

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программы бакалавриата
по направлению подготовки
38.03.01 Экономика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Линейная алгебра

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль): Экономика и инженерия транспортных систем. Программа двойного диплома с Высшей школой экономики

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 366399
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Курзина Ангелина
Михайловна
Дата: 15.09.2025

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями изучения дисциплины являются:

- Обеспечение студентов фундаментальными знаниями по линейной алгебре, необходимыми для анализа и моделирования процессов в экономике и инженерии транспортных систем.
- Формирование навыков использования методов линейной алгебры для решения прикладных задач оптимизации и построения экономических моделей.
- Развитие аналитического мышления и умения применять системный подход в работе с математическими данными.
- Создание условий для формирования базовых компетенций, связанных с использованием линейной алгебры в контексте профессиональной деятельности.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Изучить основные понятия и методы линейной алгебры, включая теорию векторных пространств, линейных отображений и матричного анализа.
- Освоить способы решения систем линейных уравнений, применения линейного программирования и анализа данных.
- Сформировать навыки применения математических методов для моделирования, оптимизации и разработки экономических моделей.
- Обеспечить использование современных педагогических методов и ресурсов для изучения дисциплины, включая цифровые инструменты и базы данных.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2 - Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

основы векторной алгебры, матричного анализа, теории линейных и евклидовых пространств, теории линейных отображений и операторов, квадратичных и билинейных форм

Уметь:

Выбирать методы анализа и интерпретации данных в зависимости от условий задачи.

Применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач оптимизации.

Анализировать математические модели в профессиональной сфере.

Владеть:

Техниками и методами векторного и матричного анализа для решения количественных прикладных и теоретических задач.

Навыками построения аналитических выводов из математических данных.

Знать:

Основы линейного программирования и их применение.

Методы построения экономических и инженерных моделей.

Уметь:

Решать типовые математические задачи курса

Использовать математический язык для описания и решения задач

Применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач построения и анализа экономических моделей.

Владеть:

Методами линейного программирования для оптимизации распределения ресурсов.

Цифровыми инструментами для моделирования и анализа данных.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 7 з.е. (252 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №1
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	60	60
В том числе:		
Занятия лекционного типа	30	30
Занятия семинарского типа	30	30

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 192 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Комплексные числа Рассматриваемые вопросы: - определение комплексных чисел, геометрическая интерпретация, тригонометрическая форма, операции (сложение, умножение, деление, вычисление корней); - многочлены: основная теорема алгебры, разложение многочлена на неприводимые множители.
2	Числовые векторы Рассматриваемые вопросы: - определение числовых векторов, операции над числовыми векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); - линейная зависимость и независимость числовых векторов; - ранг набора векторов. - Экономические примеры: индексы Ласпейреса и Пааше оценки инфляции.
3	Элементы матричной алгебры Рассматриваемые вопросы: - определение числовой матрицы, ранг матрицы, типы матриц; - приведение матрицы к ступенчатому и каноническому виду, операции над матрицами (сложение, умножение на число, транспонирование, матричное умножение, степени матриц и многочлены от матриц). - экономические примеры: технологические матрицы и линейные модели производственных процессов.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
4	Определитель матрицы Рассматриваемые вопросы: - четыре определения, - дополнительные свойства, - приложение к теории систем линейных уравнений и геометрии.
5	Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Рассматриваемые вопросы: - Миноры и теорема о ранге матрицы. - Обратимость матриц и обратная матрица. - Простейшие матричные уравнения. - Системы линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: решение методом обратной матрицы и методом Крамера. - Экономические примеры: обратные задачи в линейных моделях производственных процессов.
6	Системы линейных уравнений общего вида. Рассматриваемые вопросы: - теоремы о структуре множества решений, - решение с.л.у. методом Гаусса и Гаусса-Жордана.
7	Нормальные псевдорешения и псевдообратные матрицы. Рассматриваемые вопросы: - определение, способы вычисления псевдообратной матрицы, - нахождение нормальных псевдорешений с.л.у. с помощью псевдообратной матрицы. - экономические примеры: использование нормальных псевдорешений при построении линейной аппроксимации эмпирических данных с помощью метода наименьших квадратов
8	Линейные пространства. Рассматриваемые вопросы: - определение линейного пространства, примеры, - теорема о базисе, размерность пространства, координаты вектора в базисе, понятие подпространства; - переход к новому базису и соответствующее преобразование координат.
9	Линейные отображения Рассматриваемые вопросы: - определение и примеры линейного отображения, - образ и ядро линейного отображения, - матрица линейного отображения (оператора). - преобразование матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. - понятие о подобных матрицах.
10	Собственные значения и собственные векторы линейных операторов Рассматриваемые вопросы: - Инвариантные подпространства линейных операторов. - Собственные значения и собственные векторы линейных операторов и матриц. - Экономические примеры: нахождение формулы общего члена рекуррентно заданной последовательности в дискретных моделях экономических процессов. - Неотрицательные и продуктивные матрицы. Экономический пример: модель Леонтьева межотраслевого баланса.
11	Диагонализация матриц. Симметричные и ортогональные матрицы Рассматриваемые вопросы: - Диагонализуемость и диагонализация матриц над полем $\mathbb{C}$ и над полем $\mathbb{R}$. - Использование диагонального вида матрицы для нахождения ее степени. - Симметричные и ортогональные матрицы. - Диагонализуемость симметричных матриц.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
12	Квадратичные формы Рассматриваемые вопросы: - Квадратичные формы: определение, матрицы квадратичных форм, преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису (линейной замене координат), классы знакоопределенности квадратичных форм. - Экономические примеры: использование классификации квадратичных форм в простейших задачах оптимизации.
13	Жорданова форма матрицы. Рассматриваемые вопросы: - Использование жордановой формы матрицы для нахождения ее степени. - Экономические примеры: нахождение формулы общего члена рекуррентно заданной последовательности в дискретных моделях экономических процессов (общий случай).
14	Евклидовы пространства. Рассматриваемые вопросы: - Определение евклидовых пространств, примеры, основные свойства. - Ортогональные и ортонормированные базисы. - Ортогонализация Грама-Шмидта. - Расстояние до подпространства.
15	Элементы линейного программирования. Рассматриваемые вопросы: - задачи линейного программирования, - графический метод решения з.л.п., - понятие о симплекс-методе решения з.л.п., - двойственная задача линейного программирования и теоремы двойственности. - экономические примеры: теневые цены ресурсов в задаче о распределении ресурсов; задачи, сводящиеся к задачам линейного программирования: задача о раскрое материала, задача о рационе, задача о максимальном потоке, транспортная задача и др.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Комплексные числа. В результате работы студент научится осуществлять операции с комплексными числами, решать уравнения и системы уравнений с комплексными числами, раскладывать многочлены на множители с использованием вычисления их комплексных корней.
2	Числовые векторы. Матрицы. В результате работы студент научится осуществлять операции над векторами, устанавливать линейную зависимость/независимость наборов векторов; приводить матрицы к ступенчатому и каноническому виду; вычислять ранг матрицы.
3	Операции над матрицами В результате работы студент научится осуществлять операции над матрицами: складывать, умножать на число, транспонировать, умножать матрицы между собой.
4	Определитель матрицы В результате работы студент научится вычислять определитель матрицы с использованием свойств определителя.
5	Ранг матрицы. Обратная матрица. В результате работы студент научится вычислять ранг матрицы методом максимальных миноров;

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	находить обратную матрицу; решать простейшие матричные уравнения и с.л.у. с квадратной обратимой матрицей.
6	Решение систем линейных уравнений. В результате работы студент научится решать с.л.у. общего вида методом Гаусса и Гаусса-Жордана.
7	Псевдообратные матрицы и псевдорешения систем линейных уравнений. В результате работы студент научится находить псевдообратную матрицу; находить нормальное псевдорешение с.л.у. методом обратной матрицы; находить уравнения линейной аппроксимации эмпирических данных и использовать линейную аппроксимацию в задаче прогнозирования.
8	Проведение контрольной работы 1.
9	Линейные пространства и линейные операторы. В результате работы студент научится находить матрицу перехода, вычислять координаты вектора при переходе к новому базису, находить матрицу линейного оператора в различных базисах.
10	Собственные значения и собственные векторы матриц и линейных операторов В результате работы студент научится находить собственные значения и собственные векторы матриц и линейных операторов; диагонализировать матрицы; вычислять степени диагонализуемых матриц; исследовать матрицы на продуктивность.
11	Квадратичные формы В результате работы студент научится решать задачи на диагонализацию симметричной матрицы с помощью ортогональной; приводить квадратичную форму к каноническому виду; исследовать квадратичную форму на знакоопределенность; приводить квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа.
12	Жорданова форма матрицы В результате работы студент научится вычислять жорданову форму матрицы; использовать жорданову форму для нахождения степеней матрицы.
13	Евклидово пространство В результате работы студент научится раскладывать вектора евклидова пространства по ортонормированному базису, ортогонализировать базис методом Грама-Шмидта, находить расстояние вектора до подпространства.
14	Задачи линейного программирования В результате работы студент научится решать простейшие задачи линейного программирования графическим и симплекс-методом; строить двойственной задачи; находить решения двойственной задачи по решению исходной с помощью теорем двойственности.
15	Проведение контрольной работы 2.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям.
2	Подготовка к промежуточной аттестации.
3	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	атарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнеv ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/556226 (дата обращения: 15.09.2025). Татарников, О. В. Учебник Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. , 2025	https://urait.ru/bcode/556226
2	Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебник для среднего профессионального образования / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/565756 (дата обращения: 15.09.2025). Лубягина Е. Н. Издательство Юрайт, 2025. — 150 с. , 2025	https://urait.ru/bcode/565756
3	Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15839-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560017 (дата обращения: 15.09.2025). Бурмистрова Е. Б. Учебник Издательство Юрайт, 2025. — 421 с. , 2025	https://urait.ru/bcode/560017

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (<http://window.edu.ru>);

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.mii.ru>);

Поисковые системы «Яндекс», «Google» для доступа к тематическим информационным ресурсам;

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» — <http://e.lanbook.com/>;

Электронно-библиотечная система ibooks.ru — <http://ibooks.ru/>;

Электронно-библиотечная система «УМЦ» – <http://www.umczdt.ru/>;
Электронно-библиотечная система «Intermedia» – <http://www.intermediapublishing.ru/>;
Электронно-библиотечная система «BOOK.ru» – <http://www.book.ru/>;
Электронно-библиотечная система «ZNANIUM.COM» – <http://www.znanium.com/>

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Программное обеспечение для выполнения практических заданий включает в себя программные продукты общего применения: операционную систему Windows, Microsoft Office 2003 и выше, Браузер Internet Explorer 8.0 и выше с установленным Adobe Flash Player версии 10.3 и выше, Adobe Acrobat.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Компьютеры
Интерактивные доски
Проекторы
Экраны

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 1 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

начальник отдела

Е.А. Козловцева

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ВМ

А.М. Курзина

Председатель учебно-методической
комиссии

Д.В. Паринов