

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Математический анализ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 01.09.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- обеспечить студентов прочными знаниями в области математического анализа, формирование основ математической подготовки студентов, необходимых для профессиональной деятельности бакалавров;
- формирование компетенций для научно-исследовательской деятельности;
- изучение необходимых связей этой науки с линейной алгеброй, механикой, физикой, комплексным анализом и др. разделами математики;
- подготовка к изучению дальнейших и специальных курсов, использующих методы математического анализа.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении теории математического анализа;
- формирование навыков решения задач по нижеследующим темам: исследование функции средствами дифференциального исчисления и построение их графиков, применение основных методов интегрирования, применение определенных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов для решения задач геометрии и физики, исследование функций нескольких переменных, нахождение их безусловных и условных экстремумов, исследование сходимости числовых и функциональных рядов, разложение функций в ряды Тейлора, Фурье, использование интегральных преобразований.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные методы решения типовых вычисления пределов, производных, интегралов на вещественной прямой или плоскости (в

пространстве).

**Уметь:**

- анализировать условие задачи и применять соответствующий метод для ее решения;

- применять системный подход.

**Владеть:**

- навыками решения типовых задач по данной дисциплине.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 17 з.е. (612 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов				
	Всего	Семестр			
		№1	№2	№3	№4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	304	64	80	96	64
В том числе:					
Занятия лекционного типа	144	32	32	48	32
Занятия семинарского типа	160	32	48	48	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 308 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных

условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<b>Пределы последовательностей.</b> Рассматриваемые вопросы: - множество действительных чисел. Действительные числа на вещ. прямой. Аксиома непрерывности; - предел последовательности. Свойства предела последовательностей. Второй замечательный предел.
2	<b>Пределы функций. Непрерывные функции.</b> - предел функции. Свойства предела функции. Первый и второй замечательные пределы. О-символика. Односторонние пределы; - непрерывные функции. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о непрерывных функциях (об обращении непрерывных функции в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке). Теоремы о локальном поведении непрерывных функций - асимптоты функций и алгоритм их нахождения.
3	<b>Производная</b> Рассматриваемые вопросы: - производная функции. Производная обратной функции. Основные производные элементарных функций; - основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля), теорема о производной функции, заданной параметрически; - производные функции высших порядков и их вычисление. Формула Тейлора; - исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной. Теорема Ферма; - выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба. Неравенство Йенсена. Исследование функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной; - полный план исследования функции. Примеры построения графиков функций с полным исследованием; - применения производной. Правило Лопитала для вычисления пределов для случая неопределенности.
4	<b>Интегрирование функций</b> Рассматриваемые вопросы: - неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Основные формулы интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям); - интегрирование различных классов функций (тригонометрических, дробно-рациональных, иррациональных, трансцендентных, содержащих экспоненту и логарифм); - определенный интеграл. Суммы Дарбу. Связь между определенным и неопределенным интегралом (формула Ньютона-Лейбница); - основные формулы определенного интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям); - геометрические приложения определенного интеграла (площадь фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения); - физические приложения определенного интеграла (нахождение статических моментов и центров тяжести фигуры); - несобственные интегралы первого и второго родов. Критерии сходимости (расходимости).
5	<b>Ряды</b> Рассматриваемые вопросы:

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- числовые ряды. Основные признаки сходимости (признаки необходимый, интегральный, Даламбера, Лейбница). Абсолютная и условная сходимость;</li> <li>- функциональные ряды. Степенные ряды. Интервал сходимости и исследование степенных рядов на сходимость;</li> <li>- применение функциональных рядов для нахождения приближенных значений функций, вычисления определенного интеграла функций.</li> </ul>
6	<p><b>Функции нескольких переменных</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- область определения и линии уровня функции двух переменных. Поверхности уровня функции трех переменных;</li> <li>- повторный и двойной пределы функции нескольких переменных. Теоремы о взаимосвязи повторного и двойного пределов;</li> <li>- непрерывность функции нескольких переменных. Основные теоремы о неопределенных функциях. Непрерывность элементарных функций;</li> <li>- частные производные функции нескольких переменных. Дифференциал. Дифференциалы высших порядков;</li> <li>- производная сложной функции. Формула Тейлора для функции нескольких переменных;</li> <li>- теорема о неявной функции. Частные производные функции, заданной неявно;</li> <li>- геометрические приложения функций нескольких переменных (уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности и др.);</li> <li>- экстремумы функций нескольких переменных. Теорема Ферма. Необходимые и достаточные условия экстремума. Экстремумы неявных функций. Условные экстремумы.</li> </ul>
7	<p><b>Функции нескольких переменных: интегралы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- двойной интеграл. Суммы Дарбу. Повторный интеграл и теорема о переходе от двойного интеграла к повторному. Примеры;</li> <li>- замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных и обобщенных полярных координатах. Примеры;</li> <li>- геометрические и физические приложения двойного интеграла (площадь фигуры и объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры);</li> <li>- тройной интеграл. Суммы Дарбу. Теорема о переходе от тройного интеграла к повторному. Примеры;</li> <li>- замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Примеры;</li> <li>- геометрические и физические приложения тройного интеграла (объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры).</li> </ul>
8	<p><b>Криволинейные и поверхностные интегралы функций нескольких переменных</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычисление интегралов первого и второго рода по кривым. Теорема о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана;</li> <li>- условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов;</li> <li>- сведение криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром. Формула Грина. Примеры;</li> <li>- вычисление интегралов первого и второго рода по поверхностям. Теорема о сведении интегралов по поверхностям к двойному интегралу;</li> <li>- элементы векторного анализа. Дивергенция и ротор векторного поля. Формула Стокса и формула Гаусса-Остроградского. Вычисление потока векторного поля через поверхность. Физические приложения.</li> </ul>
9	<p><b>Интегралы, зависящие от параметра</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- равномерная и неравномерная сходимости. Условие равномерной сходимости;</li> <li>- предельный переход под знаком интеграла. Дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла;</li> <li>- равномерная сходимость интегралов. Определение равномерной сходимости интегралов. Связь с рядами;</li> <li>- использование равномерной сходимости интегралов. Предельный переход под знаком интеграла;</li> <li>- непрерывность и дифференцируемость интеграла по параметру. Интегрирование интеграла по параметру.</li> </ul>
10	<p><b>Эйлеровы интегралы. Ряды Фурье</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- эйлеровы интегралы первого и второго рода. Простейшие свойства Г-функции;</li> <li>- теорема умножения для Г-функции;</li> <li>- формула Стирлинга;</li> <li>- разложение функций в ряд Фурье. Характер сходимости рядов Фурье;</li> <li>- интеграл Фурье и его приложения;</li> <li>- операции над рядами Фурье. Полнота и замкнутость системы тригонометрических многочленов. Единственность разложения по тригонометрическим многочленам.</li> </ul>

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p><b>Пределы последовательностей</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты разбирают методы и вычисляют пределы последовательностей, применяют свойства предела последовательностей, вычисляют пределы, сводящиеся ко второму замечательному пределу.</p>
2	<p><b>Пределы функций. Непрерывные функции</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты разбирают методы и вычисляют пределы функций, применяют свойства предела функции, вычисляют пределы, сводящиеся к первым и второму замечательному пределу, определяют скорость роста функции, вычисляют односторонние пределы, исследуют функции на непрерывность, находят и классифицируют точки разрыва функции, находят и строят асимптоты функций и делают наброски графиков функций с использованием теории пределов.</p>
3	<p><b>Производная</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах вычисляют производные функций по правилам, производные обратной функции, производные функции, заданной параметрически, производные функции высших порядков, находят многочлен Тейлора для данных функций в окрестности данной точки, исследуют функции на возрастание/убывание при помощи производной, исследуют функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной, строят полный план исследования функции, строят графики функций с полным исследованием, рассматривают различные применения производной, применяют правило Лопиталя для вычисления пределов для случая неопределенности.</p>
4	<p><b>Интегрирование функций</b></p> <p>В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах вычисляют неопределенный интеграл при помощи таблицы и основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям), обсуждают методы интегрирования и интегрируют различные классы функций (тригонометрические, дробно-рациональные, иррациональные, трансцендентные, содержащих экспоненту и логарифм), вычисляют неопределенный интеграл при помощи таблицы и основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование</p>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	по частям), рассматривают геометрические приложения определенного интеграла (площадь фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения), физические приложения определенного интеграла (нахождение стат. моментов и центров тяжести фигуры), вычисляют несобственные интегралы первого и второго родов, исследуют несобственные интегралы на сходимость при помощи критериев сходимости (расходимости).
5	<b>Ряды</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах исследуют числовые ряды на сходимость при помощи основных признаки сходимости (признаки необходимый, интегральный, Даламбера, Лейбница), на абсолютную и условная сходимость, исследуют степенные ряды на сходимость, находят интервал их сходимости, применяют функциональные ряды для нахождения приближенных значений функций, вычисления определенного интеграла функций.
6	<b>Функции нескольких переменных</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах находят и строят область определения и линии уровня функции двух переменных, поверхности уровня функции трех переменных, находят повторный и двойной пределы функции нескольких переменных, исследуют функции нескольких переменных на непрерывность, находят частные производные функции нескольких переменных, находят дифференциал функции нескольких переменных и дифференциалы высших порядков, находят производную сложной функции, записывают формулу Тейлора для функции нескольких переменных в окрестности заданной точки, вычисляют частные производные функции, заданной неявно, рассматривают геометрические приложения функций нескольких переменных (уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности и др.), находят экстремумы функций нескольких переменных, проверяют необходимые и достаточные условия экстремума, находят экстремумы неявных функций и условные экстремумы.
7	<b>Функции нескольких переменных: интегралы</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах расставляют пределы в повторном интеграле по заданному двойному и области, вычисляют двойной интеграл, двойной интеграл в полярных и обобщенных полярных координатах, рассматривают геометрические и физические приложения двойного интеграла (площадь фигуры и объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры), расставляют пределы в повторном интеграле по заданному тройному и области, вычисляют тройной интеграл, тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах, рассматривают геометрические и физические приложения тройного интеграла (объем тела, масса фигуры, статические моменты и центр тяжести фигуры).
8	<b>Криволинейные и поверхностные интегралы функций нескольких переменных</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах вычисляют интегралы первого и второго рода по кривым, проверяют условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования, интегрируют полные дифференциалы и находят потенциалы для заданных дифференциалов, сводят криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром (применяют формулу Грина), вычисляют интегралов первого и второго рода по поверхностям, рассматривают элементы векторного анализа, вычисляют дивергенцию и ротор векторного поля, вычисляют поверхностные и криволинейные интегралы при помощи формулы Стокса и формулы Гаусса-Остроградского, вычисляют поток векторного поля через поверхность, рассматривают физического приложения.
9	<b>Интегралы, зависящие от параметра</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах студенты исследуют функциональные последовательности и ряды на равномерную и неравномерную сходимости, проверяют соотв. условия и дифференцируют и интегрируют под знаком интеграла, исследуют интегралы на равномерную и неравномерную сходимости проверяют соответствие условия и дифференцируют и интегрируют интеграл по параметру.
10	<b>Эйлеровы интегралы. Ряды Фурье</b> В результате работы на практических занятиях студенты на практических примерах студенты рассматривают эйлеровы интегралы первого и второго рода, применяют простейшие свойства Г -

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	функции и теорему умножения для Г-функции для случая интегралов спец. вида, применяют формулу Стирлинга, раскладывают функции в ряд Фурье, анализируют характер сходимости рядов Фурье, вычисляют интеграл Фурье и рассматривают его приложения.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 608 с. — ISBN 978-5-507-45809-7	<a href="https://e.lanbook.com/book/284078">https://e.lanbook.com/book/284078</a>
2	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. : учебник для вузов : в 2 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 2 : Курс дифференциального и интегрального исчисления — 2022. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-9785-0	<a href="https://e.lanbook.com/book/199928">https://e.lanbook.com/book/199928</a>
3	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 3 — 2022. — 656 с. — ISBN 978-5-507-44238-6	<a href="https://e.lanbook.com/book/221270">https://e.lanbook.com/book/221270</a>
4	Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с. — ISBN 978-5-507-46033-5	<a href="https://e.lanbook.com/book/295943">https://e.lanbook.com/book/295943</a>
5	Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-9078-3	<a href="https://e.lanbook.com/book/184105">https://e.lanbook.com/book/184105</a>



6	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5	<a href="https://urait.ru/bcode/513351">https://urait.ru/bcode/513351</a>
7	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9	<a href="https://urait.ru/bcode/513352">https://urait.ru/bcode/513352</a>
8	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7	<a href="https://urait.ru/bcode/511024">https://urait.ru/bcode/511024</a>
9	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. — 6-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	<a href="https://e.lanbook.com/book/210314">https://e.lanbook.com/book/210314</a>

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) (<http://ibooks.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 1, 2, 3, 4 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Братусь

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева