

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониним В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Математический анализ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 1343395

Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов и алгоритмов математического анализа при поиске пределов и производных, вычислении интегралов и сходимости;
- ознакомление студентов с теорией математического анализа, пределов и производных, интегральных сумм и рядов;
- обеспечение студентов прочными знаниями в области математического анализа, формирование основ математической подготовки студентов, необходимых для профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование личности студента, его умение алгоритмически мыслить;
- формирование умений и навыков, необходимых для использования обучающимся в дальнейших дисциплинах направления таких, как дифференциальные уравнения, комплексный и функциональный анализ, и в дальнейшей их профессиональной деятельности;
- обучение студента применению основных понятий и методов математического анализа.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- понятия предела, непрерывной функции, производной, определенного и неопределенного интеграла, числового и функционального ряда;
- методы нахождения пределов последовательностей и функций, производных, определенных и неопределенных интегралов, исследования сходимости числовых и функциональных рядов.

Уметь:

- проверять сходимость последовательности, существование производной функции в точке или интеграла от неограниченной функции;
- находить пределы и производные функции, вычислять интегралы от функций вещественного переменного, проверять, сходится ли ряд или нет;

Владеть:

- методами вычисления пределов, производных и интегралов, исследования числовых и функциональных рядов
- навыками осуществления поиска, анализа и синтеза информации для решения задач с использованием методов математического анализа;

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 18 з.е. (648 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов				
	Всего	Семестр			
		№1	№2	№3	№4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	368	96	80	96	96
В том числе:					
Занятия лекционного типа	176	48	32	48	48
Занятия семинарского типа	192	48	48	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 280 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Вещественные числа Рассматриваемые вопросы: - множество действительных чисел; - действительные числа на вещественной прямой; - аксиома непрерывности.
2	Комплексные числа в алгебраической форме Рассматриваемые вопросы: - множество комплексных чисел и его построение; - арифметические операции над комплексными числами; - извлечение квадратного корня из комплексного числа.
3	Комплексные числа в тригонометрической форме Рассматриваемые вопросы: - вычисление модуля и аргумента комплексного числа - операции над комплексными числами в тригонометрической форме; - извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.
4	Множества. Верхняя и нижняя грани множеств Рассматриваемые вопросы: - операции над множествами, их свойства; - наибольший и наименьший элементы множества; - точная верхняя и точная нижняя грань множества; - теоремы о существовании точной верхней и нижней грани множества у ограниченных множеств
5	Пределы числовых последовательностей Рассматриваемые вопросы: - определение числовой последовательности; - определение предела числовой последовательности; - свойства предела последовательностей.
6	Теоремы о пределе последовательностей Рассматриваемые вопросы: - лемма о двух милиционерах; - число Эйлера, второй замечательный предел; - теорема Штольца.
7	Частичные пределы последовательностей Рассматриваемые вопросы: - частичные последовательности (подпоследовательности) и частичные пределы; - свойства частичных пределов; - лемма Больцано-Вейерштрасса.
8	Графики элементарных функции Рассматриваемые вопросы: - основные свойства функций; - возможность существования обратной функции; - построение основных (табличных) графиков функций с указанием их свойств

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
9	Построение графиков функций Рассматриваемые вопросы: - основные преобразования над элементарными функциями; - построение суммы и произведения функций; - построение графиков с использованием предельных свойств.
10	Пределы функций в точке Рассматриваемые вопросы: - предел функции в точке; - односторонние пределы; - бесконечно малые и бесконечно большие в точке функции; - О-символика.
11	Пределы функций на бесконечности Рассматриваемые вопросы: - понятие предела функции при x, стремящемся к бесконечности; - арифметические операции над функциями, имеющими предел; - свойства предела функции.
12	Первый и второй замечательные пределы Рассматриваемые вопросы: - первый замечательный предел; - второй замечательный предел; - таблица эквивалентностей.
13	Непрерывные функции Рассматриваемые вопросы: - определение непрерывности функции в точке; - понятие непрерывности на множестве; - непрерывность элементарных функций.
14	Теоремы о непрерывных функциях Рассматриваемые вопросы: - теоремы об обращении непрерывных функций в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке; - теоремы о локальном поведении непрерывных функций; - асимптоты функций и алгоритм их нахождения.
15	Функциональные уравнения Рассматриваемые вопросы: - алгоритмы решения функциональных уравнений; - функциональная характеристика показательной, логарифмической и степенной функций; - функциональная характеристика тригонометрических и гиперболических функций.
16	Производная: определение Рассматриваемые вопросы: - производная функции; - дифференцируемость функции; - геометрический смысл производной; - физический смысл производной; - уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
17	Производная: таблица производных Рассматриваемые вопросы: - производная обратной функции; - правила дифференцирования; - основные производные элементарных функций.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
18	Производная: основные теоремы Рассматриваемые вопросы: - необходимое условие экстремума; - основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля); - теорема о производной функции, заданной параметрически и неявно.
19	Дифференциал Рассматриваемые вопросы: - определение дифференциала функции; - геометрический смысл дифференциала; - инвариантность дифференциала; - использование дифференциала для приближённых вычислений.
20	Производные высших порядков Рассматриваемые вопросы: - производные функции высших порядков и их вычисление; - дифференциалы высших порядков; - примеры их вычисления для конкретных функций.
21	Формула Тейлора Рассматриваемые вопросы: - формула Тейлора для многочлена; - формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; - единственность разложения функции в ряд Тейлора.
22	Геометрический смысл второй производной Рассматриваемые вопросы: - исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной; - выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба. - неравенство Йенсена. Исследование функции на выпуклость/вогнутость при помощи второй производной.
23	Исследование функции Рассматриваемые вопросы: - общий план исследования и построения графика функции; - построение дробно-рациональной функции общего вида; - построение тригонометрической функции общего вида.
24	Производная: применение Рассматриваемые вопросы: - применения производной; - правило Лопиталя для вычисления пределов для случая неопределенности $0/0$; - правило Лопиталя для вычисления пределов для случая неопределенности бесконечность на бесконечность.
25	Первообразная Рассматриваемые вопросы: - определение первообразной, неопределенный интеграл; - свойства интегралов; - таблица основных интегралов.
26	Основные формулы интегрирования Рассматриваемые вопросы: - формула замены переменной; - интегрирование по частям; - получение рекуррентных формул.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
27	Интегрирование рациональных дробей Рассматриваемые вопросы: - разложение дроби в сумму простейших; - метод неопределённых коэффициентов; - метод Остроградского.
28	Интегрирование тригонометрических функций Рассматриваемые вопросы: - универсальная тригонометрическая подстановка; - замены для случая симметрий подынтегральной функции; - использование формул понижения степени.
29	Интегрирование иррациональных функций Рассматриваемые вопросы: - замены для случая дробно-линейных иррациональностей; - сведение к интегралу от тригонометрической функции; - интегрирование методом неопределённых коэффициентов.
30	Интегрирование более сложных иррациональных функций Рассматриваемые вопросы: - подстановки Эйлера для вычисления интегралов; - дифференциальные биномы, случаи их интегрируемости; - подстановки Чебышёва для интегрирования дифференциальных биномов.
31	Интегрирование трансцендентных функций Рассматриваемые вопросы: - вычисление интегралов, включающих показательную функцию; - вычисление интегралов, включающих гиперболические функции; - вычисление интегралов, включающих логарифмическую функцию.
32	Определённые интегралы Рассматриваемые вопросы: - определённый интеграл; - геометрический смысл определённого интеграла; - свойства определённого интеграла.
33	Основные теоремы интегрального исчисления Рассматриваемые вопросы: - связь между определённым и неопределённым интегралом (формула Ньютона-Лейбница); - формула замены переменной; - формула интегрирования по частям.
34	Вычисление площадей при помощи определённого интеграла Рассматриваемые вопросы: - формулы для площади в декартовых координатах; - формулы для площади в полярных координатах; - примеры вычисления площадей.
35	Длина дуги кривой Рассматриваемые вопросы: - определение длины дуги кривой; - формулы для длины дуги в декартовых координатах; - формулы для длины дуги в полярных координатах.
36	Объём тела вращения Рассматриваемые вопросы: - формула для объёма через площади поперечных сечений;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- формулы для объёма тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс; - формулы для объёма тела, полученного вращением вокруг оси ординат.
37	Площадь поверхности Рассматриваемые вопросы: - формулы для площади в декартовых координатах; - формулы для площади в полярных координатах; - примеры вычисления площадей.
38	Механические приложения интеграла Рассматриваемые вопросы: - вычисление массы плоской кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести плоских фигур.
39	Несобственные интегралы от неотрицательной функции Рассматриваемые вопросы: - интегралы 1го и 2го рода; - критерии сравнения; - вычисление табличных интегралов.
40	Несобственные интегралы от функции произвольного знака Рассматриваемые вопросы: - признак Абеля сходимости несобственного интеграла; - признак Дирихле сходимости несобственного интеграла; - формулы интегрирования по частям и замены переменной.
41	Функции нескольких переменных: определение Рассматриваемые вопросы: - область определения функции нескольких переменных; - линии уровня функции двух переменных; - поверхности уровня функции трех переменных.
42	Арифметическое n-мерное пространство Рассматриваемые вопросы: - расстояние между двумя точками в n-мерном пространстве; - примеры областей в n-мерном пространстве; - общее определение открытой и замкнутой области, окрестности точки.
43	Функции нескольких переменных: пределы Рассматриваемые вопросы: - повторный предел функции нескольких переменных; - двойной предел функции нескольких переменных; - теоремы о взаимосвязи повторного и двойного пределов.
44	Непрерывность функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - определение непрерывной функции по Коши и по Гейне; - примеры исследования функции на непрерывность; - основные теоремы о непрерывных функциях (Больцано-Вейерштрасса).
45	Дифференцирование функций нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - определение частных производных; - достаточные условия дифференцируемости функции; - теорема о дифференцировании сложной функции.
46	Дифференциал функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - частные и полные дифференциалы;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- геометрический смысл дифференциала; - дифференциал в приближённых вычислениях.
47	Функции, заданные в неявном виде Рассматриваемые вопросы: - теорема о существовании и единственности явной функции для случая неявного задания; - дифференцируемость неявной функции; - неявные функции от нескольких переменных.
48	Геометрические приложения производной Рассматриваемые вопросы: - градиент, производная по направлению и их геометрический смысл; - касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной в явном виде; - касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной в неявном виде.
49	Формула Тейлора Рассматриваемые вопросы: - формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; - приближённые вычисления по формуле Тейлора; - применение формулы Тейлора для вычисления пределов.
50	Экстремумы функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - необходимые условия экстремума; - достаточные условия экстремума функции двух переменных; - достаточные условия экстремума функции нескольких переменных, критерий Сильвестра.
51	Условный экстремум функции нескольких переменных Рассматриваемые вопросы: - понятие условного экстремума; - метод неопределённых множителей Лагранжа; - решение задач на условный экстремум.
52	Отображения Рассматриваемые вопросы: - линейное отображение для случая n переменных; - формула для изменения площади/объёма; - нелинейные отображения и их невырожденность. Матрица Якоби и якобиан
53	Криволинейные интегралы первого рода Рассматриваемые вопросы: - определение криволинейного интеграла первого рода; - вычисление интегралов первого рода по кривым; - теорема о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана.
54	Криволинейные интегралы второго рода Рассматриваемые вопросы: - определение криволинейного интеграла второго рода; - вычисление интегралов второго рода по кривым; - определение векторного поля, векторная запись криволинейных интегралов.
55	Механические приложения криволинейных интегралов Рассматриваемые вопросы: - вычисление массы плоской кривой; - вычисление статистических моментов и координат центра тяжести; - вычисление работы векторного поля.
56	Интегрирование функций нескольких переменных: двойные интегралы Рассматриваемые вопросы: - определение двойного интеграла;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- повторный интеграл и теорема о переходе от двойного интеграла к повторному; - замена переменных в двойном интеграле.
57	Двойной интеграл в полярных координатах Рассматриваемые вопросы: - переход в полярные координаты в двойном интеграле - вычисление интеграла Эйлера-Пуассона; - примеры вычисления интегралов в полярных координатах.
58	Связь между криволинейными и двойными интегралами Рассматриваемые вопросы: - условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов; - сведение криволинейных интегралов по замкнутому контуру к двойному интегралу по области, ограниченной заданным контуром; - формула Грина.
59	Интегрирование функций нескольких переменных: тройные интегралы Рассматриваемые вопросы: - определение тройного интеграла; - теорема о переходе от тройного интеграла к повторному; - примеры вычислений тройного интеграла.
60	Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах Рассматриваемые вопросы: - определение сферических и цилиндрических координат; - вычисление якобианов данных систем координат; - примеры вычислений тройного интеграла в этих системах координат.
61	Поверхностный интеграл первого рода Рассматриваемые вопросы: - определение поверхностного интеграла первого рода; - сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; - примеры вычислений поверхностного интеграла первого рода.
62	Поверхностный интеграл второго рода Рассматриваемые вопросы: - определение поверхностного интеграла второго рода; - сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; - примеры вычислений поверхностного интеграла второго рода.
63	Элементы векторного анализа Рассматриваемые вопросы: - дивергенция и ротор векторного поля; - формула Стокса; - формула Гаусса-Остроградского.
64	Элементы векторного анализа: приложения Рассматриваемые вопросы: - вычисление потока векторного поля через поверхность; - вычисление циркуляции векторного поля; - приложения к задачам механики и гидродинамики.
65	Числовые ряды Рассматриваемые вопросы: - определение суммы ряда и частичных сумм; - расходимость гармонического ряда; - необходимое условие сходимости.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
66	Числовые ряды со знакоположительными членами Рассматриваемые вопросы: - признаки сравнения; - признаки Даламбера и Коши; - интегральный признак сходимости Коши.
67	Числовые ряды произвольного знака Рассматриваемые вопросы: - признак Лейбница, теорема об остатке ряда Лейбница; - условная и абсолютная сходимость рядов; - признаки Абеля и Дирихле.
68	Бесконечные произведения Рассматриваемые вопросы: - определение бесконечного произведения через частичные - необходимый признак сходимости бесконечного произведения - связь между сходимостью ряда и сходимостью произведения.
69	Равномерная сходимость последовательностей Рассматриваемые вопросы: - определение равномерной сходимости на множестве; - критерий Коши равномерной сходимости; - теорема о пределе равномерно сходящейся последовательности из непрерывных функций.
70	Равномерная сходимость рядов Рассматриваемые вопросы: - определение равномерной сходимости ряда на множестве; - критерий Коши равномерной сходимости; - примеры исследования рядов на равномерную сходимость.
71	Признаки равномерной сходимости рядов Рассматриваемые вопросы: - признак Вейерштрасса; - признак Лейбница; - признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости.
72	Основные теоремы о равномерной сходимости Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу равномерно сходящегося ряда; - теорема о дифференцировании равномерно сходящегося ряда; - теорема об интегрировании равномерно сходящегося ряда.
73	Ряды Тейлора Рассматриваемые вопросы: - теорема о разложении в ряд Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа; - теорема о разложении в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа; - получение табличных разложений функций.
74	Ряды Тейлора: приложения Рассматриваемые вопросы: - приближённые вычисления при помощи рядов Тейлора; - вычисление определённых и неопределённых интегралов при помощи рядов Тейлора; - приближённое решение дифференциальных уравнений вычисления при помощи рядов Тейлора.
75	Степенные ряды Рассматриваемые вопросы: - радиус сходимости степенного ряда; - теорема о дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов; - теоремы Адамара и Абеля.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
76	Некоторые сведения о нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: - пространства $C(a,b)$, $L(a,b)$, $L_2(a,b)$; - пространства со скалярным произведением; - ортогональные системы функций.
77	Ряды Фурье Рассматриваемые вопросы: - ортогональные системы функций в $L_2(a,b)$; - ряд Фурье и коэффициенты Фурье по ортогональной системе; - квадратичное уклонение функции.
78	Экстремальность коэффициентов ряда Фурье Рассматриваемые вопросы: - теорема о минимуме квадратичного отклонения, достигаемого на рядах Фурье; - неравенство Бесселя и равенство Парсеваля; - сходимость ряда Фурье для функций из $L_2(a,b)$.
79	Ряд Фурье для функций с периодом два пи Рассматриваемые вопросы: - формулы для коэффициентов ряда Фурье чётных и нечётных функций; - необходимые и достаточные условия сходимости ряда Фурье; - сходимость ряда Фурье для дважды дифференцируемых функций.
80	Ряды Фурье для функций с произвольным периодом Рассматриваемые вопросы: - формулы для коэффициентов ряда Фурье на произвольном периоде; - необходимые и достаточные условия сходимости ряда Фурье общего вида; - запись рядов Фурье в комплексной форме.
81	Замкнутость тригонометрической системы функций Рассматриваемые вопросы: - лемма о приближении кусочно-линейными функциями интегрируемых функций, имеющих разрывы первого рода; - теорема о коэффициентах Фурье для любой интегрируемой функции с разрывами первого рода; - простейшие свойства рядов Фурье.
82	Интегральное представление для частичной суммы ряда Фурье Рассматриваемые вопросы: - формула суммы косинусов; - интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье и ядро Дирихле; - интегральное представление единицы.
83	Преобразование Фурье Рассматриваемые вопросы: - определение преобразования Фурье и его свойства; - комплексная и вещественная формулы Фурье; - теорема о преобразовании свёртки функций в умножение образов.
84	Преобразование Фурье: приложения Рассматриваемые вопросы: - преобразование Фурье некоторых функций; - решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; - решение уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
85	Собственные параметрические интегралы Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- правило Лейбница для производной параметрического интеграла; - теорема об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
86	Несобственные параметрические интегралы Рассматриваемые вопросы: - теорема о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; - правило Лейбница для производной параметрического интеграла; - теорема об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
87	Гамма-функция Эйлера Рассматриваемые вопросы: - определение и основные свойства; - формулы понижения и дополнения; - формула Стирлинга.
88	Бета-функция Эйлера Рассматриваемые вопросы: - определение и основные свойства; - связь между гамма и бета-функцией; - примеры вычисления интегралов, сводящихся к гамма и бета-функциям.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Вещественные числа В результате практических занятий студент осваивает навыки работы с вещественными числами, строит дедекиндовы сечения и доказывает иррациональность некоторых чисел.
2	Комплексные числа в алгебраической форме В результате практических занятий студент осваивает арифметические операции над комплексными числами.
3	Комплексные числа в тригонометрической форме В результате практических занятий студент осваивает операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
4	Множества. Верхняя и нижняя грани множеств В результате практических занятий студент осваивает операции над множествами, ищет наибольший и наименьший элементы множества; точную верхнюю и точную нижнюю грань множества.
5	Пределы числовых последовательностей В результате практических занятий студент осваивает свойства предела последовательностей и вычисляет простейшие пределы.
6	Теоремы о пределе последовательностей В результате практических занятий студент осваивает применение леммы о двух милиционерах, второй замечательного предела к вычислению пределов.
7	Частичные пределы последовательностей В результате практических занятий студент осваивает вычисление частичных пределов последовательности и доказывает их свойства.
8	Графики элементарных функций В результате практических занятий студент осваивает построение графиков функций и анализирует их свойства.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
9	Построение графиков функций В результате практических занятий студент осваивает основные преобразования над элементарными функциями, построение суммы и произведения функций.
10	Пределы функций в точке В результате практических занятий студент осваивает вычисление предела функции в точке и односторонних пределов.
11	Пределы функций на бесконечности В результате практических занятий студент осваивает вычисление предела функции при x , стремящемся к бесконечности; свойства предела функции.
12	Первый и второй замечательные пределы В результате практических занятий студент осваивает вычисление пределов сведением к первому, второму замечательному пределу или к таблице эквивалентностей.
13	Непрерывные функции В результате практических занятий студент осваивает определение непрерывности функции в точке; проверяет функции на непрерывность.
14	Теоремы о непрерывных функциях В результате практических занятий студент осваивает теоремы об обращении непрерывных функций в ноль, о достижении максимума и минимума на отрезке; ищет асимптоты функций.
15	Функциональные уравнения В результате практических занятий студент осваивает алгоритмы решения функциональных уравнений.
16	Производная: определение В результате практических занятий студент осваивает алгоритм проверки дифференцируемости функции; пишет уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
17	Производная: таблица производных В результате практических занятий студент осваивает вычисление производная обратной функции и сложной функции, правила дифференцирования.
18	Производная: основные теоремы В результате практических занятий студент осваивает проверку необходимого условия экстремума; использует основные теоремы о производных (теорема Коши, Лагранжа, Ролля); вычисляет производную функции, заданной параметрически и неявно.
19	Дифференциал В результате практических занятий студент осваивает вычисление дифференциала и его применение для приближённых вычислений.
20	Производные высших порядков В результате практических занятий студент осваивает вычисление производных функций высших порядков и их вычисление; дифференциалов высших порядков.
21	Формула Тейлора В результате практических занятий студент нахождение формулы Тейлора для многочлена, формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
22	Геометрический смысл второй производной В результате практических занятий студент осваивает исследование функции на возрастание/убывание при помощи производной; выпуклость и вогнутость функций, точки перегиба.
23	Исследование функции В результате практических занятий студент осваивает алгоритм исследования и построения графика функции на конкретных примерах.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
24	Производная: применение В результате практических занятий студент осваивает применения производной; правило Лопиталья для вычисления пределов для случая неопределенности $0/0$; правило Лопиталья для вычисления пределов для случая неопределенности бесконечность на бесконечность.
25	Первообразная В результате работы на практических занятиях на конкретных примерах студенты получают навыки: - нахождения первообразной; - применения свойства интегралов; - применения основных формул интегрирования (формула замены переменной, интегрирование по частям).
26	Методы разложения и линейной замены В результате практических занятий студент осваивает методы разложения и линейной замены в применении к конкретным интегралам.
27	Формула замены переменной В результате практических занятий студент осваивает формулу замены переменной и занесения множителя под знак интеграла на конкретных примерах.
28	Рациональные дроби В результате практических занятий студент осваивает алгоритм разложения дроби в сумму простейших, учится определять тип простейшей дроби.
29	Интегрирование рациональных дробей В результате практических занятий студент осваивает интегрирование дробей методом неопределённых коэффициентов.
30	Метод Остроградского В результате практических занятий студент осваивает интегрирование дробей методом Остроградского.
31	Интегрирование тригонометрических функций В результате практических занятий студент осваивает интегрирование тригонометрических функций простейшими способами: занесением множителя под знак дифференциала, формулами понижения, формулой преобразования произведения в сумму
32	Интегрирование тригонометрических функций: продвинутое методы В результате практических занятий студент осваивает интегрирование тригонометрических функций при помощи универсальной тригонометрической подстановки, заменами на случай симметрии подынтегральной функции
33	Интегрирование иррациональных функций В результате практических занятий студент осваивает замены для случая дробно-линейных иррациональностей; сведение к интегралу от тригонометрической функции; интегрирование методом неопределённых коэффициентов.
34	Подстановки Эйлера В результате практических занятий студент осваивает подстановки Эйлера для вычисления интегралов и случаи их возможного применения
35	Интегрирование дифференциальных биномов В результате практических занятий студент осваивает случаи интегрируемости дифференциальных биномов; подстановки Чебышёва для интегрирования дифференциальных биномов.
36	Интегрирование трансцендентных функций В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, включающих показательную функцию; гиперболические функции; логарифмическую функцию.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
37	Определённые интегралы В результате практических занятий студент осваивает вычисление определённого интеграла по определению и изучает приближённые методы его вычисления.
38	Формула Ньютона-Лейбница В результате практических занятий студент осваивает связь между определенным и неопределённым интегралом и вычисляет его.
39	Формула замены переменной В результате практических занятий студент осваивает формулу замены переменной и вычисляет определённые интегралы через неё.
40	Формула интегрирования по частям В результате практических занятий студент осваивает формулу интегрирования по частям и вычисляет определённые интегралы через неё.
41	Вычисление площадей при помощи определённого интеграла В результате практических занятий студент осваивает формулы для площади в декартовых координатах; формулы для площади в полярных координатах; вычисляет площади по этим формулам.
42	Длина дуги кривой В результате практических занятий студент осваивает формулы для длины дуги в декартовых координатах; формулы для длины дуги в полярных координатах.
43	Объём тела вращения В результате практических занятий студент осваивает формулы для объёма через площади поперечных сечений; для объёма тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс; ординат.
44	Площадь поверхности В результате практических занятий студент осваивает формулы для площади в декартовых координатах; в полярных координатах.
45	Механические приложения интеграла В результате практических занятий студент осваивает формулы для вычисления массы плоской кривой; статистических моментов и координат центра тяжести кривой; плоских фигур.
46	Несобственные интегралы первого рода от неотрицательной функции В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов 1го рода и критерии сравнения.
47	Несобственные интегралы второго рода от неотрицательной функции В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов 2го рода и критерии сравнения.
48	Несобственные интегралы от функции произвольного знака В результате практических занятий студент осваивает признак Абеля сходимости несобственного интеграла; признак Дирихле сходимости несобственного интеграла; формулы интегрирования по частям и замены переменной.
49	Функции нескольких переменных: определение В результате практических занятий студент осваивает решение задач на область определения функции нескольких переменных; линии уровня функции двух переменных; поверхности уровня функции трех переменных.
50	Арифметическое n-мерное пространство В результате практических занятий студент осваивает решение задач на расстояние между двумя точками в n-мерном пространстве; строит окрестности точек, определяет замкнутость или открытость областей.
51	Функции нескольких переменных: пределы В результате практических занятий студент осваивает методы нахождения повторного предела функции нескольких переменных; двойного предела функции нескольких переменных.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
52	Непрерывность функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает определение непрерывной функции по Коши и по Гейне; решает задачи исследования функции на непрерывность.
53	Дифференцирование функций нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает методы вычисления частных производных; в частности сложной функции.
54	Дифференциал функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает методы нахождения частных и полных дифференциалов; использует дифференциал в приближённых вычислениях.
55	Функции, заданные в неявном виде В результате практических занятий студент осваивает навыки нахождения производной неявной функции от нескольких переменных.
56	Геометрические приложения производной В результате практических занятий студент осваивает навыки вычисления градиента, производной по направлению и их геометрический смысл; построения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной в явном и неявном виде.
57	Формула Тейлора В результате практических занятий студент осваивает формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано; приближённые вычисления по формуле Тейлора;
58	Экстремумы функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает необходимые условия экстремума; достаточные условия экстремума функции двух переменных; достаточные условия экстремума функции нескольких переменных, критерий Сильвестра.
59	Условный экстремум функции нескольких переменных В результате практических занятий студент осваивает метод неопределённых множителей Лагранжа для решения задач на условный экстремум.
60	Отображения В результате практических занятий студент осваивает формулу для изменения площади/объёма линейного отображения; ищет матрицы Якоби и якобиан.
61	Криволинейные интегралы первого рода В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов первого рода по кривым; теорему о сведении интегралов по кривым к интегралу Римана.
62	Криволинейные интегралы второго рода В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов второго рода по кривым; ищет векторные поля.
63	Механические приложения криволинейных интегралов В результате практических занятий студент осваивает вычисление массы плоской кривой; вычисление статистических моментов и координат центра тяжести; вычисление работы векторного поля.
64	Интегрирование функций нескольких переменных: двойные интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе от двойного интеграла к повторному; замену переменных в двойном интеграле.
65	Двойной интеграл в полярных координатах В результате практических занятий студент осваивает переход в полярные координаты в двойном интеграле и вычисляет интегралы в полярных координатах.
66	Связь между криволинейными и двойными интегралами В результате практических занятий студент осваивает условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования, вычисляет криволинейные интегралы по формуле Грина.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
67	Интегрирование функций нескольких переменных: тройные интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе от тройного интеграла к повторному и вычисляет тройные интегралы.
68	Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах В результате практических занятий студент осваивает вычисление тройного интеграла в этих системах координат.
69	Поверхностный интеграл первого рода В результате практических занятий студент осваивает сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; вычисляет поверхностный интеграл первого рода.
70	Поверхностный интеграл второго рода В результате практических занятий студент осваивает сведение поверхностного интеграла к двойному по проекции; вычисляет поверхностный интеграл второго рода.
71	Элементы векторного анализа В результате практических занятий студент осваивает понятия дивергенции и ротора векторного поля; применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского.
72	Элементы векторного анализа: приложения В результате практических занятий студент осваивает вычисление потока векторного поля через поверхность; вычисление циркуляции векторного поля.
73	Числовые ряды В результате практических занятий студент осваивает нахождение частичных сумм ряда; проверяет необходимое условие сходимости.
74	Числовые ряды со знакоположительными членами В результате практических занятий студент осваивает признаки сравнения; признаки Даламбера и Коши; интегральный признак сходимости Коши.
75	Числовые ряды произвольного знака В результате практических занятий студент осваивает признак Лейбница, исследует условную и абсолютную сходимость рядов; применяет признаки Абеля и Дирихле.
76	Бесконечные произведения В результате практических занятий студент осваивает нахождение частичных произведений, исследует сходимость произведения.
77	Равномерная сходимость последовательностей В результате практических занятий студент осваивает исследование равномерной сходимости последовательности на заданных множествах.
78	Равномерная сходимость рядов В результате практических занятий студент осваивает исследование равномерной сходимости рядов на заданных множествах.
79	Признаки равномерной сходимости рядов В результате практических занятий студент осваивает признак Вейерштрасса; признак Лейбница; признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости.
80	Основные теоремы о равномерной сходимости В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу равномерно сходящегося ряда; теорему о дифференцировании равномерно сходящегося ряда; теорему об интегрировании равномерно сходящегося ряда.
81	Ряды Тейлора В результате практических занятий студент раскладывает функции в ряд Тейлора на основе табличных разложений функций.
82	Ряды Тейлора: приложения В результате практических занятий студент осваивает приближённые вычисления при помощи

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	рядов Тейлора; вычисление определённых и неопределённых интегралов при помощи рядов Тейлора; приближённое решение дифференциальных уравнений вычисления при помощи рядов Тейлора.
83	Степенные ряды В результате практических занятий студент осваивает навыки исследования степенных рядов на сходимость.
84	Некоторые сведения о нормированных пространствах В результате практических занятий студент осваивает нахождение норм в пространствах $C(a,b)$, $L(a,b)$, $L_2(a,b)$; нахождение скалярных произведений.
85	Ряды Фурье В результате практических занятий студент осваивает проверку систем на ортогональность в $L_2(a,b)$; ищет квадратичное отклонение функции.
86	Экстремальность коэффициентов ряда Фурье В результате практических занятий студент осваивает теорему о минимуме квадратичного отклонения, достигаемого на рядах Фурье; записывает неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
87	Ряд Фурье для функций с периодом два пи В результате практических занятий студент осваивает формулы для коэффициентов ряда Фурье чётных и нечётных функций и раскладывает функции в ряды Фурье.
88	Ряды Фурье для функций с произвольным периодом В результате практических занятий студент осваивает формулы для коэффициентов ряда Фурье на произвольном периоде и раскладывает функции в ряды Фурье.
89	Замкнутость тригонометрической системы функций В результате практических занятий студент осваивает простейшие свойства рядов Фурье.
90	Интегральное представление для частичной суммы ряда Фурье В результате практических занятий студент осваивает формулу суммы косинусов; записывает частичную сумму ряда Фурье по интегральной формуле.
91	Преобразование Фурье В результате практических занятий студент осваивает вычисление преобразования Фурье функций и его свойства.
92	Преобразование Фурье: приложения В результате практических занятий при помощи преобразования Фурье студент осваивает решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
93	Собственные параметрические интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; применяет правило Лейбница для производной параметрического интеграла; применяет теорему об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
94	Несобственные параметрические интегралы В результате практических занятий студент осваивает теорему о переходе к пределу под знаком параметрического интеграла; применяет правило Лейбница для производной параметрического интеграла; применяет теорему об интегрировании параметрического интеграла по параметру.
95	Гамма-функция Эйлера В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, сводящихся к Γ -функции Эйлера, применяет формулы понижения и дополнения.
96	Бета-функция Эйлера В результате практических занятий студент осваивает вычисление интегралов, сводящихся к B -функции Эйлера, применяет формулы связи между Γ и B -функцией.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом
2	Работа с литературой
3	Текущая подготовка к занятиям
4	Подготовка к промежуточной аттестации
5	Подготовка к текущему контролю
6	Подготовка к промежуточной аттестации.
7	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/ п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 608 с. — ISBN 978-5-507-45809-7	https://e.lanbook.com/book/284078 (дата обращения: 09.04.2025)
2	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. : учебник для вузов : в 2 томах / Г. М.	https://e.lanbook.com/book/199928 (дата обращения: 09.04.2025)

	Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 2 : Курс дифференциал ного и интегрального исчисления — 2022. — 800 с. — ISBN 978-5- 8114-9785-0	
3	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциал ного и интегрального исчисления В 3-х тт. : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Том 3 — 2022. — 656 с. — ISBN 978-5- 507-44238-6	https://e.lanbook.com/book/221270 (дата обращения: 09.04.2025).
4	Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математическо го анализа / Г. Н. Берман. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с. — ISBN 978-5-507- 46033-5	https://e.lanbook.com/book/295943 (дата обращения: 09.04.2025)

5	Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-9078-3	https://e.lanbook.com/book/184105 (дата обращения: 09.04.2025)
6	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5	https://urait.ru/viewer/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-1-v-2-kn-kniga-2-562116#page/1 (дата обращения: 17.06.2025)
7	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А.	https://urait.ru/bcode/513352 (дата обращения: 09.04.2025).

	Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9	
8	Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7	https://urait.ru/bcode/511024 (дата обращения: 09.04.2025)
9	Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. — 6-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 688 с. — ISBN 978-5-8114-0572-5	https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_1454721/?ysclid=m9a1qplmea175957450

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miiit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 1 семестре.

Экзамен во 2, 3, 4 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

М.К. Турцынский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ

С.А. Тищенко

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова