

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программа бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 08.04.2025

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- освоение одного из самых развитых современных языков описания различных математических моделей - языка дифференциальных уравнений.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- изучение базовых понятий теории дифференциальных уравнений;
- освоение основных приёмов решения практических задач по темам дисциплины;
- овладение студентами основами дисциплины и его приложений в различных областях знаний, необходимыми для успешного изучения последующих математических и других естественнонаучных дисциплин.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-1** - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

**ОПК-3** - Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- постановки задач, основные теоремы о существовании и единственности решения задач;
- основные типы дифференциальных уравнений и методы их решений;
- основные понятия теории устойчивости.

### **Уметь:**

- решать дифференциальные уравнения первого, второго и высших порядков;
- находить решение начальной и краевой задач для дифференциальных уравнения;
- решать системы дифференциальных уравнений, исследовать устойчивость решений.

### **Владеть:**

- навыками применения различных методов решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений и систем уравнений;
- методами исследования устойчивости решений.

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	80	80
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 64 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p><b>Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- интегральная кривая;</li> <li>- геометрическая интерпретация;</li> <li>- метод изоклин;</li> <li>- метод Эйлера.</li> </ul>
2	<p><b>Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- лемма об эквивалентности;</li> <li>- лемма Грануолла;</li> <li>- условие Липшица;</li> <li>- метод последовательных приближений.</li> </ul>
3	<p><b>Доказательство теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- построение ряда последовательных приближений;</li> <li>- доказательство равномерной сходимости ряда;</li> <li>- доказательство единственности решения.</li> </ul>
4	<p><b>Следствия теоремы существования и единственности</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- продолжение решения;</li> <li>- непрерывная зависимость от начальных данных;</li> <li>- непрерывная зависимость от параметров.</li> </ul>
5	<p><b>Дифференциальные уравнения 1-го порядка</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- уравнения с разделяющимися переменными</li> <li>- однородные уравнения;</li> <li>- линейные уравнения первого порядка;</li> <li>- уравнение Бернулли;</li> <li>- уравнение Риккати;</li> <li>- уравнения в полных дифференциалах;</li> <li>- интегрирующий множитель;</li> <li>- дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной;</li> <li>- дифференциальные уравнения 1-го порядка.</li> </ul>
6	<p><b>Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теоремы существования;</li> <li>- дискриминантная кривая;</li> <li>- огибающая семейства интегральных кривых;</li> <li>- уравнения Клеро и Лагранжа.</li> </ul>
7	<p><b>Дифференциальные уравнения высших порядков</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка задачи Коши;</li> <li>- теорема существования и единственности;</li> <li>- линейная зависимость и независимость вектор функций;</li> <li>- определитель Вронского системы и его свойства;</li> <li>- фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка;</li> <li>- теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы;</li> <li>- системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, методы отыскания решений систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами;</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- линейная независимость решений линейного уравнения высокого порядка, вид определителя Вронского в этом случае;</li> <li>- фундаментальная система решений линейного уравнения высокого порядка;</li> <li>- теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы;</li> <li>- методы решения однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;</li> <li>- методы решения неоднородных линейных уравнений с правой частью в виде квазимногочлена;</li> <li>- метод вариации произвольных постоянных Лагранжа.</li> </ul>
8	<p><b>Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- характеристическое уравнение;</li> <li>- случай вещественных и комплексных корней характеристического уравнения;</li> <li>- случай кратных корней характеристического уравнения;</li> <li>- методы решения неоднородных линейных уравнений с правой частью в виде квазимногочлена;</li> <li>- метод вариации произвольных постоянных Лагранжа.</li> </ul>
9	<p><b>Теория колебаний</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- гармонические колебания;</li> <li>- явление резонанса;</li> <li>- задачи из теории колебаний;</li> <li>- решение уравнений с помощью рядов.</li> </ul>
10	<p><b>Системы дифференциальных уравнений первого порядка</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка задачи Коши;</li> <li>- теорема существования и единственности ;</li> <li>- линейная зависимость и независимость вектор функций;</li> <li>- определитель Вронского системы и его свойства;</li> <li>- фундаментальная система решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка;</li> <li>- теорема о представлении решений в виде линейной комбинации вектор функций фундаментальной системы;</li> <li>- системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, методы отыскания решений систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.</li> </ul>
11	<p><b>Вопросы теории устойчивости</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- классификация особых точек систем на плоскости;</li> <li>- устойчивость по Ляпунову;</li> <li>- понятие о функции Ляпунова.</li> </ul>
12	<p><b>Краевые задачи</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка краевых задач для уравнений второго порядка;</li> <li>- краевые задачи для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.</li> </ul>

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p><b>Основные понятия и методы</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты рассматривают интегральные кривые, учатся находить частные и общие решения, разбирают метод Эйлера для численного решения уравнений, рассматривают метод изоклин</p>
2	<p><b>Уравнения первого порядка 1</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты учатся решать уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.</p>
3	<p><b>Уравнения первого порядка 2</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты учатся решать однородные уравнения.</p>
4	<p><b>Уравнения первого порядка 3</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты учатся решать линейные уравнения первого порядка и уравнение Бернулли, уравнения Риккати.</p>
5	<p><b>Уравнения первого порядка 4</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты учатся решать уравнения в полных дифференциалах; получают навыки применения метода интегрирующего множителя.</p>
6	<p><b>Уравнения первого порядка 5</b>  В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты учатся решать дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной Клеро и Лагранжа.</p>
7	<p><b>Дифференциальные уравнения высших порядков</b>  В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки исследования линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка, применения линейную зависимость и независимость векторов функций при решении задач, вычисления определителя Вронского системы функций; применения фундаментальной системы решений для системы дифференциальных уравнений первого порядка, изучают теорему о представлении решений в виде линейной комбинации вектора функций фундаментальной системы решение уравнений в виде рядов.</p>
8	<p><b>Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами</b>  В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки решения различных линейных уравнений; нахождения решения неоднородных уравнений с правой частью <math>f</math> в форме квазимногочлена; применения метода вариации произвольных постоянных Лагранжа.</p>
9	<p><b>Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами</b>  В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах получают навыки решения систем; исследования характера особых точек, построения фазовых траекторий, исследования поведения фазовых траекторий вблизи особых точек.</p>
10	<p><b>Теория колебаний</b>  В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки изучения поведения систем механики и физики.</p>
11	<p><b>Элементы теории устойчивости</b>  В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах рассматривают классификацию особых точек систем на плоскости, получают навыки исследования устойчивости этих точек по Ляпунову.</p>
12	<p><b>Краевые задачи</b>  В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах изучают виды краевых задач для уравнения второго порядка типа Штурма-Лиувилля.</p>

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведенных источников
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. — 6-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	<a href="https://search.rsl.ru/ru/record/01004406831?ysclid=mc95fowwzr46078329">https://search.rsl.ru/ru/record/01004406831?ysclid=mc95fowwzr46078329</a>
2	Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / И. Г. Петровский ; под редакцией А. Д. Мышкиса, О. А. Олейник. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1144-7	<a href="https://znanium.ru/read?id=254610">https://znanium.ru/read?id=254610</a> (дата обращения: 23.06.2025)
3	Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения :	<a href="https://znanium.ru/read?id=309171">https://znanium.ru/read?id=309171</a> (дата обращения: 23.06.2025)

<p>учебник / В. И. Арнольд. — 2-е изд., стереотип. — Москва : МЦНМО, 2020. — 341 с. — ISBN 978-5-4439-3254-5</p>	
--	--

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 4 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Братусь

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова