

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Математический анализ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 5665

Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника
Евгеньевна

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов и алгоритмов математического анализа при поиске пределов и производных, вычислении интегралов и сходимости;
- ознакомление студентов с теорией математического анализа, пределов и производных, интегральных сумм и рядов;
- обеспечение студентов прочными знаниями в области математического анализа, формирование основ математической подготовки студентов, необходимых для профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование личности студента, его умение алгоритмически мыслить;
- формирование умений и навыков, необходимых для использования обучающимся в дальнейших дисциплинах направления таких, как дифференциальные уравнения, комплексный и функциональный анализ, и в дальнейшей их профессиональной деятельности;
- обучение студента применению основных понятий и методов математического анализа.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- понятия предела, непрерывной функции, производной, определенного и неопределенного интеграла, числового и функционального ряда;
- методы нахождения пределов последовательностей и функций, производных, определенных и неопределенных интегралов, исследования сходимости числовых и функциональных рядов.

Уметь:

- проверять сходимость последовательности, существование производной функции в точке или интеграла от неограниченной функции;
- находить пределы и производные функции, вычислять интегралы от функций вещественного переменного, проверять, сходится ли ряд или нет;

Владеть:

- методами вычисления пределов, производных и интегралов, исследования числовых и функциональных рядов
- навыками осуществления поиска, анализа и синтеза информации для решения задач с использованием методов математического анализа;

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 18 з.е. (648 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов				
	Всего	Семестр			
		№1	№2	№3	№4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	368	96	80	96	96
В том числе:					
Занятия лекционного типа	176	48	32	48	48
Занятия семинарского типа	192	48	48	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 280 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Вещественные числа Рассматриваемые вопросы: - множество действительных чисел; - действительные числа на вещественной прямой; - аксиома непрерывности.
2	Комплексные числа в алгебраической форме Рассматриваемые вопросы: - множество комплексных чисел и его построение; - арифметические операции над комплексными числами; - извлечение квадратного корня из комплексного числа.
3	Комплексные числа в тригонометрической форме Рассматриваемые вопросы: - вычисление модуля и аргумента комплексного числа - операции над комплексными числами в тригонометрической форме; - извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.
4	Множества. Верхняя и нижняя грани множеств Рассматриваемые вопросы: - операции над множествами, их свойства; - наибольший и наименьший элементы множества; - точная верхняя и точная нижняя грань множества; - теоремы о существовании точной верхней и нижней грани множества у ограниченных множеств
5	Пределы числовых последовательностей Рассматриваемые вопросы: - определение числовой последовательности; - определение предела числовой последовательности; - свойства предела последовательностей.
6	Теоремы о пределе последовательностей Рассматриваемые вопросы: - лемма о двух милиционерах; - число Эйлера, второй замечательный предел; - теорема Штольца.
7	Частичные пределы последовательностей Рассматриваемые вопросы: - частичные последовательности (подпоследовательности) и частичные пределы; - свойства частичных пределов; - лемма Больцано-Вейерштрасса.
8	Графики элементарных функции Рассматриваемые вопросы: - основные свойства функций; - возможность существования обратной функции; - построение основных (табличных) графиков функций с указанием их свойств

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
9	Построение графиков функций Рассматриваемые вопросы: - основные преобразования над элементарными функциями; - построение суммы и произведения функций; - построение графиков с использованием предельных свойств.
10	Пределы функций в точке Рассматриваемые вопросы: - предел функции в точке; - односторонние пределы; - бесконечно малые и бесконечно большие в точке функции; - О-символика.
11	Пределы функций на бесконечности Рассматриваемые вопросы: - понятие предела функции при x, стремящемся к бесконечности; - арифметические операции над функциями, имеющими предел; - свойства предела функции.
12	Первый и второй замечательные пределы Рассматриваемые вопросы: - первый замечательный предел; - второй замечательный предел; - таблица эквивалентностей.
13	Непрерывные функции Рассматриваемые вопросы: - определение непрерывности функции в точке; - понятие непрерывности на множестве; - непрерывность элементарных функций.
14	Теоремы о непрерывных функциях Рассматриваемые вопросы: - теоремы об обращении непрерывных функций в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке; - теоремы о локальном поведении непрерывных функций; - асимптоты функций и алгоритм их нахождения.
15	Функциональные уравнения Рассматриваемые вопросы: - алгоритмы решения функциональных уравнений; - функциональная характеристика показательной, логарифмической и степенной функций; - функциональная характеристика тригонометрических и гиперболических функций.
16	Производная: определение Рассматриваемые вопросы: - производная функции; - дифференцируемость функции; - геометрический смысл производной; - физический смысл производной; - уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
17	Производная: таблица производных Рассматриваемые вопросы: - производная обратной функции; - правила дифференцирования; - основные производные элементарных функций.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
18	Производная: основные теоремы Рассматриваемые вопросы: - необходимое условие экстремума; - основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля); - теорема о производной функции, заданной параметрически и неявно.
19	Дифференциал Рассматриваемые вопросы: - определение дифференциала функции; - геометрический смысл дифференциала; - инвариантность дифференциала; - использование дифференциала для приближённых вычислений.
20	Производные высших порядков Рассматриваемые вопросы: - производные функции высших порядков и их вычисление; - дифференциалы высших порядков; - примеры их вычисления для конкретных функций.
21	Формула Тейлора Рассматриваемые вопросы: - формула Тейлора для многочлена; - формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; - единственность разложения функции в ряд Тейлора.
22	Геометрический смысл второй производной Рассматриваемые вопросы: - исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной; - выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба. - неравенство Йенсена. Исследование функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной.
23	Исследование функции Рассматриваемые вопросы: - общий план исследования и построения графика функции; - построение дробно-рациональной функции общего вида; - построение тригонометрической функции общего вида.
24	Производная: применение Рассматриваемые вопросы: - применения производной; - правило Лопиталя для вычисления пределов для случая неопределенности $0/0$; - правило Лопиталя для вычисления пределов для случая неопределенности бесконечность на бесконечность.
25	Первообразная Рассматриваемые вопросы: - определение первообразной, неопределенный интеграл; - свойства интегралов; - таблица основных интегралов.
26	Основные формулы интегрирования Рассматриваемые вопросы: - формула замены переменной; - интегрирование по частям; - получение рекуррентных формул.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
27	Интегрирование рациональных дробей Рассматриваемые вопросы: - разложение дроби в сумму простейших; - метод неопределённых коэффициентов; - метод Остроградского.
28	Интегрирование тригонометрических функций Рассматриваемые вопросы: - универсальная тригонометрическая подстановка; - замены для случая симметрий подынтегральной функции; - использование формул понижения степени.
29	Интегрирование иррациональных функций Рассматриваемые вопросы: - замены для случая дробно-линейных иррациональностей; - сведение к интегралу от тригонометрической функции; - интегрирование методом неопределённых коэффициентов.
30	Интегрирование более сложных иррациональных функций Рассматриваемые вопросы: - подстановки Эйлера для вычисления интегралов; - дифференциальные биномы, случаи их интегрируемости; - подстановки Чебышёва для интегрирования дифференциальных биномов.
31	Интегрирование трансцендентных функций Рассматриваемые вопросы: - вычисление интегралов, включающих показательную функцию; - вычисление интегралов, включающих гиперболические функции; - вычисление интегралов, включающих логарифмическую функцию.
32	Определённые интегралы Рассматриваемые вопросы: - определённый интеграл; - геометрический смысл определённого интеграла; - свойства определённого интеграла.
33	Основные теоремы интегрального исчисления Рассматриваемые вопросы: - связь между определённым и неопределённым интегралом (формула Ньютона-Лейбница); - формула замены переменной; - формула интегрирования по частям.
34	Вычисление площадей при помощи определённого интеграла Рассматриваемые вопросы: - формулы для площади в декартовых координатах; - формулы для площади в полярных координатах; - примеры вычисления площадей.
35	Длина дуги кривой Рассматриваемые вопросы: - определение длины дуги кривой; - формулы для длины дуги в декартовых координатах; - формулы для длины дуги в полярных координатах.
36	Объём тела вращения Рассматриваемые вопросы: - формула для объёма через площади поперечных сечений;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- формулы для объёма тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс; - формулы для объёма тела, полученного вращением вокруг оси ординат.
37	Площадь поверхности Рассматриваемые вопросы: - формулы для площади в декартовых координатах; - формулы для площади в полярных координатах; - примеры вычисления площадей.
38	Механические приложения интеграла Рассматриваемые вопросы: - вычисление массы плоской кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести плоских фигур.
39	Несобственные интегралы от неотрицательной функции Рассматриваемые вопросы: - интегралы 1го и 2го рода; - критерии сравнения; - вычисление табличных интегралов.
40	Несобственные интегралы от функции произвольного знака Рассматриваемые вопросы: - признак Абеля сходимости несобственного интеграла; - признак Дирихле сходимости несобственного интеграла; - формулы интегрирования по частям и замены переменной.
41	Функции нескольких переменных: определение Рассматриваемые вопросы: - область определения функции нескольких переменных; - линии уровня функции двух переменных; - поверхности уровня функции трех переменных.
42	Арифметическое n-мерное пространство Рассматриваемые вопросы: - расстояние между двумя точками в n-мерном пространстве; - примеры областей в n-мерном пространстве; - общее определение открытой и замкнутой области, окрестности точки.
43	Функции нескольких переменных: пределы Рассматриваемые вопросы: - повторный предел функции нескольких переменных; - двойной предел функции нескольких переменных; - теоремы о взаимосвязи повторного и двойного пределов.
44	Непрерывность функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - определение непрерывной функции по Коши и по Гейне; - примеры исследования функции на непрерывность; - основные теоремы о непрерывных функциях (Больцано-Вейерштрасса).
45	Дифференцирование функций нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - определение частных производных; - достаточные условия дифференцируемости функции; - теорема о дифференцировании сложной функции.
46	Дифференциал функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - частные и полные дифференциалы;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- геометрический смысл дифференциала; - дифференциал в приближённых вычислениях.
47	Функции, заданные в неявном виде Рассматриваемые вопросы: - теорема о существовании и единственности явной функции для случая неявного задания; - дифференцируемость неявной функции; - неявные функции от нескольких переменных.
48	Геометрические приложения производной Рассматриваемые вопросы: - градиент, производная по направлению и их геометрический смысл; - касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной в явном виде; - касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной в неявном виде.
49	Формула Тейлора Рассматриваемые вопросы: - формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; - приближённые вычисления по формуле Тейлора; - применение формулы Тейлора для вычисления пределов.
50	Экстремумы функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - необходимые условия экстремума; - достаточные условия экстремума функции двух переменных; - достаточные условия экстремума функции нескольких переменных, критерий Сильвестра.
51	Условный экстремум функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - понятие условного экстремума; - метод неопределённых множителей Лагранжа; - решение задач на условный экстремум.
52	Отображения Рассматриваемые вопросы: - линейное отображение для случая n переменных; - формула для изменения площади/объёма; - нелинейные отображения и их невырожденность. Матрица Якоби и якобиан
53	Криволинейные интегралы первого рода Рассматриваемые вопросы: - определение криволинейного интеграла первого рода; - вычисление интегралов первого рода по кривым; - теорема о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана.
54	Криволинейные интегралы второго рода Рассматриваемые вопросы: - определение криволинейного интеграла второго рода; - вычисление интегралов второго рода по кривым; - определение векторного поля, векторная запись криволинейных интегралов.
55	Механические приложения криволинейных интегралов Рассматриваемые вопросы: - вычисление массы плоской кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести; - вычисление работы векторного поля.
56	Интегрирование функций нескольких переменных: двойные интегралы Рассматриваемые вопросы: - определение двойного интеграла;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- повторный интеграл и теорема о переходе от двойного интеграла к повторному; - замена переменных в двойном интеграле.
57	Двойной интеграл в полярных координатах Рассматриваемые вопросы: - переход в полярные координаты в двойном интеграле - вычисление интеграла Эйлера-Пуассона; - примеры вычисления интегралов в полярных координатах.
58	Связь между криволинейными и двойными интегралами Рассматриваемые вопросы: - условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов; - сведение криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром; - формула Грина.
59	Интегрирование функций нескольких переменных: тройные интегралы Рассматриваемые вопросы: - определение тройного интеграла; - теорема о переходе от тройного интеграла к повторному; - примеры вычислений тройного интеграла.
60	Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах Рассматриваемые вопросы: - определение сферических и цилиндрических координат; - вычисление якобианов данных систем координат; - примеры вычислений тройного интеграла в этих системах координат.
61	Поверхностный интеграл первого рода Рассматриваемые вопросы: - определение поверхностного интеграла первого рода; - сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; - примеры вычислений поверхностного интеграла первого рода.
62	Поверхностный интеграл второго рода Рассматриваемые вопросы: - определение поверхностного интеграла второго рода; - сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; - примеры вычислений поверхностного интеграла второго рода.
63	Элементы векторного анализа Рассматриваемые вопросы: - дивергенция и ротор векторного поля; - формула Стокса; - формула Гаусса-Остроградского.
64	Элементы векторного анализа: приложения Рассматриваемые вопросы: - вычисление потока векторного поля через поверхность; - вычисление циркуляции векторного поля; - приложения к задачам механики и гидродинамики.
65	Числовые ряды Рассматриваемые вопросы: - определение суммы ряда и частичных сумм; - расходимость гармонического ряда; - необходимое условие сходимости.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
66	Числовые ряды со знакоположительными членами Рассматриваемые вопросы: - признаки сравнения; - признаки Даламбера и Коши; - интегральный признак сходимости Коши.
67	Числовые ряды произвольного знака Рассматриваемые вопросы: - признак Лейбница, теорема об остатке ряда Лейбница; - условная и абсолютная сходимость рядов; - признаки Абеля и Дирихле.
68	Бесконечные произведения Рассматриваемые вопросы: - определение бесконечного произведения через частичные - необходимый признак сходимости бесконечного произведения - связь между сходимостью ряда и сходимостью произведения.
69	Равномерная сходимость последовательностей Рассматриваемые вопросы: - определение равномерной сходимости на множестве; - критерий Коши равномерной сходимости; - теорема о пределе равномерно сходящейся последовательности из непрерывных функций.
70	Равномерная сходимость рядов Рассматриваемые вопросы: - определение равномерной сходимости ряда на множестве; - критерий Коши равномерной сходимости; - примеры исследования рядов на равномерную сходимость.
71	Признаки равномерной сходимости рядов Рассматриваемые вопросы: - признак Вейерштрасса; - признак Лейбница; - признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости.
72	Основные теоремы о равномерной сходимости Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу равномерно сходящегося ряда; - теорема о дифференцировании равномерно сходящегося ряда; - теорема об интегрировании равномерно сходящегося ряда.
73	Ряды Тейлора Рассматриваемые вопросы: - теорема о разложении в ряд Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа; - теорема о разложении в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа; - получение табличных разложений функций.
74	Ряды Тейлора: приложения Рассматриваемые вопросы: - приближённые вычисления при помощи рядов Тейлора; - вычисление определённых и неопределённых интегралов при помощи рядов Тейлора; - приближённое решение дифференциальных уравнений вычисления при помощи рядов Тейлора.
75	Степенные ряды Рассматриваемые вопросы: - радиус сходимости степенного ряда; - теорема о дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов; - теоремы Адамара и Абеля.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
76	Некоторые сведения о нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: - пространства $C(a,b)$, $L(a,b)$, $L_2(a,b)$; - пространства со скалярным произведением; - ортогональные системы функций.
77	Ряды Фурье Рассматриваемые вопросы: - ортогональные системы функций в $L_2(a,b)$; - ряд Фурье и коэффициенты Фурье по ортогональной системе; - квадратичное уклонение функции.
78	Экстремальность коэффициентов ряда Фурье Рассматриваемые вопросы: - теорема о минимуме квадратичного отклонения, достигаемого на рядах Фурье; - неравенство Бесселя и равенство Парсеваля; - сходимость ряда Фурье для функций из $L_2(a,b)$.
79	Ряд Фурье для функций с периодом два пи Рассматриваемые вопросы: - формулы для коэффициентов ряда Фурье чётных и нечётных функций; - необходимые и достаточные условия сходимости ряда Фурье; - сходимость ряда Фурье для дважды дифференцируемых функций.
80	Ряды Фурье для функций с произвольным периодом Рассматриваемые вопросы: - формулы для коэффициентов ряда Фурье на произвольном периоде; - необходимые и достаточные условия сходимости ряда Фурье общего вида; - запись рядов Фурье в комплексной форме.
81	Замкнутость тригонометрической системы функций Рассматриваемые вопросы: - лемма о приближении кусочно-линейными функциями интегрируемых функций, имеющих разрывы первого рода; - теорема о коэффициентах Фурье для любой интегрируемой функции с разрывами первого рода; - простейшие свойства рядов Фурье.
82	Интегральное представление для частичной суммы ряда Фурье Рассматриваемые вопросы: - формула суммы косинусов; - интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье и ядро Дирихле; - интегральное представление единицы.
83	Преобразование Фурье Рассматриваемые вопросы: - определение преобразования Фурье и его свойства; - комплексная и вещественная формулы Фурье; - теорема о преобразовании свёртки функций в умножение образов.
84	Преобразование Фурье: приложения Рассматриваемые вопросы: - преобразование Фурье некоторых функций; - решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; - решение уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
85	Собственные параметрические интегралы Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- правило Лейбница для производной параметрического интеграла; - теорема об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
86	Несобственные параметрические интегралы Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; - правило Лейбница для производной параметрического интеграла; - теорема об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
87	Гамма-функция Эйлера Рассматриваемые вопросы: - определение и основные свойства; - формулы понижения и дополнения; - формула Стирлинга.
88	Бета-функция Эйлера Рассматриваемые вопросы: - определение и основные свойства; - связь между гамма и бета-функцией; - примеры вычисления интегралов, сводящихся к гамма и бета-функциям.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Вещественные числа В результате практических занятий студент осваивает навыки работы с вещественными числами, строит дедекиндовы сечения и доказывает иррациональность некоторых чисел.
2	Комплексные числа в алгебраической форме В результате практических занятий студент осваивает арифметические операции над комплексными числами.
3	Комплексные числа в тригонометрической форме В результате практических занятий студент осваивает операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
4	Множества. Верхняя и нижняя грани множеств В результате практических занятий студент осваивает операции над множествами, ищет наибольший и наименьший элементы множества; точную верхнюю и точную нижнюю грань множества.
5	Пределы числовых последовательностей В результате практических занятий студент осваивает свойства предела последовательностей и вычисляет простейшие пределы.
6	Теоремы о пределе последовательностей В результате практических занятий студент осваивает применение леммы о двух милиционерах, второй замечательного предела к вычислению пределов.
7	Частичные пределы последовательностей В результате практических занятий студент осваивает вычисление частичных пределов последовательности и доказывает их свойства.
8	Графики элементарных функций В результате практических занятий студент осваивает построение графиков функций и анализирует их свойства.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
9	Построение графиков функций В результате практических занятий студент осваивает основные преобразования над элементарными функциями, построение суммы и произведения функций.
10	Пределы функций в точке В результате практических занятий студент осваивает вычисление предела функции в точке и односторонних пределов.
11	Пределы функций на бесконечности В результате практических занятий студент осваивает вычисление предела функции при x , стремящемся к бесконечности; свойства предела функции.
12	Первый и второй замечательные пределы В результате практических занятий студент осваивает вычисление пределов сведением к первому, второму замечательному пределу или к таблице эквивалентностей.
13	Непрерывные функции В результате практических занятий студент осваивает определение непрерывности функции в точке; проверяет функции на непрерывность.
14	Теоремы о непрерывных функциях В результате практических занятий студент осваивает теоремы об обращении непрерывных функций в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке; ищет асимптоты функций.
15	Функциональные уравнения В результате практических занятий студент осваивает алгоритмы решения функциональных уравнений.
16	Производная: определение В результате практических занятий студент осваивает алгоритм проверки дифференцируемости функции; пишет уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
17	Производная: таблица производных В результате практических занятий студент осваивает вычисление производная обратной функции и сложной функции, правила дифференцирования.
18	Производная: основные теоремы В результате практических занятий студент осваивает проверку необходимого условия экстремума; использует основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля); вычисляет производную функции, заданной параметрически и неявно.
19	Дифференциал В результате практических занятий студент осваивает вычисление дифференциала и его применение для приближённых вычислений.
20	Производные высших порядков В результате практических занятий студент осваивает вычисление производных функций высших порядков и их вычисление; дифференциалов высших порядков.
21	Формула Тейлора В результате практических занятий студент нахождение формулы Тейлора для многочлена, формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
22	Геометрический смысл второй производной В результате практических занятий студент осваивает исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной; выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба.
23	Исследование функции В результате практических занятий студент осваивает алгоритм исследования и построения графика функции на конкретных примерах.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
24	Производная: применение В результате практических занятий студент осваивает применения производной; правило Лопиталья для вычисления пределов для случая неопределенности $0/0$; правило Лопиталья для вычисления пределов для случая неопределенности бесконечность на бесконечность.
25	Первообразная В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты получают навыки: - нахождения первообразной; - применения свойства интегралов; - применения основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям).
26	Методы разложения и линейной замены В результате практических занятий студент осваивает методы разложения и линейной замены в применении к конкретным интегралам.
27	Формула замены переменной В результате практических занятий студент осваивает формулу замены переменной и занесения множителя под знак интеграла на конкретных примерах.
28	Рациональные дроби В результате практических занятий студент осваивает алгоритм разложения дроби в сумму простейших, учится определять тип простейшей дроби.
29	Интегрирование рациональных дробей В результате практических занятий студент осваивает интегрирование дробей методом неопределённых коэффициентов.
30	Метод Остроградского В результате практических занятий студент осваивает интегрирование дробей методом Остроградского.
31	Интегрирование тригонометрических функций В результате практических занятий студент осваивает интегрирование тригонометрических функций простейшими способами: занесением множителя под знак дифференциала, формулами понижения, формулой преобразования произведения в сумму
32	Интегрирование тригонометрических функций: продвинутое методы В результате практических занятий студент осваивает интегрирование тригонометрических функций при помощи универсальной тригонометрической подстановки, заменами на случай симметрии подынтегральной функции
33	Интегрирование иррациональных функций В результате практических занятий студент осваивает замены для случая дробно-линейных иррациональностей; сведение к интегралу от тригонометрической функции; интегрирование методом неопределённых коэффициентов.
34	Подстановки Эйлера В результате практических занятий студент осваивает подстановки Эйлера для вычисления интегралов и случаи их возможного применения
35	Интегрирование дифференциальных биномов В результате практических занятий студент осваивает случаи интегрируемости дифференциальных биномов; подстановки Чебышёва для интегрирования дифференциальных биномов.
36	Интегрирование трансцендентных функций В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, включающих показательную функцию; гиперболические функции; логарифмическую функцию.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
37	Определённые интегралы В результате практических занятий студент осваивает вычисление определённого интеграла по определению и изучает приближённые методы его вычисления.
38	Формула Ньютона-Лейбница В результате практических занятий студент осваивает связь между определенным и неопределённым интегралом и вычисляет его.
39	Формула замены переменной В результате практических занятий студент осваивает формулу замены переменной и вычисляет определённые интегралы через неё.
40	Формула интегрирования по частям В результате практических занятий студент осваивает формулу интегрирования по частям и вычисляет определённые интегралы через неё.
41	Вычисление площадей при помощи определённого интеграла В результате практических занятий студент осваивает формулы для площади в декартовых координатах; формулы для площади в полярных координатах; вычисляет площади по этим формулам.
42	Длина дуги кривой В результате практических занятий студент осваивает формулы для длины дуги в декартовых координатах; формулы для длины дуги в полярных координатах.
43	Объём тела вращения В результате практических занятий студент осваивает формулы для объёма через площади поперечных сечений; для объёма тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс; ординат.
44	Площадь поверхности В результате практических занятий студент осваивает формулы для площади в декартовых координатах; в полярных координатах.
45	Механические приложения интеграла В результате практических занятий студент осваивает формулы для вычисления массы плоской кривой; статистических моментов и координат центра тяжести кривой; плоских фигур.
46	Несобственные интегралы первого рода от неотрицательной функции В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов 1го рода и критерии сравнения.
47	Несобственные интегралы второго рода от неотрицательной функции В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов 2го рода и критерии сравнения.
48	Несобственные интегралы от функции произвольного знака В результате практических занятий студент осваивает признак Абеля сходимости несобственного интеграла; признак Дирихле сходимости несобственного интеграла; формулы интегрирования по частям и замены переменной.
49	Функции нескольких переменных: определение В результате практических занятий студент осваивает решение задач на область определения функции нескольких переменных; линии уровня функции двух переменных; поверхности уровня функции трех переменных.
50	Арифметическое n-мерное пространство В результате практических занятий студент осваивает решение задач на расстояние между двумя точками в n-мерном пространстве; строит окрестности точек, определяет замкнутость или открытость областей.
51	Функции нескольких переменных: пределы В результате практических занятий студент осваивает методы нахождения повторного предела функции нескольких переменных; двойного предела функции нескольких переменных.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
52	Непрерывность функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает определение непрерывной функции по Коши и по Гейне; решает задачи исследования функции на непрерывность.
53	Дифференцирование функций нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает методы вычисления частных производных; в частности сложной функции.
54	Дифференциал функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает методы нахождения частных и полных дифференциалов; использует дифференциал в приближённых вычислениях.
55	Функции, заданные в неявном виде В результате практических занятий студент осваивает навыки нахождения производной неявной функции от нескольких переменных.
56	Геометрические приложения производной В результате практических занятий студент осваивает навыки вычисления градиента, производной по направлению и их геометрический смысл; построения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной в явном и неявном виде.
57	Формула Тейлора В результате практических занятий студент осваивает формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; приближённые вычисления по формуле Тейлора;
58	Экстремумы функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает необходимые условия экстремума; достаточные условия экстремума функции двух переменных; достаточные условия экстремума функции нескольких переменных, критерий Сильвестра.
59	Условный экстремум функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает метод неопределённых множителей Лагранжа для решения задач на условный экстремум.
60	Отображения В результате практических занятий студент осваивает формулу для изменения площади/объёма линейного отображения; ищет матрицы Якоби и якобиан.
61	Криволинейные интегралы первого рода В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов первого рода по кривым; теорему о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана.
62	Криволинейные интегралы второго рода В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов второго рода по кривым; ищет векторные поля.
63	Механические приложения криволинейных интегралов В результате практических занятий студент осваивает вычисление массы плоской кривой; вычисление статистических моментов и координат центра тяжести; вычисление работы векторного поля.
64	Интегрирование функций нескольких переменных: двойные интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе от двойного интеграла к повторному; замену переменных в двойном интеграле.
65	Двойной интеграл в полярных координатах В результате практических занятий студент осваивает переход в полярные координаты в двойном интеграле и вычисляет интегралы в полярных координатах.
66	Связь между криволинейными и двойными интегралами В результате практических занятий студент осваивает условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования, вычисляет криволинейные интегралы по формуле Грина.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
67	Интегрирование функций нескольких переменных: тройные интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе от тройного интеграла к повторному и вычисляет тройные интегралы.
68	Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах В результате практических занятий студент осваивает вычисление тройного интеграла в этих системах координат.
69	Поверхностный интеграл первого рода В результате практических занятий студент осваивает сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; вычисляет поверхностный интеграл первого рода.
70	Поверхностный интеграл второго рода В результате практических занятий студент осваивает сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; вычисляет поверхностный интеграл второго рода.
71	Элементы векторного анализа В результате практических занятий студент осваивает понятия дивергенции и ротора векторного поля; применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского.
72	Элементы векторного анализа: приложения В результате практических занятий студент осваивает вычисление потока векторного поля через поверхность; вычисление циркуляции векторного поля.
73	Числовые ряды В результате практических занятий студент осваивает нахождение частичных сумм ряда; проверяет необходимое условие сходимости.
74	Числовые ряды со знакоположительными членами В результате практических занятий студент осваивает признаки сравнения; признаки Даламбера и Коши; интегральный признак сходимости Коши.
75	Числовые ряды произвольного знака В результате практических занятий студент осваивает признак Лейбница, исследует условную и абсолютную сходимость рядов; применяет признаки Абеля и Дирихле.
76	Бесконечные произведения В результате практических занятий студент осваивает нахождение частичных произведений, исследует сходимость произведения.
77	Равномерная сходимость последовательностей В результате практических занятий студент осваивает исследование равномерной сходимости последовательности на заданных множествах.
78	Равномерная сходимость рядов В результате практических занятий студент осваивает исследование равномерной сходимости рядов на заданных множествах.
79	Признаки равномерной сходимости рядов В результате практических занятий студент осваивает признак Вейерштрасса; признак Лейбница; признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости.
80	Основные теоремы о равномерной сходимости В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу равномерно сходящегося ряда; теорему о дифференцировании равномерно сходящегося ряда; теорему об интегрировании равномерно сходящегося ряда.
81	Ряды Тейлора В результате практических занятий студент раскладывает функции в ряд Тейлора на основе табличных разложений функций.
82	Ряды Тейлора: приложения В результате практических занятий студент осваивает приближённые вычисления при помощи

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	рядов Тейлора; вычисление определённых и неопределённых интегралов при помощи рядов Тейлора; приближённое решение дифференциальных уравнений вычисления при помощи рядов Тейлора.
83	Степенные ряды В результате практических занятий студент осваивает навыки исследования степенных рядов на сходимость.
84	Некоторые сведения о нормированных пространствах В результате практических занятий студент осваивает нахождение норм в пространствах $C(a,b)$, $L(a,b)$, $L_2(a,b)$; нахождение скалярных произведений.
85	Ряды Фурье В результате практических занятий студент осваивает проверку систем на ортогональность в $L_2(a,b)$; ищет квадратичное отклонение функции.
86	Экстремальность коэффициентов ряда Фурье В результате практических занятий студент осваивает теорему о минимуме квадратичного отклонения, достигаемого на рядах Фурье; записывает неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
87	Ряд Фурье для функций с периодом два пи В результате практических занятий студент осваивает формулы для коэффициентов ряда Фурье чётных и нечётных функций и раскладывает функции в ряды Фурье.
88	Ряды Фурье для функций с произвольным периодом В результате практических занятий студент осваивает формулы для коэффициентов ряда Фурье на произвольном периоде и раскладывает функции в ряды Фурье.
89	Замкнутость тригонометрической системы функций В результате практических занятий студент осваивает простейшие свойства рядов Фурье.
90	Интегральное представление для частичной суммы ряда Фурье В результате практических занятий студент осваивает формулу суммы косинусов; записывает частичную сумму ряда Фурье по интегральной формуле.
91	Преобразование Фурье В результате практических занятий студент осваивает вычисление преобразования Фурье функций и его свойства.
92	Преобразование Фурье: приложения В результате практических занятий при помощи преобразования Фурье студент осваивает решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
93	Собственные параметрические интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; применяет правило Лейбница для производной параметрического интеграла; применяет теорему об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
94	Несобственные параметрические интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; применяет правило Лейбница для производной параметрического интеграла; применяет теорему об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
95	Гамма-функция Эйлера В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, сводящихся к Γ -функции Эйлера, применяет формулы понижения и дополнения.
96	Бета-функция Эйлера В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, сводящихся к B -функции Эйлера, применяет формулы связи между Γ и B -функцией.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом
2	Работа с литературой
3	Текущая подготовка к занятиям
4	Подготовка к промежуточной аттестации
5	Подготовка к текущему контролю
6	Подготовка к промежуточной аттестации.
7	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/ п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 608 с. — ISBN 978-5-507-45809-7	https://e.lanbook.com/book/284078 (дата обращения: 09.04.2025)
2	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. : учебник для вузов : в 2 томах / Г. М.	https://e.lanbook.com/book/199928 (дата обращения: 09.04.2025)

	Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 2 : Курс дифференциал ного и интегрального исчисления — 2022. — 800 с. — ISBN 978-5- 8114-9785-0	
3	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциал ного и интегрального исчисления В 3-х тт. : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 3 — 2022. — 656 с. — ISBN 978-5- 507-44238-6	https://e.lanbook.com/book/221270 (дата обращения: 09.04.2025).
4	Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математическо го анализа / Г. Н. Берман. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с. — ISBN 978-5-507- 46033-5	https://e.lanbook.com/book/295943 (дата обращения: 09.04.2025)

5	Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-9078-3	https://e.lanbook.com/book/184105 (дата обращения: 09.04.2025)
6	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5	https://urait.ru/viewer/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-1-v-2-kn-kniga-2-562116#page/1 (дата обращения: 17.06.2025)
7	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А.	https://urait.ru/bcode/513352 (дата обращения: 09.04.2025).

	Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9	
8	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7	https://urait.ru/bcode/511024 (дата обращения: 09.04.2025)
9	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. — 6-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_1454721/?ysclid=m9a1qplmea175957450

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miiit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 1, 2, 3, 4 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Цифровые технологии управления
транспортными процессами»

А.П. Иванова

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова