

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Классические задачи оптимизации**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 24.05.2022

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение – в продолжение фундаментального курса анализа (или параллельно ему) основных фактов и выводов классического вариационного исчисления (непосредственно связанных с классическими задачами оптимизации);

- изучение необходимых связей этой науки с численными методами, механикой, теорией оптимального управления и др. разделами математики;

- обзор (на новом уровне) основных фундаментальных фактов классического математического анализа и курса алгебры в связи с изучением далёких и глубоких обобщений этих фактов с целью усиления знаний роли основных фактов анализа и алгебры в общей структуре математического образования;

- подготовка к изучению специальных курсов, использующих методы оптимального управления и вариационного исчисления и классических задач оптимизации.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- формирование у обучающегося компетенций в области применения методов оптимального управления для проектной и научно-исследовательской деятельности;

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении теории оптимального управления при поиске оптимальных решений и их реализации;

- изучение методологии решения классических задач оптимизации непосредственно способствует этому.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

**Знать:**

- основные теоремы и формулы вариационного исчисления и

оптимального управления (приводящих к решению классических задач)

**Уметь:**

- анализировать условие задачи и применять соответствующий метод для ее решения, применять системный подход.

**Владеть:**

- навыками решения типовых задач по данной дисциплине.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 9 з.е. (324 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов			
	Всего	Семестр		
		№6	№7	№8
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	168	60	68	40
В том числе:				
Занятия лекционного типа	80	30	34	16
Занятия семинарского типа	88	30	34	24

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 156 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p>Экстремум функции нескольких переменных.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- безусловный экстремум ФНП.</li> </ul>
2	<p>Дифференцирование в нормированных пространствах.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- дифференцируемый функционал, производная по Гато, Фреше и Лагранжу в нормированных пространствах.</li> </ul>
3	<p>Основная задача вариационного исчисления.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сильный и слабый минимум;</li> <li>- уравнение Эйлера-Лагранжа и его первые интегралы.</li> </ul>
4	<p>Обобщения основной задачи вариационного исчисления.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задача Больца и условия трансверсальности.</li> </ul>
5	<p>Изопериметрические задачи.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- алгоритм решения изопериметрических задач. Метод множителей Лагранжа.</li> </ul>
6	<p>Достаточные условия сильного и слабого минимума в задачах вариационного исчисления.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие сопряженной точки. Условия Лежандра и Якоби.</li> </ul>
7	<p>Основная задача вариационного исчисления</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- классическая задача о наименьшей поверхности вращения;</li> <li>- классическая задача о брахистохроне.</li> </ul>
8	<p>Дифференцирование в нормированных пространствах</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные свойства производной по Фреше;</li> <li>- вариация по Лагранжу и ее основные свойства.</li> </ul>
9	<p>Обобщения основной задачи вариационного обобщения</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основная задача вариационного исчисления для функций многих переменных;</li> <li>- уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными.</li> </ul>
10	<p>Изопериметрические задачи</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- классическая задача Дидоны о кривой, занимающей наибольшую площадь;</li> <li>- классическая задача о форме.</li> </ul>
11	<p>Достаточные условия сильного и слабого минимума в задачах вариационного исчисления</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- функция Вейерштрасса. Поле экстремалей. Условие Вейерштрасса сильного минимума.</li> </ul>
12	<p>Экстремум функции нескольких переменных</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- условный экстремум ФНП. Множители Лагранжа.</li> </ul>

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Лабораторные работы

№ п/п	Наименование лабораторных работ / краткое содержание
1	Исследование динамических свойств управляемого объекта. В результате выполнения лабораторной работы студент учится на конкретных примерах строить графики собственного направления, строить фазовый портрет системы при отсутствии управления.
2	Численный синтез оптимального управления. В результате выполнения лабораторной работы студент учится на конкретных примерах строить собственные направления в окрестности положений равновесия, строить фазовый портрет оптимальной системы.
3	Решение двухточечной задачи оптимального управления. В результате выполнения лабораторной работы студент на конкретных примерах учится аналитическому расчету оптимальной траектории в прямом времени.
4	Оптимальное управление поездом по критерию расхода механической энергии. В результате выполнения лабораторной работы студент на конкретных примерах учится вычислению условно оптимальной траектории движения поезда.
5	Решение стационарной задачи АКОР. В результате выполнения лабораторной работы студент учится на конкретных примерах аналитическому и численному исследованию динамики неуправляемого объекта.
6	Экстремум функции, заданной на дискретном множестве В результате выполнения лабораторной работы студент учится решать численно задачи дискретной оптимизации, применяя различные приближенные методы, сравнивать полученные приближенные решения друг с другом и делать вывод о наилучшем методе решения для каждой конкретной задачи.
7	Условный экстремум функции нескольких переменных В результате выполнения лабораторной работы студент учится на конкретных классических оптимизационных гладких задачах численно искать экстремум ФНП при заданных ограничениях (условный экстремум).
8	Экстремум функции нескольких переменных В результате выполнения лабораторной работы студент учится на конкретных классических оптимизационных гладких задачах искать экстремум ФНП, применяя численные методы.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Экстремум функции нескольких переменных. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных классических оптимизационных гладких задачах искать условный и безусловный экстремум ФНП, проверять достаточное условие экстремума.
2	Дифференцирование в нормированных пространствах. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах вычислять производные функционалов и искать точки недифференцируемости.
3	Основная задача вариационного исчисления. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах решать основные классические задачи вариационного исчисления через уравнение Эйлера-Лагранжа, проверять, является ли найденная экстремаль слабым минимумом, находить первые интегралы основной задачи.
4	Обобщения основной задачи вариационного исчисления. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах выписывать условия трансверсальности и решать задачу Больца, решать систему уравнений Эйлера-Лагранжа в

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	основной задаче для функций нескольких переменных, решать уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными, проверять, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.
5	Изопериметрические задачи. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах решать заданные изопериметрические задачи, проверять, является ли найденная экстремаль слабым минимумом.
6	Достаточные условия сильного и слабого минимума в задачах вариационного исчисления. В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах искать сопряженную точку для конкретной задачи, проверять условия Лежандра и Якоби для слабого минимума, Вейерштрасса - для сильного минимума.
7	Условный экстремум функции нескольких переменных В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных классических оптимизационных гладких задачах искать аналитическими методами экстремум ФНП при заданных ограничениях (условный экстремум), проверять достаточное условие экстремума.
8	Синтез оптимального управления В результате работы на практических занятиях студент учится на конкретных примерах искать собственные направления в окрестности положений равновесия, строить фазовый портрет оптимальной системы.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы
2	Подготовка к лабораторным и практическим занятиям
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «седло».

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «устойчивый узел».

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «устойчивый узел» с кратными корнями.

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «устойчивый фокус».

Оптимальное по быстродействию управление устойчивым линейным объектом с одним нулевым корнем.

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «неустойчивый узел».

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа « неустойчивый узел» с кратными корнями.

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «неустойчивый фокус».

Оптимальное по быстродействию управление неустойчивым линейным объектом с одним нулевым корнем.

Оптимальное по быстродействию управление линейным объектом типа «центр».

Решение задачи оптимального быстродействия для неустойчивого линейного объекта.

Решение задачи оптимального быстродействия для устойчивого линейного объекта.

Решение задачи оптимального быстродействия для линейного объекта с неограниченной областью управляемости.

Решение задачи оптимального быстродействия для линейного объекта с ограниченной областью управляемости.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления. Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - ISBN 978-5-8114-0893-1 Учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/210236">https://e.lanbook.com/book/210236</a>
2	В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению. Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 222 с. - ISBN 978-5-00101-799-8 Учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/135528">https://e.lanbook.com/book/135528</a>
3	Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0590-3	<a href="https://e.lanbook.com/book/2097">https://e.lanbook.com/book/2097</a>

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Общие информационные, справочные и поисковые системы

«Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань»  
(<http://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru/) (<http://ibooks.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

Mathcad Prime 3.0.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 7 семестре.

Зачет в 6, 8 семестрах.

Курсовая работа в 8 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры «Цифровые  
технологии управления  
транспортными процессами»

М.К. Турцынский

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева