

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Математический анализ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математические модели в экономике и технике

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 22.05.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

- обеспечить студентов прочными знаниями в области математического анализа, формирование основ математической подготовки студентов, необходимых для профессиональной деятельности бакалавров;

- формирование компетенций для научно-исследовательской деятельности;

- изучение необходимых связей этой науки с линейной алгеброй, механикой, физикой, комплексным анализом и другими разделами математики;

- подготовка к изучению дальнейших и специальных курсов, использующих методы математического анализа.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении теории математического анализа;

- формирование навыков решения задач по нижеследующим темам: исследование функции средствами дифференциального исчисления и построение их графиков, применение основных методов интегрирования, применение определенных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов для решения задач геометрии и физики, исследование функций нескольких переменных, нахождение их безусловных и условных экстремумов, исследование сходимости числовых и функциональных рядов, разложение функций в ряды Тейлора, Фурье, использование интегральных преобразований.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные методы решения типовых задач вычисления пределов, производных, интегралов на вещественной прямой или плоскости (в

пространстве).

**Уметь:**

- анализировать условие задачи и применять соответствующий метод для ее решения;

- применять системный подход.

**Владеть:**

- навыками решения типовых задач по данной дисциплине.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 15 з.е. (540 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов				
	Всего	Семестр			
		№1	№2	№3	№4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	294	64	82	80	68
В том числе:					
Занятия лекционного типа	148	32	34	48	34
Занятия семинарского типа	146	32	48	32	34

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 246 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных

условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p>Пределы последовательностей</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- множество действительных чисел;</li><li>- действительные числа на вещественно прямой;</li><li>- аксиома непрерывности;</li><li>- предел последовательности;</li><li>- свойства предела последовательностей;</li><li>- второй замечательный предел.</li></ul>
2	<p>Пределы функций. Непрерывные функции</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- предел функции;</li><li>- свойства предела функции;</li><li>- первый и второй замечательные пределы;</li><li>- O-символика;</li><li>- односторонние пределы;</li><li>- непрерывные функции;</li><li>- непрерывность элементарных функций;</li><li>- теоремы о непрерывных функциях (об обращении непрерывных функции в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке);</li><li>- теоремы о локальном поведении непрерывных функций;</li><li>- асимптоты функций и алгоритм их нахождения.</li></ul>
3	<p>Производная</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- производная функции, определение, геометрический смысл;</li><li>- производная обратной функции;</li><li>- основные производные элементарных функций;</li><li>- основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля), теорема о производной функции, заданной параметрически;</li><li>- производные функции высших порядков и их вычисление;</li><li>- формула Тейлора;</li><li>- исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной, теорема Ферма;</li><li>- выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба;</li><li>- неравенство Йенсена, Исследование функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной;</li><li>- полный план исследования функции;</li><li>- примеры построения графиков функций с полным исследованием;</li><li>- применения производной;</li><li>- правило Лопитала для вычисления пределов для случая неопределенности.</li></ul>
4	<p>Интегрирование функций</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- неопределенный интеграл, определение;</li><li>- таблица основных интегралов;</li></ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основные формулы интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям);</li> <li>- интегрирование различных классов функций (тригонометрических, дробно-рациональных, иррациональных, трансцендентных, содержащих экспоненту и логарифм);</li> <li>- определенный интеграл, суммы Дарбу;</li> <li>- связь между определенным и неопределенным интегралом (формула Ньютона-Лейбница);</li> <li>- основные формулы определенного интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям);</li> <li>- геометрические приложения определенного интеграла (площадь фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения);</li> <li>- физические приложения определенного интеграла (нахождение статических моментов и центров тяжести фигуры);</li> <li>- несобственные интегралы первого и второго родов;</li> <li>- критерии сходимости (расходимости).</li> </ul>
5	<p><b>Ряды</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- числовые ряды;</li> <li>- основные признаки сходимости (признаки необходимый, интегральный, Даламбера, Лейбница);</li> <li>- абсолютная и условная сходимость;</li> <li>- функциональные ряды;</li> <li>- степенные ряды;</li> <li>- интервал сходимости и исследование степенных рядов на сходимость;</li> <li>- применение функциональных рядов для нахождения приближенных значений функций, вычисления определенного интеграла функций.</li> </ul>
6	<p><b>Функции нескольких переменных</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- область определения и линии уровня функции двух переменных;</li> <li>- поверхности уровня функции трех переменных;</li> <li>- повторный и двойной пределы функции нескольких переменных;</li> <li>- теоремы о взаимосвязи повторного и двойного пределов;</li> <li>- непрерывность функции нескольких переменных;</li> <li>- основные теоремы о неопределенных функциях;</li> <li>- непрерывность элементарных функций;</li> <li>- частные производные функции нескольких переменных;</li> <li>- дифференциал, дифференциалы высших порядков;</li> <li>- производная сложной функции;</li> <li>- формула Тейлора для функции нескольких переменных;</li> <li>- теорема о неявной функции;</li> <li>- частные производные функции, заданной неявно;</li> <li>- геометрические приложения функций нескольких переменных (уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности и др.);</li> <li>- экстремумы функций нескольких переменных, теорема Ферма;</li> <li>- необходимые и достаточные условия экстремума;</li> <li>- экстремумы неявных функций;</li> <li>- условные экстремумы.</li> </ul>
7	<p><b>Функции нескольких переменных: интегралы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- двойной интеграл, суммы Дарбу;</li> <li>- повторный интеграл и теорема о переходе от двойного интеграла к повторному, примеры;</li> <li>- замена переменных в двойном интеграле;</li> <li>- двойной интеграл в полярных и обобщенных полярных координатах, примеры;</li> <li>- геометрические и физические приложения двойного интеграла (площадь фигуры и объем тела, масса</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры); - тройной интеграл, суммы Дарбу; - теорема о переходе от тройного интеграла к повторному, примеры; - замена переменных в тройном интеграле; - тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах, примеры; - геометрические и физические приложения тройного интеграла (объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры).
8	<b>Криволинейные и поверхностные интегралы функций нескольких переменных</b> Рассматриваемые вопросы: - вычисление интегралов первого и второго рода по кривым; - теорема о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана; - условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования; - интегрирование полных дифференциалов; - сведение криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром, формула Грина, примеры; - вычисление интегралов первого и второго рода по поверхностям; - теорема о сведении интегралов по поверхностям к двойному интегралу; - элементы векторного анализа, дивергенция и ротор векторного поля; - формула Стокса и формула Гаусса-Остроградского; - вычисление потока векторного поля через поверхность, физические приложения.
9	<b>Интегралы, зависящие от параметра</b> Рассматриваемые вопросы: - равномерная и неравномерная сходимости; - условие равномерной сходимости; - предельный переход под знаком интеграла; - дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла; - равномерная сходимость интегралов; - определение равномерной сходимости интегралов, связь с рядами; - использование равномерной сходимости интегралов; - предельный переход под знаком интеграла; - непрерывность и дифференцируемость интеграла по параметру; - интегрирование интеграла по параметру.
10	<b>Эйлеровы интегралы. Ряды Фурье</b> Рассматриваемые вопросы: - эйлеровы интегралы первого и второго рода; - простейшие свойства Г-функции; - теорема умножения для Г-функции; - формула Стирлинга; - разложение функций в ряд Фурье; - характер сходимости рядов Фурье; - интеграл Фурье и его приложения; - операции над рядами Фурье; - полнота и замкнутость системы тригонометрических многочленов; - единственность разложения по тригонометрическим многочленам.

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p><b>Пределы последовательностей</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисления пределы последовательностей,</li> <li>- применения свойства предела последовательностей,</li> <li>- вычисления пределов, сводящихся ко второму замечательному пределу.</li> </ul>
2	<p><b>Пределы функций. Непрерывные функции</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисления пределов функций,</li> <li>- применения свойства предела функции,</li> <li>- вычисления пределов, сводящихся к первый и второму замечательному пределу,</li> <li>- определения скорости роста функции,</li> <li>- вычисления односторонних пределов,</li> <li>- исследования функции на непрерывность,</li> <li>- нахождения и классифицирования точек разрыва функции,</li> <li>- отыскания и построения асимптот функций,</li> <li>- построения эскизов графиков функций с использованием теории пределов</li> </ul>
3	<p><b>Производная</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисления производных функций по правилам, производные обратной функции, производные функции, заданной параметрически, производные функции высших порядков,</li> <li>- нахождения многочлена Тейлора для данных функций в окрестности данной точки,</li> <li>- исследования функции на возрастание/убывание при помощи производной,</li> <li>- исследования функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной,</li> <li>- построения полного плана исследования функции,</li> <li>- построения графиков функций с полным исследованием,</li> <li>- различных применений производной,</li> <li>- применения правила Лопитала для вычисления пределов для случая неопределенности.</li> </ul>
4	<p><b>Интегрирование функций</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисления неопределенного интеграла при помощи таблицы и основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям),</li> <li>- применения методов интегрирования и интегрируют различные классы функций (тригонометрические, дробно-рациональные, иррациональные, трансцендентные, содержащих экспоненту и логарифм),</li> <li>- вычисления неопределенного интеграла при помощи таблицы и основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям),</li> <li>- геометрических приложений определенного интеграла (площадь фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения),</li> <li>- физических приложений определенного интеграла (нахождение стат. моментов и центров тяжести фигуры),</li> <li>- вычисления несобственных интегралов первого и второго родов,</li> <li>- исследования несобственных интегралов на сходимость при помощи критериев сходимости (расходимости).</li> </ul>
5	<p><b>Ряды</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- исследования числовых рядов на сходимость при помощи основные признаки сходимости (признаки необходимый, интегральный, Даламбера, Лейбница),</li> <li>- исследования рядов на абсолютную и условную сходимость,</li> <li>- исследования степенных рядов на сходимость,</li> <li>- нахождения интервала их сходимости,</li> <li>- применения функциональных рядов для нахождения приближенных значений функций, вычисления</li> </ul>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	определенного интеграла функций.
6	<p><b>Функции нескольких переменных</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- построения области определения и линий уровня функции двух переменных, поверхности уровня функции трех переменных,</li> <li>- нахождения повторного и двойного пределов функции нескольких переменных,</li> <li>- исследования функции нескольких переменных на непрерывность,</li> <li>- нахождения частных производных функции нескольких переменных, дифференциала функции нескольких переменных и дифференциалов высших порядков,</li> <li>- нахождения производной сложной функции,</li> <li>- записи формулы Тейлора для функции нескольких переменных в окрестности заданной точки,</li> <li>- вычисления частных производных функции, заданной неявно,</li> <li>- геометрических приложений функций нескольких переменных (уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности и др.),</li> <li>- отыскания экстремумов функций нескольких переменных,</li> <li>- проверки необходимых и достаточных условий экстремума,</li> <li>- отыскания экстремумов неявных функций и условных экстремумов.</li> </ul>
7	<p><b>Функции нескольких переменных: интегралы</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- расстановки пределов в повторном интеграле по заданному двойному и области,</li> <li>- вычисления двойного интеграла,</li> <li>- вычисления двойного интеграла в полярных и обобщенных полярных координатах,</li> <li>- геометрических и физических приложений двойного интеграла (площадь фигуры и объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры),</li> <li>- расстановки пределов в повторном интеграле по заданному тройному и области,</li> <li>- вычисления тройного интеграла, тройной интеграла в цилиндрических и сферических координатах,</li> <li>- геометрических и физических приложений тройного интеграла (объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры).</li> </ul>
8	<p><b>Криволинейные и поверхностные интегралы функций нескольких переменных</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисления интегралов первого и второго рода по кривым,</li> <li>- проверки условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования,</li> <li>- интегрирования полных дифференциалов и нахождения потенциалов для заданных дифференциалов,</li> <li>- сведения криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром (применяют формулу Грина),</li> <li>- вычисления интегралов первого и второго рода по поверхностям,</li> <li>- вычисления дивергенции и ротора векторного поля,</li> <li>- вычисления поверхностных и криволинейных интегралов при помощи формулы Стокса и формулы Гаусса-Остроградского,</li> <li>- вычисления потока векторного поля через поверхность, рассматривая физическое приложения.</li> </ul>
9	<p><b>Интегралы, зависящие от параметра</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- исследования функциональных последовательностей и рядов на равномерную и неравномерную сходимости,</li> <li>- дифференцирования и интегрирования под знаком интеграла,</li> <li>- исследования интегралов на равномерную и неравномерную сходимости,</li> <li>- дифференцирования и интегрирования интеграла по параметру.</li> </ul>
10	<p><b>Эйлеровы интегралы. Ряды Фурье</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты получают навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения задач с эйлеровыми интегралами первого и второго рода,</li> </ul>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применения простейших свойств <math>\Gamma</math>-функции и теоремы умножения для <math>\Gamma</math>-функции для случая интегралов специального вида,</li> <li>- применения формулы Стирлинга,</li> <li>- разложения функции в ряд Фурье с анализом характера сходимости рядов Фурье,</li> <li>- вычисления интеграла Фурье (и рассматривают его приложения).</li> </ul>

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Подготовка к промежуточной аттестации
2	Подготовка к текущему контролю
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Сборник заданий по высшей математике с образцами решений (математический анализ). Полькина Е.А. Учебно-методическое издание Москва : Прометей , 2020, ISBN:978-5-907244-17-7	<a href="https://ibooks.ru/bookshelf/367948/reading">https://ibooks.ru/bookshelf/367948/reading</a>
2	Математический анализ Виноградов О.Л. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург , 2017, ISBN 978-5-9775-3815-2	<a href="https://ibooks.ru/bookshelf/356687/reading">https://ibooks.ru/bookshelf/356687/reading</a>
3	Математический анализ Киркинский, А. С. Учебное пособие Москва : Академический Проект , 2020, ISBN 978-5-8291-3040-4	<a href="https://e.lanbook.com/book/133205">https://e.lanbook.com/book/133205</a>
4	Сборник задач по курсу математического анализа Берман, Г. Н. Сборник Санкт-Петербург : Лань , 2019, ISBN 978-5-8114-0657-9	<a href="https://e.lanbook.com/book/200084">https://e.lanbook.com/book/200084</a>
5	Курс дифференциального и интегрального исчисления Фихтенгольц, Г. М. Учебник Санкт-Петербург : Лань , 2021, ISBN:978-5-8114-7061-7	Курс дифференциального и интегрального исчисления Фихтенгольц, Г. М. Учебник Санкт-Петербург : Лань , 2022 <a href="https://e.lanbook.com/book/189501">https://e.lanbook.com/book/189501</a>

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) (<http://ibooks.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Компьютерное и мультимедийное оборудование: компьютер, проектор, экран.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 1, 3 семестрах.

Экзамен во 2, 4 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Братусь

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Клычева