выпрямлении векторного поля;</li> <li>- теорема о скорости изменения фазового объёма;</li> <li>- свойства первых интегралов системы;</li> <li>- Гамильтоновы системы и их свойства;</li> <li>- фазовые портреты движения одномерной частицы под действием потенциальных сил;</li> <li>- устойчивость по А.М. Ляпунову;</li> <li>- теоремы Ляпунова об устойчивости;</li> <li>- теорема Пуанкаре-Ляпунова об устойчивости по первому приближению;</li> <li>- свойства предельных множеств;</li> <li>- теорема Бендиксона-Дюлака;</li> <li>- теорема Бендиксона-Пуанкаре и её следствия;</li> <li>- теорема Андронова-Хопфа о возникновении предельного цикла.</li> </ul> |
| 4        | <b>Гамильтоновы системы. Теория устойчивости</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Гамильтоновы системы и их свойства;</li> <li>- фазовые портреты движения одномерной частицы под действием потенциальных сил;</li> <li>- устойчивость по А.М. Ляпунову;</li> <li>- теоремы Ляпунова об устойчивости;</li> <li>- теорема Пуанкаре-Ляпунова об устойчивости по первому приближению.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 5        | <b>Предельное поведение автономных динамических систем</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- свойства предельных множеств;</li> <li>- теорема Бендиксона-Дюлака;</li> <li>- теорема Бендиксона-Пуанкаре и её следствия;</li> <li>- отображение Пуанкаре;</li> <li>- индексы Пуанкаре для систем в <math>R^2</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 6        | <b>Бифуркация Андронова-Хопфа</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорема Андронова-Хопфа о возникновении предельного цикла.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 7        | <b>Модели биологии и экологии</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>- модель «Хищник-Жертва» Лотка-Вольтерра;</li> <li>- модель «Хищник-Жертва» с учетом внутривидовой конкуренции;</li> <li>- анализ модели взаимодействия двух конкурирующих видов;</li> <li>- принцип исключения Гаузе;</li> <li>- модель взаимодействия загрязнений с окружающей средой;</li> <li>- модель очистки сточных вод.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 8        | <b>Математические модели распространения эпидемий</b><br>Рассматриваемые вопросы:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | -SIR модель распространения эпидемии;<br>-SIRS модель с повторной инфекцией;<br>- модели вирусных инфекций. |

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | <b>Дискретные динамические системы</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения графической процедуры построения решения; исследования устойчивости неподвижных точек; изучения характера бифуркации положений равновесия; отыскания циклических последовательностей и построения бифуркационных диаграмм конкретных систем. |
| 2        | <b>Многомерные дискретные системы</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык отыскания циклических последовательностей; построения бифуркационных диаграмм конкретных систем.                                                                                                                                                          |
| 3        | <b>Показатели Ляпунова</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык вычисления показателей Ляпунова для одномерных и многомерных дискретных динамических систем.                                                                                                                                                                         |
| 4        | <b>Исследование устойчивости динамических систем</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования автономных динамических систем и их свойств; исследования устойчивости положений равновесия; построения фазовых и параметрических портретов.                                                                                  |
| 5        | <b>Исследование предельного поведения динамических систем</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык изучения предельного поведения динамических систем; исследования условий возникновения предельного цикла.                                                                                                                         |
| 6        | <b>Модели биологии</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык - детального математического анализа различных моделей вида «Хищник-Жертва» Лотка-Вольтерра, моделей динамики развития эпидемий, математических моделей взаимодействия загрязнений с окружающей средой.                                                                  |
| 7        | <b>Модели экологии</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования математических моделей взаимодействия загрязнений с окружающей средой.                                                                                                                                                                                      |
| 8        | <b>Модели эпидемий</b><br>В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования моделей динамики развития эпидемий.                                                                                                                                                                                                                         |

## 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| №<br>п/п | Вид самостоятельной работы                            |
|----------|-------------------------------------------------------|
| 1        | Изучение учебной литературы из приведенных источников |
| 2        | Подготовка к практическим занятиям                    |
| 3        | Подготовка к промежуточной аттестации.                |
| 4        | Подготовка к текущему контролю.                       |

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| №<br>п/п | Библиографическое описание                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Место доступа                                                                                                   |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Братусь, А. С. Динамические системы и модели биологии / А. С. Братусь, А. С. Новожилов, А. П. Платонов. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 400 с. — ISBN 978-5-9221-1192-8.                                                                                                                                        | <a href="https://znanium.ru/read?id=38119">https://znanium.ru/read?id=38119</a><br>(дата обращения: 25.06.2025) |
| 2        | Ризниченко, Г. Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 181 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07037-8.                             | <a href="https://urait.ru/bcode/537454">https://urait.ru/bcode/537454</a><br>(дата обращения: 19.04.2024).      |
| 3        | Ризниченко, Г. Ю. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов в 2 ч. Часть 1 : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 210 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07872-5. | <a href="https://urait.ru/bcode/537453">https://urait.ru/bcode/537453</a><br>(дата обращения: 19.04.2024).      |
| 4        | Ризниченко, Г. Ю. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 185 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07874-9. | <a href="https://urait.ru/bcode/538019">https://urait.ru/bcode/538019</a><br>(дата обращения: 19.04.2024).      |
| 5        | Ризниченко, Г. Ю. Динамика популяций : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 46 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15543-3.                                                                                                                           | <a href="https://urait.ru/bcode/544670">https://urait.ru/bcode/544670</a><br>(дата обращения: 19.04.2024).      |

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);

- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Братусь

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова