

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- освоение одного из самых развитых современных языков описания различных математических моделей - языка дифференциальных уравнений.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- изучение базовых понятий теории дифференциальных уравнений;  
- освоение основных приёмов решения практических задач по темам дисциплины;

- овладение студентами основами дисциплины и его приложений в различных областях знаний, необходимыми для успешного изучения последующих математических и других естественнонаучных дисциплин.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-1** - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

**ОПК-3** - Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- постановки задач, основные теоремы о существовании и единственности решения задач;
- основные типы дифференциальных уравнений и методы их решений;
- основные понятия теории устойчивости.

### **Уметь:**

- решать дифференциальные уравнения первого, второго и высших порядков;
- находить решение начальной и краевой задач для дифференциальных уравнения;
- решать системы дифференциальных уравнений, исследовать устойчивость решений.

### **Владеть:**

- навыками применения различных методов решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений и систем уравнений;
- методами исследования устойчивости решений.

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	96	96
В том числе:		
Занятия лекционного типа	48	48
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 48 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений Рассматриваемые вопросы: - интегральная кривая; - геометрическая интерпретация; - метод изоклин; - метод Эйлера.
2	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши Рассматриваемые вопросы: - лемма об эквивалентности; - лемма Грануолла; - условие Липшица; - метод последовательных приближений.
3	Доказательство теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши Рассматриваемые вопросы: - построение ряда последовательных приближений; - доказательство равномерной сходимости ряда; - доказательство единственности решения.
4	Следствия теоремы существования и единственности Рассматриваемые вопросы: - продолжение решения; - непрерывная зависимость от начальных данных; - непрерывная зависимость от параметров.
5	Дифференциальные уравнения 1-го порядка Рассматриваемые вопросы: - уравнения с разделяющимися переменными - однородные уравнения; - линейные уравнения первого порядка; - уравнение Бернулли; - уравнение Риккати; - уравнения в полных дифференциалах; - интегрирующий множитель; - дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной; - дифференциальные уравнения 1-го порядка.
6	Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной Рассматриваемые вопросы: - теоремы существования; - дикриминантная кривая; - огибающая семейства интегральных кривых; - уравнения Клеро и Лагранжа.
7	Дифференциальные уравнения высших порядков Рассматриваемые вопросы: - постановка задачи Коши; - теорема существования и единственности; - линейная зависимость и независимость вектор функций; - определитель Вронского системы и его свойства; - фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка; - теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы; - системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, методы отыскания решений систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- линейная независимость решений линейного уравнения высокого порядка, вид определителя Вронского в этом случае;</li> <li>- фундаментальная система решений линейного уравнения высокого порядка;</li> <li>- теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы;</li> <li>- методы решения однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;</li> <li>- методы решения неоднородных линейных уравнений с правой частью в виде квазимногочлена;</li> <li>- метод вариации произвольных постоянных Лагранжа.</li> </ul>
8	<p><b>Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- характеристическое уравнение;</li> <li>- случай вещественных и комплексных корней характеристического уравнения;</li> <li>- случай кратных корней характеристического уравнения;</li> <li>- методы решения неоднородных линейных уравнений с правой частью в виде квазимногочлена;</li> <li>- метод вариации произвольных постоянных Лагранжа.</li> </ul>
9	<p><b>Теория колебаний</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- гармонические колебания;</li> <li>- явление резонанса;</li> <li>- задачи из теории колебаний;</li> <li>- решение уравнений с помощью рядов.</li> </ul>
10	<p><b>Системы дифференциальных уравнений первого порядка</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка задачи Коши;</li> <li>- теорема существования и единственности ;</li> <li>- линейная зависимость и независимость вектор функций;</li> <li>- определитель Вронского системы и его свойства;</li> <li>- фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка;</li> <li>- теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы;</li> <li>- системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, методы отыскания решений систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.</li> </ul>
11	<p><b>Вопросы теории устойчивости</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- классификация особых точек систем на плоскости;</li> <li>- устойчивость по Ляпунову;</li> <li>- понятие о функции Ляпунова.</li> </ul>
12	<p><b>Краевые задачи</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка краевых задач для уравнений второго порядка;</li> <li>- краевые задачи для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.</li> </ul>

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<b>Основные понятия и методы</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты рассматривают интегральные кривые, участвуя находить частные и общие решения, разбирают метод Эйлера для численного решения уравнений, рассматривают метод изоклинов
2	<b>Уравнения первого порядка 1</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты участвуя решать уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
3	<b>Уравнения первого порядка 2</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты участвуя решать однородные уравнения.
4	<b>Уравнения первого порядка 3</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты участвуя решать линейные уравнения первого порядка и уравнение Бернулли, уравнения Риккати.
5	<b>Уравнения первого порядка 4</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты участвуя решать уравнения в полных дифференциалах; получают навыки применения метода интегрирующего множителя.
6	<b>Уравнения первого порядка 5</b> В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты участвуя решать дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной Клеро и Лагранжа.
7	<b>Дифференциальные уравнения высших порядков</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки исследования линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка, применения линейную зависимость и независимость векторов функций при решении задач, вычисления определителя Вронского системы функций; применения фундаментальной системы решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка, изучают теорему о представлении решений в виде линейной комбинации вектора функций фундаментальной системы решение уравнений в виде рядов.
8	<b>Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки решения различных линейных уравнений; находят решения неоднородных уравнений с правой частью в форме квазимногочлена; применения метода вариации произвольных постоянных Лагранжа.
9	<b>Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки решения систем; исследования характера особых точек, построения фазовых траекторий, исследования поведения фазовых траекторий вблизи особых точек.
10	<b>Теория колебаний</b> В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки изучения поведения систем механики и физики.
11	<b>Элементы теории устойчивости</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах рассматривают классификацию особых точек систем на плоскости, получают навыки исследования устойчивости этих точек по Ляпунову.
12	<b>Краевые задачи</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах изучают виды краевых задач для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведенных источников
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Мышкин, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкин. — 6-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	<a href="https://search.rsl.ru/ru/record/01004406831?ysclid=mc95fowwzr46078329">https://search.rsl.ru/ru/record/01004406831?ysclid=mc95fowwzr46078329</a>
2	Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / И. Г. Петровский ; под редакцией А. Д. Мышкина, О. А. Олейник. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1144-7	<a href="https://znanium.ru/read?id=254610">https://znanium.ru/read?id=254610</a> (дата обращения: 23.06.2025)
3	Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения :	<a href="https://znanium.ru/read?id=309171">https://znanium.ru/read?id=309171</a> (дата обращения: 23.06.2025)

	учебник / В. И. Арнольд. — 2-е изд., стереотип. — Москва : МЦНМО, 2020. — 341 с. — ISBN 978-5-4439- 3254-5
--	--

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru) );
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com>/);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru>/).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru>/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 4 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Братусь

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦГУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова