

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
базового высшего образования  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Математические основы криптографии**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 1343395  
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович  
Дата: 18.06.2026

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Цели освоения учебной дисциплины Б1.В.ОД.9 Числовые методы криптографии:

Курс «Числовые методы криптографии» является математической дисциплиной, продолжающей теоретико-числовую и алгебраическую подготовку студентов. Знания, приобретаемые студентами в процессе изучения этой дисциплины, используются и в других дисциплинах, связанных с защитой информации. Цель преподавания дисциплины – обеспечить студентам знания в области теории чисел и алгебры, необходимые для профессиональной деятельности специалистов по компьютерной и информационной безопасности.

Компетенции, приобретаемые студентами, применяются для научно-исследовательской деятельности.

Дисциплина предназначена для получения знаний при решении следующих профессиональных задач: задачи теории чисел, алгебры и теории групп, работа в мультипликативной группе колец вычетов, применение свойств символов Лежандра и Якоби, тестов на простоту для натуральных чисел; использование методов разложения чисел и многочленов на множители.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-3** - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

понятия, определения, термины; алгоритмы, способы решения задач курса принципы, основы, теории, законы; методы, алгоритмы, способы решения задач курса

### **Знать:**

основы, теории, законы, правила, используемые в курсе для изучения объектов курса

### **Уметь:**

выделять объекты курса из окружающей среды; формулировать, выдвигать гипотезы о причинах возникновения той или иной ситуации; вычислять, оценивать величины

**Уметь:**

изменять, дополнять, адаптировать, развивать методы, алгоритмы, приемы, методики для решения конкретных задач

**Уметь:**

выбирать методы, алгоритмы, меры, средства, модели, законы, критерии для решения задач курса

**Уметь:**

оформлять данные, результаты работы на языке символов (терминов, формул), введенных и используемых в курсе

**Уметь:**

формулировать, выдвигать гипотезы о причинах возникновения той или иной ситуации (состояния, события), о путях (тенденциях) ее развития и последствиях; изменять, дополнять, адаптировать, развивать методы, алгоритмы, методики для решения конкретных задач

**Владеть:**

навыками систематизировать, дифференцировать факты, методы, задачи и т.д., самостоятельно формулируя основания для классификации

**Владеть:**

навыками ставить познавательные задачи и выдвигать гипотезы

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №8
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p>Алгебраические основы крипто-фии</p> <p>Тема 1.1 Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец</p> <p>Тема 1.2 группы подстановок</p> <p>Тема 1.3 Факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах колец</p> <p>Тема 1.4 цикловая <math>\mathbb{Z}</math>-апись подстановки. Ее порядок.</p> <p>Тема 1.5 подгруппы. теорема Лагранжа.</p> <p>Тема 1.6 группы</p>
2	<p>Теоретико-групповые основы крипто-фии</p> <p>Тема 2.1 циклические группы</p> <p>Тема 2.2 Сопряженные элементы и нормальные подгруппы</p> <p>Тема 2.3 Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп</p> <p>Тема 2.4 Мультипликативная группа поля вычетов. Малая теорема Ферма</p> <p>Тема 2.5 Мультипликативная группа кольца вычетов. Теорема Эйлера. Функция Эйлера</p>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	Тема 2.6 Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю
3	Квадратичные сравнения Тема 3.1 Квадраты в конечных полях Тема 3.2 Символ Лежандра и его вычисления
4	Нестандартные числовые системы Тема 4.1 p-адическая топология в $\mathbb{Z}$ Тема 4.2 Кольцо целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$ Тема 4.3 Поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ Тема 4.4 Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$ . Тема 4.5 циклические группы Тема 4.6 Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Группы. Группы подстановок.
2	Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец. Факторкольца.
3	Цикловая запись подстановки. Ее порядок. Подгруппы. Теорема Лагранжа (интерактив)
4	Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю (интерактив).
5	Циклические группы. Сопряженные элементы и нормальные подгруппы.
6	Мультипликативная группа поля и кольца вычетов. Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера.
7	Символ Лежандра и его вычисления (интерактив)
8	Кольцо целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$
9	Поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ . Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец
2	Факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах колец

№ п/п	Вид самостоятельной работы
3	группы
4	группа подстановок
5	Цикловая запись подстановки. Ее порядок.
6	Подгруппы. Теорема Лагранжа.
7	Циклические группы
8	Сопряженные элементы и нормальные подгруппы
9	Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп
10	Мультипликативная группа поля вычетов. Малая теорема Ферма.
11	Мультипликативная группа кольца вычетов. Теорема Эйлера. Функция Эйлера
12	Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю
13	Квадраты в конечных полях
14	Символ Лежандра и его вычисления
15	Геометрические модели $Z_p$ и $Q_p$
16	Поле $p$ -адических чисел $Q_p$
17	$p$ -адическая топология в $Z$
18	Кольцо целых $p$ -адических чисел $Z_p$
19	Выполнение курсового проекта.
20	Подготовка к промежуточной аттестации.
21	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

Исследование алгоритмов тестирования чисел на простоту в системах шифрования с открытым ключом. Применение теории сравнений и модулярной арифметики в алгоритмах асимметричной криптографии. Анализ сложности алгоритмов факторизации больших целых чисел методами квадратичного решета. Математические методы решения задачи дискретного логарифмирования в конечных полях. Использование свойств эллиптических кривых для построения эффективных протоколов цифровой подписи. Разработка и исследование алгоритмов построения псевдослучайных последовательностей на основе регистров сдвига. Применение теории конечных полей Галуа при проектировании современных блочных шифров. Математический анализ криптографической прочности хэш-функций и методов поиска коллизий. Исследование алгебраических и комбинаторных свойств подстановочных таблиц блочного шифрования. Моделирование и анализ протоколов тайного голосования

методами криптографии с открытым ключом. Применение теории решеток в постквантовых криптографических алгоритмах шифрования. Математические основы схем разделения секрета на базе полиномиальной интерполяции. Исследование методов криптоанализа линейных и дифференциальных свойств симметричных шифров. Разработка протоколов доказательства с нулевым разглашением на основе изоморфизма графов. Применение теории кодирования и кодов, исправляющих ошибки, в криптосистемах с открытым ключом. Математическое моделирование атак на криптографические протоколы распределения ключей. Исследование гомоморфного шифрования для выполнения конфиденциальных вычислений в облачных средах. Анализ математической стойкости алгоритмов шифрования, основанных на задаче об укладке рюкзака. Применение теории автоматов для построения и анализа поточных шифров. Математические методы квантового распределения ключей и оценка их защиты от перехвата.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Основы современной криптографии С.Г. Баричев, В.В. Гончаров, Р.Е. Серов Однотомное издание Горячая линия - Телеком , 2002	НТБ (фб.); НТБ (чз.1); НТБ (чз.2)
2	Введение в криптографию В.В. Яценко, Н.П. Варновский, Ю.В. Нестеренко и др.; Под общ. ред. В.В. Яценко Однотомное издание МЦНМО: "ЧеРо" , 2000	НТБ (фб.); НТБ (чз.2)
3	Введение в теоретико-числовые методы криптографии М. М. Глухов, И. А. Круглов, А. Б. Пичкур, А. В. Черемушкин Однотомное издание Лань , 2010	НТБ
4	Введение в криптосистемы с открытым ключом Н. А. Молдовян, А.А. Молдовян БХВ-Петербург , 2005	НТБ

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

<http://library.miiit.ru/> - электронно-информационная система НТБ МИИТ

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

пакет прикладных обучающих программ: MATHCAD, Maple

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения: - Доска, мел, тряпка (губка) для стирания; компьютерное и мультимедийное оборудование: компьютер, проектор, экран;

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 8 семестре.

Экзамен в 8 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

старший преподаватель кафедры  
«Математическое моделирование  
сложных систем» Института  
железнодорожного транспорта

В.П. Посвянский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ  
Председатель учебно-методической  
комиссии

С.А. Тищенко

Н.А. Андриянова