

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Динамические системы и модели естествознания

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович
Дата: 18.06.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- овладение базовыми понятиями динамических систем
- овладение базовыми понятиями моделей естествознания;
- формирование и развитие навыков решения профессиональных задач на основе методов динамических систем.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- знакомство студентов с основными задачами и моделями естествознания и методами их решения;
- формирование и развитие компетенций в сфере использования методов математической биологии для решения профессиональных задач;
- формирование умения строить теоретические и прикладные модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные понятия и теоретические положения, используемые для разработки динамических математических моделей естествознания;
- основные методы математической биологии и естествознания.

Уметь:

- разрабатывать, адаптировать и анализировать формальные модели динамических систем и процессов;
- интерпретировать модели динамических систем в терминах практических задач естествознания.

Владеть:

- навыками обработки, анализа и синтеза информации на основе методов математической экологии;
- навыками формального описания и интерпретации результатов решения практических задач в области экологии.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №7
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Введение в динамические системы. Основные понятия. Рассматриваемые вопросы: - определение динамической системы, фазового пространства и фазового потока; - классификация динамических систем: системы с дискретным и непрерывным временем; - примеры динамических систем из естествознания (экология, биология, физика).

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
2	Одномерные дискретные динамические системы. Рассматриваемые вопросы: - определение одномерной дискретной системы $x_{k+1} = f(x_k)$. Неподвижные точки и их устойчивость; - графическая процедура построения решения (паутинная диаграмма); - условия устойчивости неподвижных точек через производную отображения.
3	Бифуркации в одномерных дискретных системах. Теорема Шарковского. Рассматриваемые вопросы: - бифуркации положений равновесия: бифуркация «вилка» и удвоения периода; - возникновение циклов в одномерных отображениях; - теорема Шарковского об упорядочении периодов и её следствия.
4	Многомерные дискретные системы. Рассматриваемые вопросы: - линейные многомерные дискретные системы $x_{k+1} = A \cdot x_k$; - системы, содержащие запаздывание: модели с дискретным временем и памятью; - условия устойчивости многомерных дискретных систем (спектральный критерий).
5	Показатели Ляпунова для дискретных систем. Рассматриваемые вопросы: - определение показателей Ляпунова как характеристик чувствительности к начальным условиям; - вычисление показателей Ляпунова для одномерных дискретных отображений; - вычисление спектра показателей Ляпунова для многомерных систем и их интерпретация.
6	Непрерывные динамические системы. Автономные системы. Рассматриваемые вопросы: - определение автономной системы $x' = f(x)$ и её свойства (инвариантность относительно сдвига по времени); - теорема о выпрямлении векторного поля в окрестности неособой точки; - теорема о скорости изменения фазового объёма (формула Лиувилля).
7	Первые интегралы динамических систем. Рассматриваемые вопросы: - определение первого интеграла системы дифференциальных уравнений; - свойства первых интегралов: сохранение вдоль траекторий и понижение порядка системы; - примеры первых интегралов в механике (энергия, импульс, момент импульса).
8	Гамильтоновы системы и их свойства. Рассматриваемые вопросы: - определение гамильтоновой системы: уравнения Гамильтона и функция Гамильтона; - основные свойства: сохранение энергии, симплектичность фазового потока и теорема Лиувилля о сохранении фазового объёма; - фазовые портреты движения одномерной частицы под действием потенциальных сил.
9	Устойчивость по Ляпунову. Основные определения и теоремы. Рассматриваемые вопросы: - определения устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости по Ляпунову; - первый метод Ляпунова: теорема об устойчивости по первому приближению (теорема Пуанкаре – Ляпунова); - второй метод Ляпунова: функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и неустойчивости.
10	Предельные множества автономных систем. Рассматриваемые вопросы:

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- определение ?- и ?-предельных множеств траектории; - свойства предельных множеств: замкнутость, инвариантность и связность; - предельные циклы как примеры предельных множеств в двумерных системах.
11	Качественное исследование двумерных автономных систем. Критерии отсутствия замкнутых траекторий. Рассматриваемые вопросы: - теорема Бендиксона – Дюлака: достаточное условие отсутствия замкнутых траекторий; - индекс Пуанкаре для замкнутой кривой и его применение к классификации особых точек; - теорема Бендиксона – Пуанкаре о существовании предельного цикла и её следствия.
12	Бифуркация Андронова – Хопфа. Рассматриваемые вопросы: - постановка задачи о рождении предельного цикла из положения равновесия; - теорема Андронова – Хопфа: условия возникновения автоколебаний при потере устойчивости; - мягкое и жёсткое возникновение предельного цикла; примеры.
13	Модель Лотки – Вольтерра «Хищник-Жертва». Рассматриваемые вопросы: - построение базовой модели Лотки – Вольтерра и её свойства (сохранение интеграла); - анализ особых точек системы и устойчивость ненулевого положения равновесия; - модификации модели: учёт внутривидовой конкуренции и логистического роста жертвы.
14	Модели взаимодействия популяций. Принцип Гаузе. Рассматриваемые вопросы: - математическая модель конкуренции двух видов (система Лотки – Вольтерра с конкуренцией); - анализ фазового портрета: сосуществование, исключение одного вида, бистабильность; - принцип исключения Гаузе (конкурентное исключение) и его математическое обоснование.
15	Модели распространения эпидемий. SIR-модель. Рассматриваемые вопросы: - построение SIR-модели: три класса (восприимчивые, инфицированные, выздоровевшие); - анализ системы: пороговая величина (базовое репродуктивное число R_0), стационарные состояния; - обобщения модели: SIRS-модель с повторной инфекцией и модели вирусных инфекций.
16	Модели взаимодействия загрязнений с окружающей средой и очистки сточных вод. Рассматриваемые вопросы: - математические модели динамики загрязнений в водоёмах и атмосфере; - модели очистки сточных вод: кинетика биохимического потребления кислорода; - анализ устойчивости стационарных состояний и оценка эффективности очистных процессов.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Введение в динамические системы. Графические методы исследования. В результате работы на практическом занятии студент получает навык построения фазовых портретов простейших одномерных динамических систем, интерпретации траекторий на фазовой плоскости и определения типов положений равновесия по виду векторного поля.
2	Одномерные дискретные динамические системы. Графическая процедура построения решения. В результате работы на практическом занятии студент получает навык применения графической

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	процедуры построения решения (паутинной диаграммы) для одномерных отображений, определения типа неподвижных точек по значению производной и исследования устойчивости положений равновесия.
3	Исследование бифуркаций в одномерных дискретных системах. В результате работы на практическом занятии студент получает навык нахождения бифуркационных значений параметра, построения бифуркационных диаграмм для логистического отображения и других одномерных систем, а также определения типа бифуркации (бифуркация «вилка», удвоение периода).
4	Циклы в дискретных системах. Теорема Шарковского. В результате работы на практическом занятии студент получает навык отыскания циклических последовательностей в одномерных отображениях, построения бифуркационных диаграмм с циклами различных периодов и проверки условий теоремы Шарковского на конкретных примерах.
5	Многомерные дискретные системы. Линейные системы и системы с запаздыванием. В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования устойчивости многомерных дискретных систем с помощью спектрального критерия, построения решений линейных систем и анализа систем, содержащих запаздывание, на конкретных примерах из экологии.
6	Показатели Ляпунова для дискретных систем. В результате работы на практическом занятии студент получает навык вычисления показателей Ляпунова для одномерных и многомерных дискретных динамических систем, интерпретации полученных значений для определения характера динамики (устойчивость, хаос) и сравнения показателей для различных отображений.
7	Автономные непрерывные системы. Фазовые портреты. В результате работы на практическом занятии студент получает навык построения фазовых портретов автономных систем второго порядка, нахождения положений равновесия и их классификации (узел, седло, фокус, центр), а также применения теоремы о выпрямлении векторного поля.
8	Первые интегралы и понижение порядка систем. В результате работы на практическом занятии студент получает навык нахождения первых интегралов для конкретных систем дифференциальных уравнений, использования их для понижения порядка системы и построения фазовых траекторий на основе сохранения первых интегралов.
9	Гамильтоновы системы. Фазовые портреты одномерной частицы. В результате работы на практическом занятии студент получает навык записи уравнений Гамильтона по заданной функции Гамильтона, построения фазовых портретов движения одномерной частицы под действием потенциальных сил и анализа типов движения (финитное, инфинитное) по виду потенциальной энергии.
10	Исследование устойчивости непрерывных систем. Первый метод Ляпунова. В результате работы на практическом занятии студент получает навык линеаризации нелинейной системы в окрестности положения равновесия, исследования устойчивости по собственным значениям матрицы линеаризованной системы и применения теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
11	Исследование устойчивости непрерывных систем. Второй метод Ляпунова. В результате работы на практическом занятии студент получает навык построения функций Ляпунова для конкретных систем, вычисления их производной в силу системы и применения теорем Ляпунова для доказательства устойчивости или асимптотической устойчивости положений равновесия.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
12	Предельные множества и предельные циклы. В результате работы на практическом занятии студент получает навык нахождения ω -предельных множеств траекторий, исследования условий существования предельных циклов с помощью теоремы Пуанкаре и построения фазовых портретов с предельными циклами.
13	Теорема Бендиксона – Дюлака и индекс Пуанкаре. В результате работы на практическом занятии студент получает навык применения теоремы Бендиксона – Дюлака для доказательства отсутствия замкнутых траекторий, вычисления индекса Пуанкаре для особых точек и использования индекса для классификации точек покоя.
14	Бифуркация Андронова – Хопфа. В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования условий возникновения предельного цикла при потере устойчивости положения равновесия, применения теоремы Андронова – Хопфа к конкретным системам и анализа мягкого или жёсткого рождения автоколебаний.
15	Модели биологии и экологии; Лотка – Вольтерра и конкуренция. В результате работы на практическом занятии студент получает навык детального математического анализа модели «Хищник-Жертва» Лотки – Вольтерра, исследования модели с учётом внутривидовой конкуренции, анализа модели взаимодействия двух конкурирующих видов и проверки принципа исключения Гаузе.
16	Модели эпидемий и загрязнений окружающей среды. В результате работы на практическом занятии студент получает навык исследования SIR- и SIRS-моделей распространения эпидемий, вычисления базового репродуктивного числа R_0 , а также анализа математических моделей взаимодействия загрязнений с окружающей средой и моделей очистки сточных вод.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведенных источников
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Выполнение курсового проекта.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

Исследование устойчивости и качественный анализ математических моделей взаимодействия биологических видов.

Математическое моделирование и прогнозирование динамики развития эпидемий в изолированных популяциях.

Моделирование хаотического поведения в динамических системах на примере упрощенных моделей атмосферной циркуляции.

Качественный анализ нелинейных динамических моделей кинетики химических и биохимических реакций.

Исследование колебательных процессов в биологических системах с помощью моделей сердечного ритма.

Математическое моделирование процессов пространственного распределения видов на основе уравнений диффузии.

Анализ условий возникновения автоколебаний и триггерных свойств в генных и метаболических сетях.

Моделирование динамики ледников и изменений климата с использованием систем дифференциальных уравнений.

Качественное исследование динамики нелинейных механических маятников со случайными внешними возмущениями.

Применение динамических систем для моделирования процессов самоорганизации и образования пространственных структур.

Исследование устойчивости экосистем к резким внешним воздействиям методами теории катастроф.

Математическое моделирование динамики нейронной активности и процессов передачи импульсов в нервных тканях.

Анализ фазовых портретов и бифуркаций в моделях динамики численности насекомых-вредителей тайги.

Моделирование гидродинамических течений и вихревых структур методами теории динамических систем.

Исследование процессов горения и теплового взрыва с использованием нелинейных дифференциальных уравнений.

Математическое описание механизмов адаптации и эволюции популяций методами репликаторной динамики.

Моделирование распространения лесных пожаров на основе дискретно-непрерывных динамических моделей.

Качественный анализ моделей формирования и эволюции речных русел и ландшафтных элементов.

Применение консервативных динамических систем для моделирования движения тел в гравитационных полях.

Исследование хаотической синхронизации в системах связанных нелинейных осцилляторов.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
----------	----------------------------	---------------

1	Братусь, А. С. Динамические системы и модели биологии / А. С. Братусь, А. С. Новожилов, А. П. Платонов. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 400 с. — ISBN 978-5-9221-1192-8.	https://znanium.ru/read?id=38119 (дата обращения: 25.06.2025)
2	Ризниченко, Г. Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 181 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07037-8.	https://urait.ru/bcode/537454 (дата обращения: 09.04.2025).
3	Ризниченко, Г. Ю. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 409 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19922-2	https://urait.ru/bcode/557337 (дата обращения: 09.04.2025)
4	Ризниченко, Г. Ю. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 185 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07874-9.	https://urait.ru/bcode/538019 (дата обращения: 09.04.2025)
5	Ризниченко, Г. Ю. Динамика популяций : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 46 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15543-3.	https://urait.ru/bcode/544670 (дата обращения: 09.04.2025)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www;elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru>);
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru>)

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- операционная система Windows;
- microsoft Office;
- MS Teams;
- поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 7 семестре.

Экзамен в 7 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

А.С. Братусь

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова