

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Дискретная оптимизация**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- знакомство с фундаментальными понятиями и математическим аппаратом дискретной оптимизации;
- изучение основных задач дискретной оптимизации (задача о рюкзаке, задача коммивояжёра), алгоритмов и методов решения экстремальных задач на дискретных множествах;
- формирование навыков эффективно применять модели дискретной оптимизации для решения прикладных задач.

Задачами дисциплины являются:

- знакомство студентов с основными задачами дискретной математики и методами их решения;
- формирование и развитие компетенций в сфере использования методов дискретной математики для решения профессиональных задач.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные задачи дискретной оптимизации (задачу о рюкзаке, задачу коммивояжера);
- прикладные задачи дискретной оптимизации;
- основные алгоритмы дискретной оптимизации и область их применения.

### **Уметь:**

- решать задачи о целочисленном одномерном рюкзаке, булевом одномерном рюкзаке, булевом многомерном рюкзаке;
- получать оптимальное и приближённое решение задачи коммивояжёра.

### **Владеть:**

- навыками применения алгоритмов построения точного и приближённого решения экстремальных задач на дискретных множествах.

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |            |
|-----------------------------------------------------------|------------------|------------|
|                                                           | Всего            | Семестр №6 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 80               | 80         |
| В том числе:                                              |                  |            |
| Занятия лекционного типа                                  | 32               | 32         |
| Занятия семинарского типа                                 | 48               | 48         |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 28 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                    |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Введение<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- постановка и особенности задач дискретного программирования (дискретной оптимизации);<br>- примеры задач. |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2        | <p>Задачи транспортного типа</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задачи транспортного типа;</li> <li>- транспортная задача в матричной постановке, целочисленность опорных планов;</li> <li>- задача о назначении (задача выбора);</li> <li>- задача коммивояжёра;</li> <li>- транспортная задача с фиксированными оплатами;</li> <li>- распределительная задача.</li> </ul>                                                                                               |
| 3        | <p>Задача об одномерном ранце</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задача о ранце - постановка;</li> <li>- задача об одномерном булевом ранце;</li> <li>- общие свойства задач о ранце;</li> <li>- алгоритм Даница для линейной одномерной задаче о ранце</li> </ul>                                                                                                                                                                                                        |
| 4        | <p>Приближённые методы для задачи об одномерном ранце</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- алгоритмы последовательного назначения единиц для приближённого решения задачи об одномерном ранце.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 5        | <p>Задача о многомерном булевом ранце</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задача о многомерном булевом ранце;</li> <li>- алгоритмы приближённого решения задачи о многомерном ранце.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 6        | <p>Алгоритмы решения задачи о ранце</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- алгоритмы улучшения начального решения;</li> <li>- алгоритмы «генетического» типа;</li> <li>- комбинированные эвристические алгоритмы для задачи о ранце.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                               |
| 7        | <p>Задачи теории графов</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задачи о покрытиях графов;</li> <li>- задачи о раскрасках графов.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 8        | <p>Метод ветвей и границ</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- схема метода для общей задачи дискретного программирования;</li> <li>- метод Лэнд и Дойг для задачи о ранце;</li> <li>- применение метода ветвей и границ для задачи коммивояжёра;</li> <li>- применение метода ветвей и границ для симметричной задачи коммивояжёра;</li> <li>- алгоритм «ветвей и границ» нахождения множества всех R-близких решений в общей задаче и некоторые его применения.</li> </ul> |
| 9        | <p>Приближённые методы и алгоритмы дискретной оптимизации</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка задачи о поиске приближённого решения;</li> <li>- некоторые общие вопросы;</li> <li>- ?-оптимальный алгоритм «ветвей и границ» для задачи о ранце.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                     |

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Транспортная задача<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать транспортную задачу симплекс-методом и методом потенциалов.                                                                                                                                                                                             |
| 2        | Задача о назначении (задача выбора)<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать задачу о назначении венгерским методом.                                                                                                                                                                                                 |
| 3        | Задача коммивояжёра<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать симметричную и несимметричную задачу коммивояжёра методом ветвей и границ, получать приближённое решение задачи методом ближайшего соседа.                                                                                                              |
| 4        | Распределительная задача<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать распределительную задачу, сводя её к транспортной задаче, методом потенциалов.                                                                                                                                                                     |
| 5        | Задача об одномерном булевом ранце<br>В результате работы на практических занятиях студент учится применять правило Данцига для получения приближённого решения задачи об одномерном булевом ранце, применять прямые и двойственные алгоритмы назначения единиц, получает представление о методе ветвей и границ для точного решения этой задачи. |
| 6        | Задача о многомерном булевом ранце<br>В результате работы на практических занятиях студент учится получать приближённое решение задачи о многомерном булевом ранце, получает представление о методе ветвей и границ для точного решения этой задачи.                                                                                              |
| 7        | Задача о покрытиях графов<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать задачу о рёберном покрытии графа.                                                                                                                                                                                                                 |
| 8        | Задача о раскрасках графов<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать задачи о вершинной и рёберной раскраске графа.                                                                                                                                                                                                   |
| 9        | Метод ветвей и границ для задачи о ранце<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать задачу о ранце методом ветвей и границ.                                                                                                                                                                                            |
| 10       | Метод ветвей и границ для симметричной задачи коммивояжёра<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать симметричную задачу коммивояжёра методом ветвей и границ.                                                                                                                                                        |
| 11       | Метод ветвей и границ для несимметричной задачи коммивояжёра<br>В результате работы на практических занятиях студент учится решать несимметричную задачу методом ветвей и границ.                                                                                                                                                                 |
| 12       | Приближённые методы и алгоритмы дискретной оптимизации<br>В результате работы на практических занятиях студент учится применять ?-оптимальный алгоритм «ветвей и границ» для нахождения приближённого решения задачи о ранце.                                                                                                                     |

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| №<br>п/п | Вид самостоятельной работы                            |
|----------|-------------------------------------------------------|
| 1        | Изучение учебной литературы из приведенных источников |
| 2        | Подготовка к практическим занятиям.                   |
| 3        | Выполнение курсового проекта.                         |

|   |                                        |
|---|----------------------------------------|
| 4 | Подготовка к промежуточной аттестации. |
| 5 | Подготовка к текущему контролю.        |

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

1. Сравнительный анализ алгоритмов отыскания кратчайших путей на графе.
2. е-оптимальный алгоритм "ветвей и границ" для задачи о ранце.
3. Применение метода динамического программирования для решения задачи о ранце.
4. Алгоритм "ветвей и границ" нахождения множества всех R-близких решений в общей задаче о ранце.
5. Метод ветвей и границ для задачи о ранце.
6. Комбинированные эвристические алгоритмы для задачи о ранце.
7. Решение задачи о назначении (задача выбора).
8. Решение транспортной задачи.
9. Решение задачи о многомерном ранце.
10. Сравнительный анализ алгоритмов приближенного решения задачи о многомерном ранце.
11. Задача построения эйлера цикла в графе.
12. Задача распределения ресурсов на сетях.
13. Сравнительный анализ алгоритмов Краскала и Прима.
14. Реализация алгоритма нахождения кратчайшего расстояния между всеми парами вершин графа.
15. Задача коммивояжера.
16. Сравнительный анализ алгоритмов решения задачи об одномерном ранце.
17. Метод Лэнд и Дойг для задачи о ранце.
18. Применение метода ветвей и границ для задачи коммивояжера.
19. Применение метода ветвей и границ для симметричной задачи коммивояжера.
20. Задачи о распределении ресурсов между проектами.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| №<br>п/п | Библиографическое<br>описание                                                                                                                                                                                                                | Место доступа                                                                                                                                                                 |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Ефимов Р.А., Иванова А.П. Задачи транспортного типа: Учебное пособие по дисциплине «Математическое моделирование». – М.: РУТ (МИИТ), Янус-К, 2023. – 112 с. - ISBN 978-5-8037-0899-5                                                         | <a href="https://www.elibrary.ru/download/elibrary_54250422_93407876.pdf">https://www.elibrary.ru/download/elibrary_54250422_93407876.pdf</a><br>(дата обращения: 24.06.2025) |
| 2        | Александрова Л.В., Иванова А.П., Родина Е.В. Дискретная математика и математическая логика: учебное пособие по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика». – М.: РУТ (МИИТ), Янус-К, 2024. – 127 с. - ISBN 978-5-8037-0935-0 | <a href="https://www.elibrary.ru/download/elibrary_60004011_76672952.pdf">https://www.elibrary.ru/download/elibrary_60004011_76672952.pdf</a><br>(дата обращения: 24.06.2025) |
| 3        | Тюрин, С. Ф. Теория графов и её приложения : учебное пособие / С. Ф. Тюрин. — Пермь : ПНИПУ, 2017. — 207 с. — ISBN 978-5-398-01745-8. — Текст : электронный                                                                                  | <a href="https://e.lanbook.com/book/160870">https://e.lanbook.com/book/160870</a> (дата обращения: 09.04.2025)                                                                |
| 4        | Иванов, Б. Н. Дискретная математика и теория графов : учебное пособие для вузов / Б. Н. Иванов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 177                                                                                                   | <a href="https://urait.ru/bcode/544302">https://urait.ru/bcode/544302</a> (дата обращения: 09.04.2025)                                                                        |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                            |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14470-3. — Текст : электронный                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                            |
| 5 | Методы оптимизации. Начальный курс. Часть 2. Симплекс-метод и смежные вопросы, элементы теории двойственности, многокри-териальная оптимизация. Курс лекций по дисциплине «Методы оптимизации» (учеб.пособ). - М.: МИИТ, 2006. – 104 с. ISBN нет | <a href="https://www.elibrary.ru/download/elibrary_54151603_43300607.pdf">https://www.elibrary.ru/download/elibrary_54151603_43300607.pdf</a> (дата обращения: 24.06.2025) |
| 6 | Тюхтина, А. А. Методы дискретной оптимизации : учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014 — Часть 1 — 2014. — 62 с. ISBN нет                                                             | <a href="https://e.lanbook.com/book/153140">https://e.lanbook.com/book/153140</a> (дата обращения: 09.04.2025)                                                             |
| 7 | Тюхтина, А. А. Методы дискретной оптимизации : учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015 — Часть 2 — 2015. — 72 с. ISBN нет                                                             | <a href="https://e.lanbook.com/book/153141">https://e.lanbook.com/book/153141</a> (дата обращения: 09.04.2025).                                                            |



6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащённые компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 6 семестре.

Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.П. Иванова

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова