

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИУЦТ



С.П. Вакуленко

06 октября 2020 г.



Кафедра            «Цифровые технологии управления транспортными процессами»

Автор             Братусь Александр Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное уравнение**

Направление подготовки:	01.06.01 – Математика и механика
Направленность:	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника:	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Форма обучения:	очная
Год начала подготовки	2020

<p style="text-align: center;">Одобрено на заседании Учебно-методической комиссии института Протокол № 3 05 октября 2020 г. Председатель учебно-методической комиссии</p>  <p style="text-align: right;">Н.А. Клычева</p>	<p style="text-align: center;">Одобрено на заседании кафедры</p> <p style="text-align: center;">Протокол № 2 02 октября 2020 г. Заведующий кафедрой</p>  <p style="text-align: right;">В.Е. Нутович</p>
--	--

Москва 2020 г.

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения учебной дисциплины Дифференциальные уравнения является освоение одного из самых развитых современных языков описания различных математических моделей - язык дифференциальных уравнений. Студенты получают знания по общей теории дифференциальных уравнений (задача Коши, теоремы существования и единственности решений, общая теория линейных систем, краевые задачи, основы теории устойчивости) наряду с навыками практических решений конкретных дифференциальных уравнений. В качестве примеров рассматриваются уравнения, возникающие в задачах физики, механики и биологии.

## **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО**

Учебная дисциплина "Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное уравнение" относится к блоку 1 "Блок 1 «Дисциплины (модули)»" и входит в его вариативную часть.

### **2.1. Наименования предшествующих дисциплин**

Для изучения данной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

#### **2.1.1. Математический анализ:**

Знания: основы дифференциального и интегрального исчисления, теорию числовых и функциональных рядов; основные понятия теории метрических и линейных нормированных пространств, теорию общих ортогональных систем, тригонометрических рядов и интегралов Фурье

Умения: применять основные теоремы и формулы математического анализа исследовать сходимость числовых и функциональных рядов

Навыки: техническими приёмами и прикладными методами математического анализа и других математических дисциплин

### **2.2. Наименование последующих дисциплин**

Результаты освоения дисциплины используются при изучении последующих учебных дисциплин:

2.2.1. Научно-исследовательская деятельность и подготовка научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук

2.2.2. Государственная итоговая аттестация

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины студент должен:

№ п/п	Код и название компетенции	Ожидаемые результаты
1	ОПК-1 владением методологией научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности	Знать и понимать: Знать особенности работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива  Уметь: Уметь решать поставленные задачи в составе научно-исследовательской группы  Владеть: Владеть навыками работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива
2	ПК-1 способностью изучать дифференциальные уравнения	Знать и понимать: Знать доступные современные информационные и компьютерные технологии, применяемые в исследовательской и прикладной деятельности  Уметь: Уметь использовать в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями  Владеть: Владеть способностью использовать компьютерные технологии в научной и познавательной деятельности
3	ПК-2 готовностью исследовать разрешимости дифференциальных уравнений	Знать и понимать: Знать методы работы с информацией  Уметь: Уметь работать с информацией из различных источников  Владеть: Владеть навыками работы с информацией из различных источников, включая сетевые ресурсы сети Интернет, для решения профессиональных и социальных задач

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ И АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСАХ

##### 4.1. Общая трудоемкость дисциплины составляет:

4 зачетные единицы (144 ак. ч.).

##### 4.2. Распределение объема учебной дисциплины на контактную работу с преподавателем и самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Количество часов	
	Всего по учебному плану	Семестр 2
Контактная работа	36	36,15
Аудиторные занятия (всего):	36	36
В том числе:		
лекции (Л)	18	18
практические (ПЗ) и семинарские (С)	18	18
Самостоятельная работа (всего)	72	72
Экзамен (при наличии)	36	36
ОБЩАЯ трудоемкость дисциплины, часы:	144	144
ОБЩАЯ трудоемкость дисциплины, зач.ед.:	4.0	4.0
Текущий контроль успеваемости (количество и вид текущего контроля)		
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	ЭК	ЭК

### 4.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Виды учебной деятельности в часах/ в том числе интерактивной форме					Всего	Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ/ТП	КСР	СР		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	Раздел 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	6		6		24	36	
2	2	Тема 1.1 Теорема о существовании и единственности решения.	2					2	
3	2	Тема 1.4 Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.	2					2	
4	2	Тема 1.7 Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.	2					2	
5	2	Раздел 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	6		6		24	36	
6	2	Тема 2.1 Постановка задачи Коши для уравнений высших порядков. Сведение к системе уравнений. Постановка задачи Коши для систем. Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка.	2					2	
7	2	Тема 2.4 Фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций	2					2	

№ п/п	Семестр	Тема (раздел) учебной дисциплины	Виды учебной деятельности в часах/ в том числе интерактивной форме						Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ/ТП	КСР	СР	Всего	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		фундаментальной системы.							
8	2	Тема 2.7 Методы решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2					2	
9	2	Раздел 3 Теория колебаний	2		2		8	12	
10	2	Тема 3.1 Гармонические колебания. Явление резонанса. Задачи из теории колебаний.	2					2	
11	2	Раздел 4 Вопросы теории устойчивости	2		2		8	12	
12	2	Тема 4.1 Классификация особых точек систем на плоскости.	2					2	
13	2	Раздел 5 Краевые задачи	2		2		8	12	
14	2	Тема 5.1 Краевые задачи для уравнения второго порядка. Краевые задачи для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.	2					2	
15	2	Экзамен						36	ЭК
16		Всего:	18		18		72	144	

#### 4.4. Лабораторные работы / практические занятия

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

Практические занятия предусмотрены в объеме 18 ак. ч.

№ п/п	№ семестра	Тема (раздел) учебной дисциплины	Наименование занятий	Всего часов/ из них часов в интерактивной форме
1	2	3	4	5
1	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Теорема о существовании и единственности решения.	2
2	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.	2
3	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.	2
4	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Постановка задачи Коши для уравнений высших порядков. Сведение к системе уравнений. Постановка задачи Коши для систем. Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка.	2
5	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы.	2
6	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Методы решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2
7	2	РАЗДЕЛ 3 Теория колебаний	Гармонические колебания. Явление резонанса. Задачи из теории колебаний.	2
8	2	РАЗДЕЛ 4 Вопросы теории устойчивости	Классификация особых точек систем на плоскости.	2
9	2	РАЗДЕЛ 5 Краевые задачи	Краевые задачи для уравнения второго порядка. Краевые задачи для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.	2
ВСЕГО:				18/0

#### 4.5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.



## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Преподавание дисциплины «Дифференциальные уравнения» осуществляется в форме лекций и практических работ.

Лекции проводятся в традиционной классно-урочной организационной форме, по типу управления познавательной деятельностью и на 100 % являются традиционными классически-лекционными (объяснительно-иллюстративные).

Практические занятия организованы в виде традиционных практических занятий (объяснительно-иллюстративное решение задач) и с применением интерактивной формы. Самостоятельная работа студента организована с использованием традиционных видов работы, а также элементов интерактивных технологий. К традиционным видам работы относятся отработка лекционного материала и отработка отдельных тем по учебным пособиям. К интерактивным (диалоговым) технологиям относятся отработка отдельных тем с использованием электронных источников в Интернете (справочные ресурсы, электронные версии книг).

Оценка полученных знаний, умений и навыков использует элементы модульно-рейтинговой технологии. Курс разбит на 5 разделов, представляющих собой логически завершённые фрагменты учебной информации. Фонды оценочных средств освоенных компетенций включают как вопросы теоретического характера для оценки знаний, так и задания практического содержания (решение ситуационных задач, анализ конкретных ситуаций, работа с данными) для оценки умений и навыков. Теоретические знания проверяются путём применения таких организационных форм. Задания практического задержания проверяются в форме контрольных работ.

Проведение занятий по дисциплине возможно с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, реализуемые с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников.

В процессе проведения занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий применяются современные образовательные технологии, такие как (при необходимости):

- использование современных средств коммуникации;
- электронная форма обмена материалами;
- дистанционная форма групповых и индивидуальных консультаций;
- использование компьютерных технологий и программных продуктов, необходимых для сбора и систематизации информации, проведения требуемых программой расчетов и т.д.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	№ семестра	Тема (раздел) учебной дисциплины	Вид самостоятельной работы студента. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы	Всего часов
1	2	3	4	5
1	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.	8
2	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Теорема о существовании и единственности решения.	8
3	2	РАЗДЕЛ 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.	8
4	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Постановка задачи Коши для уравнений высших порядков. Сведение к системе уравнений. Постановка задачи Коши для систем. Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка.	8
5	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы.	8
6	2	РАЗДЕЛ 2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	Методы решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	8
7	2	РАЗДЕЛ 3 Теория колебаний	Гармонические колебания. Явление резонанса. Задачи из теории колебаний.	8
8	2	РАЗДЕЛ 4 Вопросы теории устойчивости	Классификация особых точек систем на плоскости.	8
9	2	РАЗДЕЛ 5 Краевые задачи	Краевые задачи для уравнения второго порядка. Краевые задачи для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.	8
<b>ВСЕГО:</b>				<b>72</b>

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Основная литература

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год и место издания Место доступа	Используется при изучении разделов, номера страниц
1	Лекции по высшей математике	А.Д. Мышкис	"Лань", 2007 НТБ (уч.1); НТБ (уч.2); НТБ (уч.3); НТБ (уч.4); НТБ (уч.6); НТБ (фб.); НТБ (чз.2); НТБ (чз.4)	Все разделы
2	Обыкновенные дифференциальные уравнения	В.М. Сафро, А.В. Скачко, Е.С. Чумерина	Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), 2010	Все разделы

### 7.2. Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год и место издания Место доступа	Используется при изучении разделов, номера страниц
3	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Л.Э. Эльсгольц	Лань, 2002 НТБ (уч.3); НТБ (уч.4); НТБ (фб.); НТБ (чз.2)	Все разделы
4	Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений	И.Г. Петровский; Под ред. А.Д.Мышкиса, О.А.Олейник; Под Ред. А.Д. Мышкис, О.А. Олейник	Изд-во МГУ, 1984 НТБ (фб.)	Все разделы
5	Обыкновенные дифференциальные уравнения	М.В. Федорюк; М.В. Федорук	Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 НТБ (фб.); НТБ (чз.1)	Все разделы
6	Обыкновенные дифференциальные уравнения	В.И. Арнольд	Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971 НТБ (фб.)	Все разделы
7	Сборник задач по дифференциальным уравнениям	А.Ф. Филиппов	Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992 НТБ (ЭЭ); НТБ (уч.2); НТБ (уч.4); НТБ (фб.); НТБ (чз.1)	Все разделы
8	Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям	М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко	Высшая школа, 1978 НТБ (уч.4); НТБ (уч.6); НТБ (фб.)	Все разделы
9	Дифференциальные уравнения в приложениях	В.В.Амелькин	Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987 НТБ (фб.); НТБ (чз.4)	Все разделы

## **8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1. <http://library.miit.ru/> - электронно-библиотечная система Научно-технической библиотеки МИИТ.
2. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm> - Международный научно-образовательный сайт EqWorld.
3. <http://elibrary.ru/> - научно-электронная библиотека.
4. Поисковые системы: Yandex, Google, Mail.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Для проведения лекционных занятий можно использовать специализированную лекционную аудиторию с мультимедийной аппаратурой и интерактивной доской. При организации обучения по дисциплине с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий необходим доступ каждого студента к информационным ресурсам – библиотечному фонду Университета, сетевым ресурсам и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

В случае проведения занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий может понадобиться наличие следующего программного обеспечения (или их аналогов): ОС Windows, Microsoft Office, Интернет-браузер, Microsoft Teams и т.д.

В образовательном процессе, при проведении занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, могут применяться следующие средства коммуникаций: ЭИОС РУТ(МИИТ), Microsoft Teams, электронная почта, скайп, Zoom, WhatsApp и т.п.

## **10. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Для проведения некоторых аудиторных занятий и самостоятельной работы требуется:

1. Рабочее место преподавателя с персональным компьютером, подключённым к сетям INTERNET и INTRANET.
2. Специализированная лекционная аудитория с мультимедиа аппаратурой и интерактивной доской.

В случае проведения занятий с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий необходимо наличие компьютерной техники, для организации коллективных и индивидуальных форм общения педагогических работников со студентами, посредством используемых средств коммуникации.

Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

## **11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Обучающимся необходимо помнить, что качество полученного образования в немалой степени зависит от активной роли самого обучающегося в учебном процессе.

Обучающийся должен быть нацелен на максимальное усвоение подаваемого лектором материала, после лекции и во время специально организуемых индивидуальных встреч он может задать лектору интересующие его вопросы.

Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения и должны давать

систематизированные основы знаний по дисциплине, раскрывать состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрировать внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность и способствовать формированию творческого мышления. Главная задача лекционного курса – сформировать у обучающихся системное представление об изучаемом предмете, обеспечить усвоение будущими специалистами основополагающего учебного материала, принципов и закономерностей развития соответствующей научно-практической области, а также методов применения полученных знаний, умений и навыков.

Основные функции лекций: 1. Познавательно-обучающая; 2. Развивающая; 3. Ориентирующе-направляющая; 4. Активизирующая; 5. Воспитательная; 6. Организующая; 7. информационная.

Выполнение практических заданий служит важным связующим звеном между теоретическим освоением данной дисциплины и применением ее положений на практике. Они способствуют развитию самостоятельности обучающихся, более активному освоению учебного материала, являются важной предпосылкой формирования профессиональных качеств будущих специалистов.

Проведение практических занятий не сводится только к органическому дополнению лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся. Их вместе с тем следует рассматривать как важное средство проверки усвоения обучающимися тех или иных положений, даваемых на лекции, а также рекомендуемой для изучения литературы; как форма текущего контроля за отношением обучающихся к учебе, за уровнем их знаний, а, следовательно, и как один из важных каналов для своевременного подтягивания отстающих обучающихся.

Самостоятельная работа может быть успешной при определенных условиях, которые необходимо организовать. Ее правильная организация, включающая технологии отбора целей, содержания, конструирования заданий и организацию контроля, систематичность самостоятельных учебных занятий, целесообразное планирование рабочего времени позволяет привить студентам умения и навыки в овладении, изучении, усвоении и систематизации приобретаемых знаний в процессе обучения, привить навыки повышения профессионального уровня в течение всей трудовой деятельности.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения учебной дисциплины, рассмотрены через соответствующие знания, умения и владения. Для проверки уровня освоения дисциплины предлагаются вопросы к экзамену и зачету, курсовой проект, где каждый вариант содержит задания, разработанные в рамках основных тем учебной дисциплины и включающие терминологические задания.

Фонд оценочных средств является составной частью учебно-методического обеспечения процедуры оценки качества освоения образовательной программы и обеспечивает повышение качества образовательного процесса и входит, как приложение, в состав рабочей программы дисциплины.