МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- освоение одного из самых развитых современных языков описания различных математических моделей - языка дифференциальных уравнений;

- получение знаний, приобретение навыков решения задач из области дифференциальных уравнений, необходимых для практического применения методов и моделей в исследовательской и профессиональной длеятельности;

- обучение студента применению основных понятий и задач дифференциальных уравнений.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- изучение базовых понятий теории дифференциальных уравнений;

- освоение основных приёмов решения практических задач по темам дисциплины;

- овладение студентами основами дисциплины и его приложений в различных областях знаний, необходимыми для успешного изучения последующих математических и других естественнонаучных дисциплин.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

ОПК-3 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

-постановки задач, основные теоремы о существовании и единственности решения задач;

- основные типы дифференциальных уравнений и методы их решений;

- основные понятия теории устойчивости.

Уметь:

- решать дифференциальные уравнения первого, второго и высших порядков;

- находить решение начальной и краевой задач для дифференциальных уравнения

.

Владеть:

- навыками применения различных методов решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений и систем уравнений;
- методами исследования устойчивости решений.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	80	80
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 64 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Введение. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Рассматриваемые вопросы: - Определение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ), его порядка, решения и интегральной кривой. - Постановка задачи Коши: начальные условия, общее и частное решение, общий и частный интегралы. - Геометрический смысл ОДУ первого порядка: поле направлений и метод изоклин для приближённого построения интегральных кривых.
2	Уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Рассматриваемые вопросы: - Постановка задачи Коши для уравнения вида y' = f(x, y). - Уравнения с разделяющимися переменными: алгоритм разделения переменных и интегрирования. - Уравнения, сводящиеся к разделяющимся переменным с помощью замены z=y/x или z=ax+by+c.
3	Однородные и линейные уравнения первого порядка. Рассматриваемые вопросы: - Однородные уравнения: определение, замена y = t·x и сведение к уравнению с разделяющимися переменными. - Линейные уравнения первого порядка: структура, метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа). - Уравнение Бернулли: его вид, замена, приводящая к линейному уравнению.
4	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Рассматриваемые вопросы: - Необходимое и достаточное условие уравнения в полных дифференциалах (равенство смешанных производных). - Метод интегрирования уравнения в полных дифференциалах через потенциал. - Понятие интегрирующего множителя и его нахождение в случае зависимости только от x или только от y.
5	Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Рассматриваемые вопросы: - Теорема Коши (существования и единственности) для уравнения y' = f(x, y) и её условия. - Метод последовательных приближений Пикара. - Особые решения: геометрический смысл, p-дискриминант и огибающая семейства интегральных кривых.
6	Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Рассматриваемые вопросы: - Общий вид уравнения F(x, y, y') = 0 и метод введения параметра. - Уравнения, разрешённые относительно x или y (уравнения Лагранжа и Клеро). - Нахождение общего и особого решений для уравнений Клеро и Лагранжа.
7	Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия и методы понижения порядка. Рассматриваемые вопросы: - Задача Коши для уравнения n-го порядка. Общее и частное решения.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- Уравнения, допускающие понижение порядка: F(x, y???, ..., y???) = 0. - Частные случаи: уравнение не содержит y, не содержит x, однородное относительно y и его производных.
8	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория. Рассматриваемые вопросы: - Структура линейного однородного и неоднородного уравнения n-го порядка. - Линейная зависимость и независимость системы функций. Определитель Вронского (вронскиан). - Фундаментальная система решений и теорема о структуре общего решения однородного уравнения.
9	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Рассматриваемые вопросы: - Характеристическое уравнение и его составление. - Случаи корней характеристического уравнения: действительные различные, кратные и комплексно-сопряжённые. - Построение фундаментальной системы решений и общего решения для каждого случая.
10	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора (неопределённых коэффициентов). Рассматриваемые вопросы: - Теорема о структуре общего решения неоднородного уравнения (общее решение = частное решение + общее решение однородного). - Метод подбора частного решения для правой части вида многочлен · exp(?x) · (cos ?x или sin ?x). - Правило выбора формы частного решения с учётом резонанса (совпадения с корнями характеристического уравнения).
11	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Рассматриваемые вопросы: - Общая схема метода вариации для уравнений n-го порядка. - Составление системы линейных уравнений для производных варьируемых функций. - Применение метода для правых частей общего вида (в том числе не являющихся квазимногочленами).
12	Уравнения Эйлера и другие уравнения, сводящиеся к постоянным коэффициентам. Рассматриваемые вопросы: - Уравнение Эйлера: вид a? x? y??? + ... + a? x y' + a? y = f(x) и замена x = e?. - Составление характеристического уравнения для однородного уравнения Эйлера. - Уравнения, сводящиеся к уравнению Эйлера, и обобщённые однородные уравнения.
13	Краевые задачи для дифференциальных уравнений высших порядков. Рассматриваемые вопросы: - Постановка краевой задачи (граничные условия вместо начальных). - Теоремы существования и единственности решения краевой задачи. - Связь краевых задач с задачами на собственные значения (задача Штурма — Лиувилля).
14	Степенные ряды и аналитические решения дифференциальных уравнений. Рассматриваемые вопросы: - Представление решения в виде степенного ряда с неопределёнными коэффициентами. - Нахождение коэффициентов рекуррентным способом на примере линейных уравнений. - Радиус сходимости полученного ряда и его связь с особыми точками уравнения.
15	Решение дифференциальных уравнений с помощью обобщённых степенных рядов (метод Фробениуса). Рассматриваемые вопросы: - Понятие регулярной особой точки и метод Фробениуса. - Определяющее уравнение и его корни.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- Построение решений в виде обобщённых степенных рядов в зависимости от корней определяющего уравнения.
16	Применение дифференциальных уравнений в задачах механики и физики. Обзорная лекция. Рассматриваемые вопросы: - Математические модели простейших физических процессов (радиоактивный распад, охлаждение тел). - Механические колебания: свободные и вынужденные, уравнение осциллятора. - Примеры прикладных задач, сводящихся к линейным уравнениям второго порядка с постоянными коэффициентами.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Поле направлений. Метод изоклин. Уравнения с разделяющимися переменными. В результате работы на практических занятиях студент строит поле направлений и изоклины для заданного дифференциального уравнения, решает уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, сводящиеся к ним, а также применяет метод разделения переменных для решения простейших прикладных задач (радиоактивный распад, охлаждение тел).
2	Однородные уравнения первого порядка. В результате работы на практических занятиях студент распознаёт однородные уравнения и сводит их к уравнениям с разделяющимися переменными с помощью замены $y = tx$, выполняет обратную замену и записывает решение в явном или неявном виде, а также решает задачи, в которых однородное уравнение возникает из геометрических условий.
3	Линейные уравнения первого порядка. Метод Бернулли и метод вариации постоянной. В результате работы на практических занятиях студент решает линейные уравнения двумя способами (подстановкой $y = uv$ и методом вариации произвольной постоянной), сравнивает эти методы и выбирает рациональный для конкретного уравнения, а также находит решение задачи Коши для линейного уравнения.
4	Уравнение Бернулли и уравнения в полных дифференциалах. В результате работы на практических занятиях студент приводит уравнение Бернулли к линейному с помощью замены и решает его, проверяет условие полного дифференциала и находит потенциал, а также решает уравнения в полных дифференциалах и использует их для решения прикладных задач.
5	Интегрирующий множитель. В результате работы на практических занятиях студент находит интегрирующий множитель, зависящий только от x или только от y, преобразует уравнение с помощью интегрирующего множителя к уравнению в полных дифференциалах и решает уравнения, которые без интегрирующего множителя не решаются стандартными методами.
6	Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. В результате работы на практических занятиях студент применяет метод введения параметра для решения уравнений вида $F(x, y, y') = 0$, решает уравнения Лагранжа и Клеро, а также находит как общее, так и особое решение для уравнений Клеро.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
7	Задача Коши для уравнений высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. В результате работы на практических занятиях студент ставит задачу Коши для уравнения n-го порядка, понижает порядок уравнения в случаях, когда уравнение не содержит y, не содержит x или является однородным относительно y и его производных, а также решает соответствующие задачи Коши.
8	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейная зависимость и вронскиан. В результате работы на практических занятиях студент определяет линейную зависимость и независимость системы функций, вычисляет определитель Вронского, а также строит фундаментальную систему решений для линейных однородных уравнений.
9	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай действительных различных корней). В результате работы на практических занятиях студент составляет характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, находит его корни и по ним строит фундаментальную систему решений и общее решение уравнения.
10	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных и комплексных корней). В результате работы на практических занятиях студент строит фундаментальную систему решений и общее решение для случаев кратных действительных корней и комплексно-сопряжённых корней характеристического уравнения, а также записывает решение в терминах экспонент, степеней и тригонометрических функций.
11	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора (неопределённых коэффициентов). В результате работы на практических занятиях студент определяет вид частного решения неоднородного уравнения по виду правой части (многочлен, экспонента, синус, косинус и их произведения), корректирует этот вид с учётом резонанса и находит общее решение неоднородного уравнения.
12	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа). В результате работы на практических занятиях студент применяет метод вариации произвольных постоянных для уравнений с правой частью общего вида, составляет и решает систему линейных уравнений для производных варьируемых функций и записывает общее решение неоднородного уравнения.
13	Уравнения Эйлера. В результате работы на практических занятиях студент распознаёт уравнение Эйлера, сводит его к уравнению с постоянными коэффициентами с помощью замены x = e?, решает соответствующее уравнение и выполняет обратную замену.
14	Уравнения, сводящиеся к уравнениям Эйлера и другим типам. В результате работы на практических занятиях студент распознаёт уравнения, которые сводятся к уравнениям Эйлера или к уравнениям с постоянными коэффициентами с помощью специальных замен, выполняет эти замены и находит решение исходного уравнения.
15	Краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка. В результате работы на практических занятиях студент ставит краевую задачу, подбирает общее решение уравнения и находит значения произвольных постоянных из граничных условий, а также исследует вопрос о существовании и единственности решения краевой задачи.
16	Задача Штурма – Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. В результате работы на практических занятиях студент ставит задачу Штурма – Лиувилля, находит

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	собственные значения и соответствующие им собственные функции для простейших краевых задач, а также проверяет свойство ортогональности собственных функций.
17	Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. В результате работы на практических занятиях студент представляет решение линейного дифференциального уравнения в виде степенного ряда с неопределёнными коэффициентами, находит рекуррентные формулы для коэффициентов ряда и определяет радиус сходимости полученного решения.
18	Особые точки и метод Фробениуса (регулярные особые точки). В результате работы на практических занятиях студент определяет регулярные особые точки дифференциального уравнения, составляет определяющее уравнение и по его корням строит решения в виде обобщённых степенных рядов.
19	Метод Фробениуса (случай кратных и различающихся на целое число корней). В результате работы на практических занятиях студент строит второе линейно независимое решение методом Фробениуса в случаях, когда корни определяющего уравнения совпадают или отличаются на целое число, и записывает общее решение в окрестности регулярной особой точки.
20	Преобразование Лапласа. Основные определения и свойства. В результате работы на практических занятиях студент вычисляет преобразование Лапласа для основных элементарных функций (экспонента, синус, косинус, степенная функция), применяет свойства линейности и дифференцирования оригинала, а также находит изображения производных и интегралов.
21	Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В результате работы на практических занятиях студент переводит задачу Коши для линейного дифференциального уравнения в алгебраическое уравнение относительно изображения, решает это алгебраическое уравнение и выполняет обратное преобразование Лапласа для нахождения решения исходной задачи.
22	Использование таблиц преобразования Лапласа и теоремы свёртки. В результате работы на практических занятиях студент пользуется таблицами соответствия оригиналов и изображений, применяет теорему свёртки для нахождения оригиналов произведений изображений и решает дифференциальные уравнения с правой частью специального вида с помощью преобразования Лапласа.
23	Численные методы решения дифференциальных уравнений (метод Эйлера и метод Рунге – Кутты). В результате работы на практических занятиях студент реализует явный метод Эйлера для численного решения задачи Коши, применяет метод Рунге – Кутты второго и четвёртого порядка точности, а также сравнивает точность различных численных методов на тестовых примерах.
24	Итоговый практикум по методам решения дифференциальных уравнений первого и высших порядков. В результате работы на практических занятиях студент распознаёт тип дифференциального уравнения и выбирает рациональный метод его решения, уверенно применяет изученные методы для решения уравнений вплоть до систем (подготовка к следующему семестру) и проверяет полученные решения подстановкой в исходное уравнение.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведенных источников

№ п/п	Вид самостоятельной работы
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. — 6-е изд.,испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	https://search.rsl.ru/ru/record/01004406831?ysclid=mc95fowwzr46078329
2	Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / И. Г. Петровский ; под редакцией А. Д. Мышкиса, О. А. Олейник. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1144-7	https://znanium.ru/read?id=254610 (дата обращения: 23.06.2025)
3	Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В. И. Арнольд. — 2-е изд., стереотип. —	https://znanium.ru/read?id=309171 (дата обращения: 23.06.2025)

	Москва : МЦНМО, 2020. — 341 с. — ISBN 978-5-4439-3254-5	

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http://library.miit.ru);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/);
- Интернет-университет информационных технологий (http://www.intuit.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 4 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта М.К. Турцынский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии Н.А. Андриянова