МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Комбинаторная оптимизация

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- знакомство с фундаментальными понятиями и математическим аппаратом дискретной и комбинаторной оптимизации;
- изучение основных классов задач комбинаторной оптимизации (задача о рюкзаке, задача коммивояжера, задачи маршрутизации транспорта, задачи календарного планирования, задачи на графах и сетях), алгоритмов и методов их решения;
- формирование навыков программной реализации моделей комбинаторной оптимизации для решения прикладных задач в области транспорта, логистики и моделирования сложных систем.

Задачами дисциплины являются:

- знакомство студентов с основными классами задач дискретной математики и методами их решения (точными, приближенными и эвристическими);
- формирование и развитие компетенций в сфере использования методов дискретной математики и современных вычислительных инструментов для решения профессиональных задач;
- освоение навыков работы с реальными наборами данных и визуализации результатов оптимизации.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные классы задач комбинаторной оптимизации (задача о рюкзаке, задача коммивояжёра, задачи маршрутизации транспорта, задачи календарного планирования, задачи на графах и сетях, задачи покрытия и раскраски);
- принципы работы точных методов (метод ветвей и границ, динамическое программирование) и приближенных методов (жадные

алгоритмы, метаэвристики) и основы теории сложности вычислений (классы P и NP, NP-трудные задачи) и их значение для выбора метода решения.

Уметь:

- формализовать прикладные задачи (в том числе из области транспорта, логистики, управления цепочками поставок и моделирования сложных систем) в виде моделей дискретной оптимизации и применять специализированные библиотеки для поиска оптимальных и приближенных решений;
- визуализировать полученные решения (маршруты, структуры графов, распределение ресурсов) для интерпретации результатов и подготовки аналитических отчётов.

Владеть:

- навыками применения алгоритмов построения точного и приближённого решения экстремальных задач на дискретных множествах;
- навыками работы с открытыми наборами данных и инструментами их предобработки, а также инструментами визуализации результатов оптимизации.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации

образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Введение в комбинаторную оптимизацию Рассматриваемые вопросы: - понятие комбинаторной оптимизации и отличие от непрерывной; - основные элементы задачи: множество допустимых решений, целевая функция и ограничения; - примеры задач выбора, распределения, маршрутизации и размещения объектов; - точные, приближённые и эвристические методы решения и их значение в транспортной логистике.
2	Задача о рюкзаке: базовая постановка и жадные алгоритмы Рассматриваемые вопросы: - одномерная задача о булевом рюкзаке: математическая постановка и метод полного перебора; - жадный алгоритм выбора предметов по отношению стоимости к весу и его варианты; - контрпримеры, демонстрирующие неоптимальность жадного алгоритма; - оценка вычислительной сложности и связь с задачами загрузки транспортных средств.
3	Динамическое программирование в комбинаторной оптимизации Рассматриваемые вопросы: - принцип оптимальности Беллмана и понятие состояния системы; - построение рекуррентных соотношений и алгоритмов динамического программирования; - решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования; - применение динамического программирования в задачах на графах и оценка вычислительной сложности (псевдополиномиальные алгоритмы).
4	Транспортная задача Рассматриваемые вопросы: - матричная постановка транспортной задачи и условие баланса запасов с потребностями; - методы построения начального опорного плана (северо-западного угла, минимальной стоимости); - метод потенциалов: критерий оптимальности и улучшение плана с помощью циклов пересчёта; - несбалансированная (открытая) транспортная задача и её сведение к закрытой модели.
5	Задача о назначении и распределительная задача Рассматриваемые вопросы: - математическая постановка задачи о назначениях как частного случая транспортной задачи; - двудольные графы и совершенные паросочетания; - венгерский алгоритм и оценка его вычислительной сложности; - применение к распределению работ, ресурсов и транспортных средств.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
6	Кратчайшие пути и минимальное остовное дерево Рассматриваемые вопросы: - задача о кратчайшем пути: постановка и алгоритм Дейкстры; - алгоритм Беллмана — Форда как расширение для графов с отрицательными весами; - задача о минимальном остовном дереве: алгоритмы Краскала и Прима; - сравнение алгоритмов и их применение к проектированию транспортных сетей.
7	Модели потоков в сетях Рассматриваемые вопросы: - сеть, пропускные способности, допустимый поток и задача о максимальном потоке; - алгоритм Форда — Фалкерсона и теорема о максимальном eskorte и минимальном разрезе; - задача о потоке минимальной стоимости: постановка и область применения; - применение потоковых моделей к транспортным и логистическим сетям.
8	Целочисленное и булево программирование Рассматриваемые вопросы: - булевы и целочисленные переменные и построение линейных моделей; - моделирование логических условий с помощью линейных ограничений; - многомерная задача о рюкзаке как модель загрузки транспортного средства с ограничениями по массе и объёму; - линейная релаксация и её использование для получения оценок оптимального значения.
9	Вычислительная сложность комбинаторных задач Рассматриваемые вопросы: - классы сложности P и NP: полиномиальные и экспоненциальные алгоритмы; - NP-полные и NP-трудные задачи: понятие полиномиальной сводимости; - примеры NP-полных задач комбинаторной оптимизации; - влияние вычислительной сложности на выбор между точными и приближёнными методами решения.
10	Задача коммивояжёра Рассматриваемые вопросы: - математическая постановка задачи коммивояжёра (симметричная и асимметричная); - полный перебор маршрутов и оценка его вычислительной сложности; - метод ветвей и границ: алгоритм Литтла и построение нижних оценок целевой функции; - применение точных методов к планированию транспортных маршрутов и анализ дерева поиска.
11	Приближённые алгоритмы и метаэвристические методы Рассматриваемые вопросы: - необходимость приближённых методов для NP-трудных задач и оценка качества приближённого решения. - жадные алгоритмы и методы локального поиска (на примере улучшения маршрутов алгоритмом 2-opt). - основные принципы метаэвристик: идеи и механизмы поиска в имитации отжига и генетических алгоритмах. - сравнение точных, приближённых и метаэвристических методов на примере задачи коммивояжёра.
12	Задача маршрутизации транспорта Рассматриваемые вопросы: - постановка задачи маршрутизации транспортных средств (VRP) и её классическая модель с ограничениями вместимости (CVRP); - математическая модель CVRP и эвристические методы построения начальных маршрутов; - задача VRPTW с временными окнами как расширение базовой модели маршрутизации; - методы локального улучшения маршрутов и прикладные задачи транспортной логистики.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
13	Задачи раскраски графов и календарного планирования Рассматриваемые вопросы: - задача раскраски графа: математическая постановка, хроматическое число и базовые алгоритмы; - применение раскраски графов для составления расписаний и распределения ресурсов в транспортной сфере; - задачи календарного планирования с ограничениями предшествования и сетевые модели работ; - метод критического пути, расчёт резервов времени и учёт ограниченности ресурсов.
14	Задачи размещения объектов Рассматриваемые вопросы: - общая постановка и математические модели задач размещения объектов обслуживания; - задачи p-медианы (минимизация суммарного расстояния) и p-центра (минимизация максимального расстояния); - критерии оптимальности размещения и ограничения на число и допустимые места расположения объектов; - применение моделей размещения к задачам размещения складов, терминалов и транспортной инфраструктуры.
15	Теория Рамсея Рассматриваемые вопросы: - основные понятия теории Рамсея: раскраски рёбер полных графов и одноцветные полные подграфы; - числа Рамсея, их комбинаторная интерпретация и теорема Рамсея для графов; - экстремальные задачи на графах и комбинаторные доказательства существования структур; - вычислительный поиск малых чисел Рамсея и анализ структурных закономерностей в сетях.
16	Вычислительный эксперимент в комбинаторной оптимизации Рассматриваемые вопросы: - организация вычислительного эксперимента и формирование репрезентативных тестовых наборов задач; - выбор критериев сравнения алгоритмов (качество решения, время работы, устойчивость результатов); - сравнение точных, приближённых и метаэвристических методов на практических примерах; - анализ результатов экспериментов, визуализация данных и интерпретация выводов для прикладных задач.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Математическая постановка задач комбинаторной оптимизации В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математических моделей задач комбинаторной оптимизации на практических примерах, определения целевых функций, переменных и ограничений, а также определения множества допустимых решений и поиска оптимального решения методом полного перебора для небольших задач.
2	Задача о рюкзаке: полный перебор и жадные алгоритмы В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математической модели задачи о рюкзаке, реализации метода полного перебора и жадных алгоритмов на Python, сравнения полученных решений с оптимальными и анализа качества

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	приближённых решений. Дополнительно рассматривается постановка задачи загрузки транспортного средства с ограничениями по массе и объёму груза.
3	Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования В результате работы на практическом занятии студент получает навыки построения рекуррентных соотношений для задачи о рюкзаке, применения метода динамического программирования и программной реализации соответствующего алгоритма на Python, а также сравнения его вычислительной эффективности с методом полного перебора.
4	Решение транспортной задачи методом потенциалов В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математической модели транспортной задачи, построения начального опорного плана, проверки условий оптимальности и применения метода потенциалов для расчёта оптимальных планов перевозок.
5	Решение задачи о назначениях В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математической модели задачи о назначениях как частного случая транспортной задачи, применения венгерского алгоритма и осуществления расчётов для практических задач распределения работ, ресурсов и транспортных средств.
6	Задачи на графах: кратчайшие пути и минимальное остовное дерево В результате работы на практическом занятии студент получает навыки представления транспортных и коммуникационных сетей в виде графов, применения алгоритмов Дейкстры для поиска кратчайших путей и Краскала для построения минимального остовного дерева, а также программной реализации и анализа результатов работы алгоритмов.
7	Решение задач о потоках в сетях В результате работы на практическом занятии студент получает навыки на практических примерах формулировать задачи о максимальном потоке и минимальном разрезе и осуществлять их расчёт для транспортных сетей с помощью программных библиотек, а также анализировать полученные решения с точки зрения пропускной способности сети.
8	Модели целочисленного и булева программирования В результате работы на практическом занятии студент получает навыки построения математических моделей задач целочисленного и булева программирования, формализации логических условий с помощью линейных ограничений, а также решения практических задач, в том числе многомерной задачи о рюкзаке для загрузки транспортного средства с ограничениями по массе и объёму, с использованием программных средств оптимизации.
9	Решение задачи коммивояжёра методом ветвей и границ В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математической модели задачи коммивояжёра, применения метода ветвей и границ для поиска оптимального маршрута, построения верхних и нижних оценок целевой функции, анализа дерева поиска и оценки вычислительной сложности решения.
10	Приближённые методы решения задачи коммивояжёра В результате работы на практическом занятии студент получает навыки построения приближённых маршрутов с использованием жадных алгоритмов и методов локального поиска, применения алгоритма 2-opt для улучшения маршрутов, сравнения полученных решений с оптимальными на небольших экземплярах задачи и оценки качества приближённых решений на различных экземплярах задачи.
11	Задачи маршрутизации транспортных средств В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математической модели задачи маршрутизации транспортных средств с ограничениями по вместимости транспортных средств (CVRP), построения допустимых маршрутов и определения их суммарной стоимости, применения эвристических алгоритмов и программных средств, в частности OR-Tools, а также анализа влияния ограничений на структуру получаемых маршрутов.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	Дополнительно рассматривается постановка задачи маршрутизации с временными окнами (VRPTW).
12	Метаэвристические методы решения задач комбинаторной оптимизации В результате работы на практическом занятии студент получает навыки программной реализации одного из метаэвристических методов (имитации отжига или генетического алгоритма) для решения задачи комбинаторной оптимизации, выбора и настройки параметров алгоритма, проведения вычислительных экспериментов и сравнения качества получаемых решений при различных настройках алгоритма.
13	Задачи раскраски графов и календарного планирования В результате работы на практическом занятии студент получает навыки построения графовых моделей задач распределения ресурсов и составления расписаний, применения алгоритмов раскраски вершин графа для определения допустимого распределения конфликтующих работ или объектов по временным интервалам, а также построения сетевых моделей календарного планирования и определения критического пути.
14	Задачи размещения объектов: p-медиана и p-центр В результате работы на практическом занятии студент получает навыки формулирования математических моделей задач p-медианы и p-центра, определения оптимального расположения объектов обслуживания на транспортной сети, решения соответствующих задач с использованием точных или приближённых методов и сравнения полученных решений с точки зрения минимизации суммарного расстояния и максимального расстояния до пунктов обслуживания.
15	Элементы теории Рамсея и экстремальные задачи на графах В результате работы на практическом занятии студент получает навыки исследования раскрасок рёбер полных графов, поиска одноцветных полных подграфов заданного размера и определения чисел Рамсея для небольших графов с помощью полного перебора, а также анализа закономерностей возникновения одноцветных структур при различных раскрасках.
16	Вычислительный эксперимент в задачах комбинаторной оптимизации В результате работы на практическом занятии студент получает навыки организации и проведения вычислительных экспериментов для сравнения точных, приближённых и метаэвристических алгоритмов, рассмотренных в течение семестра, оценки качества получаемых решений и времени работы алгоритмов на различных экземплярах задач, визуализации результатов и формулирования выводов об эффективности и области применимости рассматриваемых методов.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы из приведённых источников.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Выполнение программных заданий с использованием языка Python.
4	Работа с открытыми наборами данных (TSPLIB, реальные транспортные графы, логистические данные).
5	Выполнение курсового проекта.
6	Подготовка к промежуточной аттестации.
7	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

В течение семестра студент выполняет курсовую работу. Любая выбранная тема должна содержать программную реализацию, численное моделирование траекторий или верификацию модели на реальных/сгенерированных статистических данных. Чисто реферативные работы не допускаются.

Примерный перечень тем курсовых работ:

1. Сравнение точных и приближённых методов решения задачи о рюкзаке
2. Математическая модель многомерной задачи загрузки транспортного средства
3. Решение задачи коммивояжёра методом ветвей и границ
4. Сравнение эвристических алгоритмов решения задачи коммивояжёра
5. Математическое моделирование и оптимизация маршрутов транспортных средств с ограничением вместимости
6. Оптимизация маршрутизации транспортных средств с временными окнами
7. Разработка интерактивного дашборда для визуализации результатов комбинаторной оптимизации
8. Вычислительное исследование малых чисел Рамсея
9. Сравнение алгоритмов построения минимального остовного дерева транспортной сети
10. Оптимизация календарного планирования проекта с ограничениями предшествования
11. Математическое моделирование потоков в транспортной сети
12. Раскраска графов как инструмент составления расписаний
13. Исследование зависимости свойств двухцветных раскрасок графов от структурных характеристик графа
14. Многопродуктовая потоковая задача в транспортной сети
15. Сравнительный анализ точных и метаэвристических методов решения задачи коммивояжёра
16. Влияние структуры графа на эффективность алгоритмов комбинаторной оптимизации

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гашков, С. Б. Алгоритмы дискретной оптимизации: учебник для вузов / С. Б. Гашков. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 134 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21996-8	https://urait.ru/bcode/600512 (дата обращения: 02.11.2026)
2	Катаргин, Н. В. Анализ и моделирование логистических систем: Учебник для вузов / Н. В. Катаргин, О. Н. Ларин, Ф. Д. Венде. — 2-е стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 248 с. — ISBN 978-5-8114-8672-4	https://e.lanbook.com/book/179155 (дата обращения: 02.11.2026)
3	Карпов, Д. А. Методы и алгоритмы решения прикладных задач дискретной оптимизации: учебное пособие / Д. А. Карпов, В. И. Струченков. - Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2020. - 200 с. - ISBN 978-5-91359-399-3	https://znanium.ru/catalog/product/2185393 (дата обращения: 03.11.2026)
4	Карпов, Д. В. Теория графов: учебное пособие / Д. В. Карпов. — Москва: МЦНМО, 2022. — 555 с. — ISBN 978-5-4439-3690-1	https://e.lanbook.com/book/305501 (дата обращения: 02.11.2026)
5	Тюхтина, А. А. Методы дискретной оптимизации учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014 — Часть 1 — 2014. — 62 с	https://e.lanbook.com/book/153140 (дата обращения: 09.04.2025)
6	Тюхтина, А. А. Методы дискретной оптимизации: учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015 — Часть 2 — 2015. — 72 с	https://e.lanbook.com/book/153141 (дата обращения: 02.11.2026)
7	Юрьева, А. А. Математическое программирование: учебное пособие /	https://e.lanbook.com/book/212210 (дата обращения: 02.11.2026)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Официальный сайт РУТ (МИИТ) (https://www.miit.ru/);
- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (https://library.miit.ru/);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/);
- Электронно-библиотечная система «Лань» (https://e.lanbook.com/);

- Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (https://ibooks.ru/);
- Интернет-университет информационных технологий (https://intuit.ru/);
- Федеральная служба государственной статистики (https://rosstat.gov.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.
- Операционная система Windows / Linux / macOS
- Веб-браузеры для доступа к образовательным ресурсам и документации: – Mozilla Firefox ,– Яндекс Браузер
- Microsoft Office (в том числе MS Excel для работы с данными)
- Язык программирования Python 3.x
- Специализированные библиотеки:
- NetworkX (анализ графов и вычисление мер центральности)
- PuLP / SciPy.optimize (целочисленное и линейное программирование)
- Matplotlib / Plotly / Seaborn (визуализация данных)
- Folium (визуализация маршрутов на картах)
- Pandas / NumPy (работа с данными)
- Среды разработки: Jupyter Notebook, PyCharm, VS Code или совместимые онлайн-платформы

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащённые компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 6 семестре.
Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта А.С. Милевский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ С.А. Тищенко

и.о. заведующего кафедрой ММСС С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии Н.А. Андриянова