

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Математические основы криптографии

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 1343395

Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Цели освоения учебной дисциплины Б1.В.ОД.9 Числовые методы криптографии:

Курс «Числовые методы криптографии» является математической дисциплиной, продолжающей теоретико-числовую и алгебраическую подготовку студентов. Знания, приобретаемые студентами в процессе изучения этой дисциплины, используются и в других дисциплинах, связанных с защитой информации. Цель преподавания дисциплины – обеспечить студентам знания в области теории чисел и алгебры, необходимые для профессиональной деятельности специалистов по компьютерной и информационной безопасности.

Компетенции, приобретаемые студентами, применяются для научно-исследовательской деятельности.

Дисциплина предназначена для получения знаний при решении следующих профессиональных задач: задачи теории чисел, алгебры и теории групп, работа в мультипликативной группе колец вычетов, применение свойств символов Лежандра и Якоби, тестов на простоту для натуральных чисел; использование методов разложения чисел и многочленов на множители.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-3 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

понятия, определения, термины; алгоритмы, способы решения задач курса принципы, основы, теории, законы; методы, алгоритмы, способы решения задач курса

Знать:

основы, теории, законы, правила, используемые в курсе для изучения объектов курса

Уметь:

выделять объекты курса из окружающей среды; формулировать, выдвигать гипотезы о причинах возникновения той или иной ситуации; вычислять, оценивать величины

Уметь:

изменять, дополнять, адаптировать, развивать методы, алгоритмы, приемы, методики для решения конкретных задач

Уметь:

выбирать методы, алгоритмы, меры, средства, модели, законы, критерии для решения задач курса

Уметь:

оформлять данные, результаты работы на языке символов (терминов, формул), введенных и используемых в курсе

Уметь:

формулировать, выдвигать гипотезы о причинах возникновения той или иной ситуации (состояния, события), о путях (тенденциях) ее развития и последствиях; изменять, дополнять, адаптировать, развивать методы, алгоритмы, методики для решения конкретных задач

Владеть:

навыками систематизировать, дифференцировать факты, методы, задачи и т.д., самостоятельно формулируя основания для классификации

Владеть:

навыками ставить познавательные задачи и выдвигать гипотезы

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №8
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32

Занятия семинарского типа	32	32
---------------------------	----	----

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Алгебраические основы крипто-фии Тема 1.1 Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец Тема 1.2 группы подстановок Тема 1.3 Факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах колец Тема 1.4 цикловая $\mathbb{Z}$-алгебра подстановки. Ее порядок. Тема 1.5 подгруппы. теорема Лагранжа. Тема 1.6 группы
2	Теоретико-групповые основы крипто-фии Тема 2.1 циклические группы Тема 2.2 Сопряженные элементы и нормальные подгруппы Тема 2.3 Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп Тема 2.4 Мультипликативная группа поля вычетов. Малая теорема Ферма Тема 2.5 Мультипликативная группа кольца вычетов. Теорема Эйлера. Функция Эйлера

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	Тема 2.6 Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю
3	Квадратичные сравнения Тема 3.1 Квадраты в конечных полях Тема 3.2 Символ Лежандра и его вычисления
4	Нестандартные числовые системы Тема 4.1 p-адическая топология в $\mathbb{Z}$ Тема 4.2 Кольцо целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$ Тема 4.3 Поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ Тема 4.4 Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$. Тема 4.5 циклические группы Тема 4.6 Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Группы. Группы подстановок.
2	Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец. Факторкольца.
3	Цикловая запись подстановки. Ее порядок. Подгруппы. Теорема Лагранжа (интерактив)
4	Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю (интерактив).
5	Циклические группы. Сопряженные элементы и нормальные подгруппы.
6	Мультипликативная группа поля и кольца вычетов. Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера.
7	Символ Лежандра и его вычисления (интерактив)
8	Кольцо целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$
9	Поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$. Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Идеалы в кольцах. Прямое произведение колец
2	Факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах колец

№ п/п	Вид самостоятельной работы
3	группы
4	группа подстановок
5	Цикловая запись подстановки. Ее порядок.
6	Подгруппы. Теорема Лагранжа.
7	Циклические группы
8	Сопряженные элементы и нормальные подгруппы
9	Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп
10	Мультипликативная группа поля вычетов. Малая теорема Ферма.
11	Мультипликативная группа кольца вычетов. Теорема Эйлера. Функция Эйлера
12	Порядок элемента в кольце вычетов. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю
13	Квадраты в конечных полях
14	Символ Лежандра и его вычисления
15	Геометрические модели $\mathbb{Z}_p$ и $\mathbb{Q}_p$
16	Поле p -адических чисел $\mathbb{Q}_p$
17	p -адическая топология в $\mathbb{Z}$
18	Кольцо целых p -адических чисел $\mathbb{Z}_p$
19	Выполнение курсового проекта.
20	Подготовка к промежуточной аттестации.
21	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

Исследование алгоритмов тестирования чисел на простоту в системах шифрования с открытым ключом. Применение теории сравнений и модулярной арифметики в алгоритмах асимметричной криптографии. Анализ сложности алгоритмов факторизации больших целых чисел методами квадратичного решета. Математические методы решения задачи дискретного логарифмирования в конечных полях. Использование свойств эллиптических кривых для построения эффективных протоколов цифровой подписи. Разработка и исследование алгоритмов построения псевдослучайных последовательностей на основе регистров сдвига. Применение теории конечных полей Галуа при проектировании современных блочных шифров. Математический анализ криптографической прочности хэш-функций и методов поиска коллизий. Исследование алгебраических и комбинаторных свойств подстановочных таблиц блочного шифрования. Моделирование и анализ протоколов тайного голосования

методами криптографии с открытым ключом. Применение теории решеток в постквантовых криптографических алгоритмах шифрования. Математические основы схем разделения секрета на базе полиномиальной интерполяции. Исследование методов криптоанализа линейных и дифференциальных свойств симметричных шифров. Разработка протоколов доказательства с нулевым разглашением на основе изоморфизма графов. Применение теории кодирования и кодов, исправляющих ошибки, в криптосистемах с открытым ключом. Математическое моделирование атак на криптографические протоколы распределения ключей. Исследование гомоморфного шифрования для выполнения конфиденциальных вычислений в облачных средах. Анализ математической стойкости алгоритмов шифрования, основанных на задаче об укладке рюкзака. Применение теории автоматов для построения и анализа поточных шифров. Математические методы квантового распределения ключей и оценка их защиты от перехвата.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Основы современной криптографии С.Г. Баричев, В.В. Гончаров, Р.Е. Серов Однотомное издание Горячая линия - Телеком , 2002	НТБ (фб.); НТБ (чз.1); НТБ (чз.2)
2	Введение в криптографию В.В. Яценко, Н.П. Варновский, Ю.В. Нестеренко и др.; Под общ. ред. В.В. Яценко Однотомное издание МЦНМО: "ЧеРо" , 2000	НТБ (фб.); НТБ (чз.2)
3	Введение в теоретико-числовые методы криптографии М. М. Глухов, И. А. Круглов, А. Б. Пичкур, А. В. Черемушкин Однотомное издание Лань , 2010	НТБ
4	Введение в криптосистемы с открытым ключом Н. А. Молдовян, А.А. Молдовян БХВ-Петербург , 2005	НТБ

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

<http://library.mii.ru/> - электронно-информационная система НТБ МИИТ

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

пакет прикладных обучающих программ: MATHCAD, Maple

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения: - Доска, мел, тряпка (губка) для стирания; компьютерное и мультимедийное оборудование: компьютер, проектор, экран;

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 8 семестре.

Экзамен в 8 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

старший преподаватель кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

В.П. Посвянский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ

С.А. Тищенко

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова