## МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# «РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА» (РУТ (МИИТ)



Рабочая программа дисциплины (модуля), как компонент образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### Линейная и векторная алгебра

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль): Автоматизация и роботизация

технологических процессов

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)

ID подписи: 610876

Подписал: заведующий кафедрой Григорьев Павел

Александрович

Дата: 01.06.2025

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование фундаментальных знаний по основным разделам линейной и векторной алгебры для решения профессиональных задач в области мехатроники и робототехники;
- развитие навыков математического моделирования робототехнических систем с использованием аппарата линейной алгебры;
- освоение практических методов решения систем линейных уравнений, работы с матрицами и векторами, анализа линейных преобразований.

Задачами дисциплины(модуля) являются:

- изучение основных понятий и теорем линейной и векторной алгебры;
- освоение теории матриц, определителей и систем линейных уравнений, включая методы их решения и применения в задачах робототехники;
- изучение методов векторного и матричного анализа, их свойств и применения в робототехнических системах;
- формирование навыков решения задач на операции с матрицами и векторами;
- развитие умений решать системы линейных уравнений различными методами;
- освоение методов анализа линейных преобразований и операторов, их свойств и применения в робототехнических системах.
  - 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

- **ОПК-1** Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- **ОПК-4** Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

#### Знать:

- основные понятия и теоремы линейной и векторной алгебры, такие как векторы, матрицы, определители, системы линейных уравнений, операции с матрицами и векторами;
- теорию матриц, определителей и систем линейных уравнений, включая методы их решения и применения в задачах робототехники;
- методы векторного и матричного анализа, их свойства и применение в робототехнических системах;
- основы аналитической геометрии и их приложения в задачах кинематики, динамики и управления робототехническими системами;
- численные методы линейной алгебры, их достоинства и ограничения, а также применение в инженерных расчетах.

#### Уметь:

- решать задачи на операции с матрицами и векторами, включая умножение, сложение, транспонирование, определение ранга и обратной матрицы;
  - решать системы линейных уравнений различными методами;
- анализировать линейные преобразования и операторы, их свойства и применение в робототехнических системах;
- применять методы линейной алгебры в задачах кинематики роботов, включая расчет позиций, ориентаций, траекторий и рабочих зон.

#### Владеть:

- методами применения линейной алгебры в системах управления робототехническими системами;
  - навыками использования матричных методов в компьютерном зрении;
  - методами оптимизации с использованием аппарата линейной алгебры;
- методами численного анализа для инженерных расчетов в робототехнике.
  - 3. Объем дисциплины (модуля).
  - 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №2
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

- 3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).
- 3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.
  - 4. Содержание дисциплины (модуля).
  - 4.1. Занятия лекционного типа.

№	Толожина полити полити полити на пол	
$\Pi/\Pi$	Тематика лекционных занятий / краткое содержание	
1	Введение в линейную алгебру. Основные понятия	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- понятие векторного пространства;	
	- линейные операции над векторами;	
	- базис и размерность пространства;	
	- применение в задачах кинематики роботов.	
2	Матрицы и операции над ними	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- определение и виды матриц;	
	- сложение, умножение матриц и умножение на скаляр;	
	- транспонирование матриц;	
	- примеры использования в преобразованиях координат.	
3	Определители матриц и их свойства	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- понятие определителя;	
	- методы вычисления определителей;	
	- свойства определителей;	
	- применение в решении систем линейных уравнений.	

№			
	Тематика лекционных занятий / краткое содержание		
Π/Π			
4	Обратная матрица и ее вычисление		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- условия существования обратной матрицы;		
	- методы нахождения обратной матрицы;		
	- применение обратной матрицы в преобразованиях;		
	- примеры использования в робототехнике.		
5	Системы линейных уравнений (СЛАУ)		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- основные понятия и классификация СЛАУ;		
	- метод Гаусса решения СЛАУ;		
	- метод Крамера;		
	- применение в расчетах траекторий движения роботов.		
6	Векторная алгебра. Основные операции		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- понятие вектора в п-мерном пространстве;		
	- скалярное произведение векторов и его свойства;		
	- векторное и смешанное произведение;		
7	- применение в расчетах моментов сил.		
7	Линейные преобразования и их матрицы		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- понятие линейного преобразования;		
	- матрица линейного преобразования; - собственные значения и собственные векторы;		
	- примеры в задачах управления роботами.		
8	Евклидовы и унитарные пространства		
8	Рассматриваемые вопросы:		
	- определение и свойства евклидова пространства;		
	- ортогональные системы векторов;		
	- процесс ортогонализации Грама-Шмидта;		
	- применение в обработке сенсорных данных.		
9	Квадратичные формы и их приведение		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- понятие квадратичной формы;		
	- матрица квадратичной формы;		
	- приведение к каноническому виду;		
	- использование в задачах оптимизации.		
10	Аналитическая геометрия в пространстве		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- уравнения прямых и плоскостей;		
	- взаимное расположение прямых и плоскостей;		
	- расстояния между геометрическими объектами;		
	- применение в расчетах кинематики манипуляторов.		
11	Кривые второго порядка		
	Рассматриваемые вопросы:		
	- кклассификация кривых второго порядка;		
	- канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы;		
	- приведение уравнений к каноническому виду;		
	- примеры в задачах траекторного планирования.		
12	Поверхности второго порядка		
	Рассматриваемые вопросы:		
	,		

$N_{\underline{0}}$	T	
$\Pi/\Pi$	Тематика лекционных занятий / краткое содержание	
	- основные виды поверхностей второго порядка;	
	- канонические уравнения поверхностей;	
	- сечения поверхностей плоскостями;	
	- использование в 3D-моделировании роботов.	
13	Линейные операторы в векторных пространствах	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- понятие линейного оператора;	
	- матрица линейного оператора;	
	- инвариантные подпространства;	
	- использование в задачах автоматического управления.	
14	Приложения линейной алгебры в робототехнике	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- матричные методы расчета кинематики;	
	- решение задач статики механизмов;	
	- применение в системах компьютерного зрения;	
	- примеры использования в алгоритмах управления.	
15	Численные методы линейной алгебры	
	Рассматриваемые вопросы:	
	- методы решения СЛАУ большой размерности;	
	- итерационные методы;	
	- понятие обусловленности матриц;	
	- применение в реальных инженерных расчетах.	

# 4.2. Занятия семинарского типа.

## Практические занятия

3.0				
$N_{\underline{0}}$	Тематика практических занятий/краткое содержание			
п/п	тематика практических запитии/краткое содержание			
1	Основные операции с векторами в робототехнике			
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят векторные операции (сложение,			
	вычитание, умножение на скаляр) на примерах расчета сил и моментов в роботизированных узлах,			
	что позволит сформировать навыки пространственного анализа механических систем.			
2	Работа с матрицами преобразований			
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся составлять и применять			
	матрицы преобразований для описания кинематики роботизированных манипуляторов, что			
	позволит сформировать понимание пространственных преобразований в робототехнике.			
3	Вычисление определителей для анализа устойчивости			
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы вычисления			
	определителей для анализа устойчивости систем управления роботов, что позволит сформировать			
	навыки оценки динамических характеристик.			
4	Применение обратных матриц в задачах управления			
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся вычислять и использовать			
	обратные матрицы для решения задач обратной кинематики роботов, что позволит сформировать			
	практические навыки синтеза алгоритмов управления.			
5	Решение СЛАУ для расчета траекторий			
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы решения систем			
	линейных уравнений при планировании траекторий движения промышленных роботов, что			
	позволит сформировать навыки математического моделирования траекторий.			

No	T	
$\Pi/\Pi$	Тематика практических занятий/краткое содержание	
6	Векторные произведения в расчетах моментов	
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся применять векторное и	
	смешанное произведения для расчета моментов сил в роботизированных узлах, что позволит	
	сформировать навыки статических расчетов.	
7	Линейные преобразования в системах управления	
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы анализа линейных	
	преобразований при синтезе систем управления роботами, что позволит сформировать понима	
	преобразований состояний.	
8	Квадратичные формы в задачах оптимизации	
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы приведения	
	квадратичных форм к каноническому виду для оптимизации параметров робототехнических систем,	
	что позволит сформировать навыки параметрической оптимизации.	
9	Геометрические расчеты для манипуляторов	
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся решать задачи аналитической	
	геометрии для расчета рабочих зон промышленных роботов, что позволит сформировать навыки	
1.0	пространственного проектирования.	
10	Кривые второго порядка в траекториях	
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы работы с кривыми	
	второго порядка при планировании гладких траекторий движения роботов, что позволит	
11	сформировать навыки траекторного планирования.	
11	Поверхности второго порядка в 3D-моделировании	
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся применять поверхности второго порядка для моделирования рабочих зон роботов, что позволит сформировать навыки	
	трехмерного моделирования.	
12	Линейные операторы в системах управления	
12	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы анализа линейных	
	операторов при проектировании систем автоматического управления роботами, что позволит	
	сформировать навыки синтеза регуляторов.	
13	Матричные методы расчета кинематики	
	В результате выполнения практического занятия студенты научатся применять матричные методы	
	для решения задач прямой и обратной кинематики роботов, что позволит сформировать	
	практические навыки кинематического анализа.	
14	Численные методы в инженерных расчетах	
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят численные методы решения	
	систем линейных уравнений при моделировании динамики робототехнических систем, что	
	позволит сформировать навыки вычислительного моделирования.	
15	Применение линейной алгебры в компьютерном зрении роботов	
	В результате выполнения практического занятия студенты освоят методы линейной алгебры для	
	обработки изображений в системах технического зрения роботов, что позволит сформировать	
	навыки работы с визуальными данными.	

# 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

No	Рун ормостоятон ной поботу		
$\Pi/\Pi$	Вид самостоятельной работы		
1	Текущая подготовка к практическим занятиям		
2	Изучение дополнительной литературы.		
3	Подготовка к промежуточной аттестации.		

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

<b>№</b> п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Ганичева, А. В. Математика для инженеров : учебник для вузов / А. В. Ганичева. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 248 с. — ISBN 978-5-507-48400-3.	URL: https://e.lanbook.com/book/380702 (дата обращения: 02.05.2025) Текст: электронный.
2	Филиппов, Г. С. Дискретная математика для инженеров : учебное пособие / Г. С. Филиппов. — Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. — 160 с. — ISBN 978-5-9729-1956-7.	URL: https://e.lanbook.com/book/429116 (дата обращения: 02.05.2025) Текст: электронный.
3	Робототехника и искусственный интеллект: учебник для вузов / П. А. Лукин, Я. М. Машуков, Д. В. Романов, В. В. Тимофеев. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 128 с. — ISBN 978-5-507-52239-2.	URL: https://e.lanbook.com/book/482993 (дата обращения: 02.05.2025) Текст: электронный.

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (https://www.miit.ru/).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http://library.miit.ru).

Электронно-библиотечная система Elibrary.ru (http://elibrary.ru/).

Электронно-библиотечная система Cyberleninka.ru (https://cyberleninka.ru/).

Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/).

Электронно-библиотечная система Znanium (http://znanium.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Office (Word, Excel).

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет во 2 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

### Авторы:

заведующий кафедрой, доцент, к.н. кафедры «Наземные транспортнотехнологические средства»

П.А. Григорьев

Согласовано:

Заведующий кафедрой НТТС

П.А. Григорьев

Председатель учебно-методической

комиссии

С.В. Володин