

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
38.03.01 Экономика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Линейная алгебра**

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль): Экономика и инженерия транспортных систем. Программа двойного диплома с Высшей школой экономики

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 366399  
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Курзина Ангелина Михайловна  
Дата: 27.04.2026

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями изучения дисциплины являются:

- Обеспечение студентов фундаментальными знаниями по линейной алгебре, необходимыми для анализа и моделирования процессов в экономике и инженерии транспортных систем.

- Формирование навыков использования методов линейной алгебры для решения прикладных задач оптимизации и построения экономических моделей.

- Развитие аналитического мышления и умения применять системный подход в работе с математическими данными.

- Создание условий для формирования базовых компетенций, связанных с использованием линейной алгебры в контексте профессиональной деятельности.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Изучить основные понятия и методы линейной алгебры, включая теорию векторных пространств, линейных отображений и матричного анализа.

- Освоить способы решения систем линейных уравнений, применения линейного программирования и анализа данных.

- Сформировать навыки применения математических методов для моделирования, оптимизации и разработки экономических моделей.

- Обеспечить использование современных педагогических методов и ресурсов для изучения дисциплины, включая цифровые инструменты и базы данных.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

**УК-2** - Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

**Знать:**

- Основы векторной алгебры, матричного анализа, теории линейных и евклидовых пространств.

- Основы теории линейных отображений и операторов, квадратичных и билинейных форм.

**Уметь:**

- Выбирать методы анализа и интерпретации данных в зависимости от условий задачи.

- Применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач оптимизации.

- Анализировать математические модели в профессиональной сфере.

**Владеть:**

- Техниками и методами векторного и матричного анализа для решения количественных прикладных и теоретических задач.

- Навыками построения аналитических выводов из математических данных.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 7 з.е. (252 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №1
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	60	60
В том числе:		
Занятия лекционного типа	30	30
Занятия семинарского типа	30	30

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 192 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<b>Комплексные числа</b> Рассматриваемые вопросы: - определение комплексных чисел, геометрическая интерпретация, тригонометрическая форма, операции (сложение, умножение, деление, вычисление корней); - многочлены: основная теорема алгебры, разложение многочлена на неприводимые множители.
2	<b>Числовые векторы</b> Рассматриваемые вопросы: - определение числовых векторов, операции над числовыми векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); - линейная зависимость и независимость числовых векторов; - ранг набора векторов. - Экономические примеры: индексы Ласпейреса и Пааше оценки инфляции.
3	<b>Элементы матричной алгебры</b> Рассматриваемые вопросы: - определение числовой матрицы, ранг матрицы, типы матриц; - приведение матрицы к ступенчатому и каноническому виду, операции над матрицами (сложение, умножение на число, транспонирование, матричное умножение, степени матриц и многочлены от матриц). - экономические примеры: технологические матрицы и линейные модели производственных процессов.
4	<b>Определитель матрицы</b> Рассматриваемые вопросы: - четыре определения, - дополнительные свойства, - приложение к теории систем линейных уравнений и геометрии.
5	<b>Обратная матрица. Системы линейных уравнений.</b> Рассматриваемые вопросы: - Миноры и теорема о ранге матрицы. - Обратимость матриц и обратная матрица. - Простейшие матричные уравнения. - Системы линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей: решение методом обратной матрицы и методом Крамера. - Экономические примеры: обратные задачи в линейных моделях производственных процессов.
6	<b>Системы линейных уравнений общего вида.</b> Рассматриваемые вопросы:

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- теоремы о структуре множества решений,</li> <li>- решение с.л.у. методом Гаусса и Гаусса-Жордана.</li> </ul>
7	<p><b>Нормальные псевдорешения и псевдообратные матрицы.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение, способы вычисления псевдообратной матрицы,</li> <li>- нахождение нормальных псевдорешений с.л.у. с помощью псевдообратной матрицы.</li> <li>- экономические примеры: использование нормальных псевдорешений при построении линейной аппроксимации эмпирических данных с помощью метода наименьших квадратов</li> </ul>
8	<p><b>Линейные пространства.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение линейного пространства, примеры,</li> <li>- теорема о базисе, размерность пространства, координаты вектора в базисе, понятие подпространства;</li> <li>- переход к новому базису и соответствующее преобразование координат.</li> </ul>
9	<p><b>Линейные отображения</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение и примеры линейного отображения,</li> <li>- образ и ядро линейного отображения,</li> <li>- матрица линейного отображения (оператора).</li> <li>- преобразование матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису.</li> <li>- понятие о подобных матрицах.</li> </ul>
10	<p><b>Собственные значения и собственные векторы линейных операторов</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Инвариантные подпространства линейных операторов.</li> <li>- Собственные значения и собственные векторы линейных операторов и матриц.</li> <li>- Экономические примеры: нахождение формулы общего члена рекуррентно заданной последовательности в дискретных моделях экономических процессов.</li> <li>- Неотрицательные и продуктивные матрицы. Экономический пример: модель Леонтьева межотраслевого баланса.</li> </ul>
11	<p><b>Диагонализация матриц. Симметричные и ортогональные матрицы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Диагонализуемость и диагонализация матриц над полем <math>\mathbb{C}</math> и над полем <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>- Использование диагонального вида матрицы для нахождения ее степени.</li> <li>- Симметричные и ортогональные матрицы.</li> <li>- Диагонализуемость симметричных матриц.</li> </ul>
12	<p><b>Квадратичные формы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Квадратичные формы: определение, матрицы квадратичных форм, преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису (линейной замене координат), классы знакоопределенности квадратичных форм.</li> <li>- Экономические примеры: использование классификации квадратичных форм в простейших задачах оптимизации.</li> </ul>
13	<p><b>Жорданова форма матрицы.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Использование жордановой формы матрицы для нахождения ее степени.</li> <li>- Экономические примеры: нахождение формулы общего члена рекуррентно заданной последовательности в дискретных моделях экономических процессов (общий случай).</li> </ul>
14	<p><b>Евклидовы пространства.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Определение евклидовых пространств, примеры, основные свойства.</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ортогональные и ортонормированные базисы.</li> <li>- Ортогонализация Грама-Шмидта.</li> <li>- Расстояние до подпространства.</li> </ul>
15	<p><b>Элементы линейного программирования.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задачи линейного программирования,</li> <li>- графический метод решения з.л.п.,</li> <li>- понятие о симплекс-методе решения з.л.п.,</li> <li>- двойственная задача линейного программирования и теоремы двойственности.</li> <li>- экономические примеры: теневые цены ресурсов в задаче о распределении ресурсов; задачи, сводящиеся к задачам линейного программирования: задача о раскрое материала, задача о рационе, задача о максимальном потоке, транспортная задача и др.</li> </ul>

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p><b>Комплексные числа.</b></p> <p>В результате работы студент научится осуществлять операции с комплексными числами, решать уравнения и системы уравнений с комплексными числами, раскладывать многочлены на множители с использованием вычисления их комплексных корней.</p>
2	<p><b>Числовые векторы. Матрицы.</b></p> <p>В результате работы студент научится осуществлять операции над векторами, устанавливать линейную зависимость/независимость наборов векторов; приводить матрицы к ступенчатому и каноническому виду; вычислять ранг матрицы.</p>
3	<p><b>Операции над матрицами</b></p> <p>В результате работы студент научится осуществлять операции над матрицами: складывать, умножать на число, транспонировать, умножать матрицы между собой.</p>
4	<p><b>Определитель матрицы</b></p> <p>В результате работы студент научится вычислять определитель матрицы с использованием свойств определителя.</p>
5	<p><b>Ранг матрицы. Обратная матрица.</b></p> <p>В результате работы студент научится вычислять ранг матрицы методом максимальных миноров; находить обратную матрицу; решать простейшие матричные уравнения и с.л.у. с квадратной обратимой матрицей.</p>
6	<p><b>Решение систем линейных уравнений.</b></p> <p>В результате работы студент научится решать с.л.у. общего вида методом Гаусса и Гаусса-Жордана.</p>
7	<p><b>Псевдообратные матрицы и псевдорешения систем линейных уравнений.</b></p> <p>В результате работы студент научится находить псевдообратную матрицу; находить нормальное псевдорешение с.л.у. методом обратной матрицы; находить уравнения линейной аппроксимации эмпирических данных и использовать линейную аппроксимацию в задаче прогнозирования.</p>
8	<p><b>Проведение контрольной работы 1.</b></p>
9	<p><b>Линейные пространства и линейные операторы.</b></p> <p>В результате работы студент научится находить матрицу перехода, вычислять координаты вектора при переходе к новому базису, находить матрицу линейного оператора в различных базисах.</p>
10	<p><b>Собственные значения и собственные векторы матриц и линейных операторов</b></p> <p>В результате работы студент научится находить собственные значения и собственные векторы</p>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	матриц и линейных операторов; диагонализировать матрицы; вычислять степени диагонализуемых матриц; исследовать матрицы на продуктивность.
11	<b>Квадратичные формы</b> В результате работы студент научится решать задачи на диагонализацию симметричной матрицы с помощью ортогональной; приводить квадратичную форму к каноническому виду; исследовать квадратичную форму на знакоопределенность; приводить квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа.
12	<b>Жорданова форма матрицы</b> В результате работы студент научится вычислять жорданову форму матрицы; использовать жорданову форму для нахождения степеней матрицы.
13	<b>Евклидово пространство</b> В результате работы студент научится раскладывать вектора евклидова пространства по ортонормированному базису, ортогонализировать базис методом Грама-Шмидта, находить расстояние вектора до подпространства.
14	<b>Задачи линейного программирования</b> В результате работы студент научится решать простейшие задачи линейного программирования графическим и симплекс-методом; строить двойственной задачи; находить решения двойственной задачи по решению исходной с помощью теорем двойственности.
15	Проведение контрольной работы 2.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям.
2	Подготовка к промежуточной аттестации.
3	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнеv ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9.	<a href="https://urait.ru/bcode/556226">https://urait.ru/bcode/556226</a>
2	Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебник для среднего профессионального образования / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7.	<a href="https://urait.ru/bcode/565756">https://urait.ru/bcode/565756</a>

3	Малугин, В. А. Линейная алгебра: практический курс для экономистов : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 361 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19706-8	<a href="https://urait.ru/bcode/560578">https://urait.ru/bcode/560578</a>
---	--	---

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» — <http://e.lanbook.com/>;

Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) — <http://ibooks.ru/>;

Электронно-библиотечная система «УМЦ» — <http://www.umczdt.ru/>;

Электронно-библиотечная система «Intermedia» — <http://www.intermediapublishing.ru/>;

Электронно-библиотечная система «BOOK.ru» — <http://www.book.ru/>;

Электронно-библиотечная система «ZNANIUM.COM» — <http://www.znanium.com/>

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

1) Интернет-браузер (Yandex и др.).

2) Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине используется аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием: проектор, экран, персональный компьютер/ноутбук.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 1 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

начальник отдела

Е.А. Козловцева

Согласовано:

Директор

Д.В. Паринов

и.о. заведующего кафедрой ВМ

А.М. Курзина

Председатель учебно-методической  
комиссии

Д.В. Паринов