**Примерные оценочные материалы, применяемые при проведении**

**промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**«**Математическое моделирование**»**

При проведении промежуточной аттестации обучающемуся предлагается дать ответы на 2 вопроса, приведенных в экзаменационном билете, из нижеприведенного списка.

Примерный перечень вопросов

1. Постановка задачи эконометрического моделирования, пространственные и временные данные, роль исследователя в выборе модели.

2. Метод наименьших квадратов, его преимущества и недостатки, сравнение с другими подходами к поиску оптимальной аналитической функции.

3. Модель парной линейной регрессии, смысл параметров регрессии.

4. Вычисление параметров модели парной линейной регрессии на основе решения экстремальной задачи.

5. Показатели качества эконометрической модели, коэффициенты корреляции и детерминации, понятия гомоскедастичности и гетероскедастичности.

6. Нелинейные эконометрические модели, сведение их к линейной на основе логарифмирования и замены переменной.

7. Модель множественной регрессии, линейная и нелинейные модели.

8. Вычисление параметров модели множественной регрессии на основе матричных методов.

9. Показатели качества модели множественной регрессии.

10. Модели временных рядов, понятие автокорреляции и её тестирование.

11. Основные понятия теории потребительского спроса, отношение предпочтения и ассоциированная с ним функция полезности.

12. Прямая задача потребителя, вычисление маршаллиана.

13. Прямая задача потребителя, вычисление хиксиана.

14. Понятие маргинальной полезности и её связь с рыночными ценами для оптимальной корзины.

15. Решение задачи формирования равновесных рыночных цен.

16. Основные понятия теории игр, матричная форма записи конечной игры.

17. Доминирование стратегий, равновесие Нэша в игре.

18. Понятие чистых и смешанных стратегий в игре.

19. Антагонистические игры, оптимальные стратегии.

20. Максиминная и минимаксная стратегии, верхняя и нижняя цена игры.

21. Решение антагонистической игры двух лиц в смешанных стратегиях.

22. Основные понятия и постановки задач принятия решений.

23. Методы экспертных оценок, простейшие модели принятия решений на основе аддитивной рейтинговой функции.

24. Метод анализа иерархий для задач многоальтернативного выбора, его достоинства и недостатки.

25. Математические и логические модели риск-менеджмента.

26. Модель дерева отказов и вероятностный расчёт риска.

27. Матричная модель последствий-вероятности для оценки риска.

28. Модели принятия креативных проектных решений.

29. Задача Леонтьева межотраслевого баланса.

30. Матричный метод решения задачи Леонтьева межотраслевого баланса.

31. Производственная функция, предельные значения, понятие эластичности, производственная функция Кобба-Дугласа.

32. Модели сетевых графиков и поиск критического пути для производственных процессов.

35. Логистические оптимизационные модели управления запасами.

36. Транспортная задача, решение с помощью метода потенциалов.

Примерный перечень тестовых заданий

1.             Математическое моделирование это средство для

**а)      изучения свойств реальных объектов в рамках поставленной задачи**

б)      упрощения поставленной задачи

в)      поиска физической модели

г)      принятия решения в рамках поставленной задачи

2.      Какой модели быть не может?

а)      вещественной, физической

**б)      идеальной, физической**

в)      вещественной, математической

г)      идеальной, математической

3.      По поведению математических моделей во времени их разделяют на

а)      детерминированные и стохастические

б)      **статические и динамические**

в)      непрерывные и дискретные

г)      аналитические и имитационные

4.      Как называется замещаемый моделью объект?

а)      копия

**б)      оригинал**

в)      шаблон

г)      макет

5.      Что такое математическая модель?

а)      точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

б)      точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

в)      **приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала**

г)      приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала

6.      Какие виды математических моделей получаются при разделении их по принципам построения?

а)      **аналитические, имитационные**

б)      детерминированные, стохастические

в)      стохастические, аналитические

г)      детерминированные, имитационные

7.      На какой язык должна быть "переведена" прикладная задача для ее решения с использованием ЭВМ?

а)      неформальный математический язык

б)      **формальный математический язык**

в)      формальный физический язык

г)      неформальный физический язык

8.      Что такое линейное программирование

**а)      это направление математического программирования, изучающее методы решения экстремальных задач, которые характеризуются линейной зависимостью между переменными и линейным критерием**

б)      раздел математического программирования, изучающий подход к решению нелинейных задач оптимизации специальной структуры

в)      метод оптимизации, приспособленный, к задачам, в которых процесс принятия решения, может быть, разбит на отдельные этапы (шаги)

г)      это направление математического программирования, в котором целевой функцией или ограничением является нелинейная функция

9.      Какой метод относится к методам решения задач линейного программирования

а)      **симплекс-метод**

б)      метод множителей Лагранжа

в)      метод хорд

г)      метод половинного деления

10.  Если в критериальной строке симплексной таблицы нет отрицательный коэффициентов, это означает, что

а)      задача неразрешима

**б)      найден оптимальный план на максимум**

в)      найден оптимальный план на минимум

г)      задача имеет бесконечно много решений

11.  В каком случае задача математического программирования является линейной?

а)      если ее целевая функция линейна

б)      если ее ограничения линейны

**в)     если ее целевая функция и ограничения линейны**

г)      нет правильного ответа

12.  Транспортная задача — это

**а)      математическая задача линейного программирования специального вида о поиске оптимального распределения однородных объектов из аккумулятора к приемникам с минимизацией затрат на перемещение**

б)      математическая задача нелинейного программирования специального вида о поиске оптимального распределения однородных объектов из аккумулятора к приемникам с минимизацией затрат на перемещение

в)      математическая задача дробно-линейного программирования специального вида о поиске оптимального распределения однородных объектов из аккумулятора к приемникам с минимизацией затрат на перемещение.

г)      нет правильного ответа

13.  Транспортная задача линейного программирования называется закрытой, если:

а)      **суммарные запасы равны суммарным потребностям**

б)      суммарные запасы больше суммарных потребностей

в)      суммарные запасы меньше суммарных потребностей

г)      целевая функция ограничена

14.  В соответствии с основной теоремой теории транспортных задач всегда имеет решение

а)      открытая транспортная задача

б)      **закрытая транспортная задача**

в)      транспортная задача с ограничениями типа равенств

г)      транспортная задача с ограничениями типа неравенств

15.  При построении опорного плана транспортной задачи методом северо-западного угла первой подлежит заполнению

а)      **клетка, расположенная в левом верхнем углу таблицы планирования**

б)      клетка, расположенная в правом верхнем углу таблицы планирования

в)      клетка с минимальным значением тарифа

г)      клетка с максимальным значением тарифа

16.  При построении опорного плана транспортной задачи на минимум методом минимального элемента первой подлежит заполнению

а)      клетка, расположенная в левом верхнем углу таблицы планирования

б)      клетка, расположенная в правом верхнем углу таблицы планирования

в)      **клетка с минимальным значением тарифа**

г)      клетка с максимальным значением тарифа

17.  Первым шагом алгоритма метода потенциалов является:

а)      нахождение первого псевдоплана

б)      нахождение первого условно-оптимального плана

в)      **нахождение первого опорного плана**

г)      нахождение первого базисного решения

18.  Теория динамического программирования используется:

а)      для решения задач оптимизации без ограничений

б)      **для решения задач управления многошаговыми процессами**

в)      для решения задач нелинейного программирования

г)      для решения задач линейного программирования

19.   Для решения задачи динамического программирования используется:

а)      **принцип оптимальности Беллмана**

б)      принцип максимума Понтрягина

в)      принцип симметрии

г)      принцип максимума правдоподобия

20.  К задачам динамического программирования относится:

а)      **задача планирования замены оборудования**

б)      задача о рационе

в)      транспортная задача линейного программирования

г)      задача о назначениях

21.  В методе динамического программирования под управлением понимается

а)      **совокупность решений, принимаемых на каждом этапе для влияния на ход развития процесса**;

б)      совокупность решений, принимаемых на первом этапе процесса;

в)      совокупность решений, принимаемых на последнем этапе процесса

г)      совокупность решений, принимаемых на предпоследнем этапе процесса

22.  При решении задачи динамического программирования строятся:

а)      **рекуррентные функциональные уравнения Беллмана**

б)      функции Лагранжа

в)      штрафные функции

г)      сечения Гомори

23.  Что такое системы массового обслуживания

а)      **это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, при этом поступившие заявки обслуживаются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания**

б)      это совокупность математических выражений, описывающих входящий поток требований, процесс обслуживания и их взаимосвязь

в)      это такие системы, в которые в определенные моменты времени поступают заявки на обслуживание

г)      нет правильного ответа

24.  По наличию очередей системы массового обслуживания делятся на

а)      простые, сложные

б)      открытые, замкнутые

в)      ограниченные СМО, неограниченные СМО

**г)      СМО с отказами, СМО с очередью**

25.  По источнику требований СМО делятся на

а)      простые, сложные

**б)      открытые, замкнутые**

в)      ограниченные СМО, неограниченные СМО

г)      СМО с отказами, СМО с очередью

26.  Как называется объект, порождающий заявки в СМО

а)      очередь

б)      диспетчер

**в)     генератор заявок**

г)      узел обслуживания

27.  Из чего состоит узел обслуживания в СМО

а)      из диспетчера и генератора заявок

**б)      из конечного числа каналов**

в)      из очереди и диспетчера

г)      нет правильного ответа

28.  Как называется принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования подключаются из очереди к процедуре обслуживания

**а)      дисциплина очереди**

б)      механизм обслуживания

в)      процедура обслуживания

г)      конфигурация очереди

29.  Как называется дисциплина очереди, определяемая следующим правилом: «первым пришел – первый обслуживается»

а)      LIFO

б)      GIFO

**в)     FIFO**

г)      нет правильно ответа

30.  Как называется дисциплина очереди, определяемая следующим правилом: "пришел последним – обслуживается первым"

**а)      LIFO**

б)      GIFO

в)      FIFO

г)      нет правильно ответа

31.  Задача о замене оборудования является задачей

а)      нелинейного программирования

б)      **динамического программирования**

в)      линейного программирования

г)      целочисленного программирования

32.  В процессе динамического программирования раньше всех планируется

а)      первый шаг

б)      **последний шаг**

в)      как сказано в условии задачи

г)      предпоследний шаг

33.  Задача, которая возникает при необходимости максимизации дохода от реализации продукции, производимой некоторой организацией, при этом производство ограничено имеющимися сырьевыми ресурсами, называется

а)      задача коммивояжера

б)      **задача о составлении плана производства**

в)      задача о назначении

г)      задача о рюкзаке

34.  Метод минимального элемента — это

а)      один из комбинаторных методов дискретного программирования, при котором гиперплоскость, определяемая целевой функцией задачи, вдавливается внутрь многогранника планов соответствующей задачи линейного программирования до встречи с ближайшей целочисленной точкой этого многогранника

б)      один из методов отсечения, с помощью которого решаются задачи целочисленного программирования

**в)     один из группы методов определения первоначального опорного плана транспортной задачи**

г)      один из методов, упрощающий определение исходного опорного плана задачи линейного программирования и симплекс-таблицы

35.  Метод потенциалов — это

**а)      один из методов проверки опорного плана транспортной задачи на оптимальность**

б)      один из комбинаторных методов дискретного программирования, при котором гиперплоскость, определяемая целевой функцией задачи, вдавливается внутрь многогранника планов соответствующей задачи линейного программирования до встречи с ближайшей целочисленной точкой этого многогранника

в)      один из методов отсечения, с помощью которого решаются задачи целочисленного программирования

г)      один из группы методов определения первоначального опорного плана транспортной задачи

36.  Метод северо-западного угла это

а)      один из методов проверки опорного плана транспортной задачи на оптимальность

б)      один из комбинаторных методов дискретного программирования, при котором гиперплоскость, определяемая целевой функцией задачи, вдавливается внутрь многогранника планов соответствующей задачи линейного программирования до встречи с ближайшей целочисленной точкой этого многогранника

в)      один из методов отсечения, с помощью которого решаются задачи целочисленного программирования

**г)      один из группы методов определения первоначального опорного плана транспортной задачи**

37.  В задачах динамического программирования шаговое управление должно выбираться

а)      **с учетом последствий в будущем**

б)      с учетом предшествующих шагов

в)      наилучшим для данного шага

г)      лучше, чем предыдущее

38.  Метод динамического программирования применяется для решения

а)      задач, которые нельзя представить в виде последовательности отдельных шагов

б)      **многошаговых задач**

в)      только задач линейного программирования

г)      задач макроэкономики

39.  Принцип оптимальности Беллмана состоит в том, что

**а)      каковы бы ни были начальное состояние на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому придёт система в конце данного шага**

б)      совокупность принимаемых решений обеспечит наибольшую локальную выгоду на каждом шаге процесса

в)      совокупность принимаемых решений обеспечит наибольшую локальную выгоду на последнем шаге процесса

г)      нет правильного ответа

40.  Часть математического программирования, задачами которой является нахождение экстремума линейной целевой функции на допустимом множестве значений аргументов называется

**а)      линейное программирование**

б)      динамическое программирование

в)      квадратичное программирование

г)      дискретное программирование

41.  К какому классу моделей можно отнести спичечный коробок, если представить его моделью системного блока ПК при планировании своего рабочего места?

а)      это идеальная, математическая модель

б)      это вещественная, натурная модель

**в)     это вещественная, физическая модель**

г)      это не является моделью

42.  Какая из задач не имеет аналитической модели?

а)      поиск оптимального раскроя листа фанеры

б)      демодуляция аналогового сигнала

в)      расчет расхода топлива по заданной формуле

**г)      распознавание текста**

43.  Какая математическая модель не относится к стохастическим?

а)      идеальный газ

б)      квантовый осциллятор

**в)     материальная точка**

г)      ни одна из предложенных

44.  Материальная точка это не только математическая, но и

а)      натурная модель

б)      физическая модель

**в)     наглядная модель**

г)      знаковая модель

45.  Во время поиска лучшего результата были построены две различные математические модели: эксперимент на ЭВМ, моделирующий систему атомов, и дифференциальная система уравнений, решенная численно, от двух полученных результатов взяли среднеквадратичный. Можно ли считать такой метод моделью?

а)      да, это вещественная, математическая

**б)      да, это идеальная, математическая**

в)      да, это вещественная натурная

г)      нет

46.  Какое максимальное количество моделей одного объекта можно составить?

**а)      любое количество**

б)      1

в)      3

г)      7

47.  Сколько классов моделей существует?

а)      4

**б)      2**

в)      3

г)      нет правильного ответа

48.  Какие модели относятся к классу вещественных моделей?

**а)      физические, натурные**

б)      идеальные, физические

в)      наглядные, идеальные

г)      натурные, идеальные

49.  Какие модели нельзя отнести к классу мысленных моделей?

а)      физические

**б)      натурные**

в)      математические

г)      наглядные

50.  Какие модели входят в состав идеальных математических моделей?

**а)      аналитические, функциональные, имитационные, комбинированные**

б)      аналоговые, структурные, геометрические, графические, цифровые и кибернетические

в)      символы, алфавит, языки программирования, упорядоченная запись, топологическая запись, сетевое представление

г)      нет правильного ответа

51.  В чем заключается построение математической модели?

а)      в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста математическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат

б)      в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста физическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат

в)      в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста математическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат

**г)      в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста физическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат**

52.  В зависимости от характера исследуемых реальных процессов и систем, на какие группы могут быть разделены математические модели?

а)      непрерывные, имитационные

**б)      детерминированные, стохастические**

в)      имитационные, детерминированные

г)      стохастические, имитационные

53.  Какие группы математических моделей не являются результатом распределения моделей по их поведению во времени?

а)      статические, динамические

б)      динамические, изоморфные

в)      изоморфные, динамические

**г)      непрерывные, изоморфные**

54.  На какие группы можно разделить математические модели по виду входной информации?

а)      статические, непрерывные

**б)      дискретные, непрерывные**

в)      динамические, непрерывные

г)      динамические, статические

55.  На какие группы можно разделить математические модели по степени их соответствия реальным объектам, процессам или системам?

а)      стохастические, изоморфные

**б)      изоморфные, гомоморфные**

в)      детерминированные, стохастические

г)      нет правильного ответа

56.  Как называется модель, если между ней и реальным объектом, процессом или системой существует полное поэлементное соответствие?

а)      стохастическая

**б)      изоморфная**

в)      детерминированная

г)      гомоморфная

57.  Как называются модели, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий и их элементы (элементы модели) достаточно точно установлены?

а)      статические

б)      дискретные

в)      **детерминированные**

г)      динамические

58.  В каком моделировании функционирование объектов, процессов или систем описывается набором алгоритмов?

а)      аппроксимационном

**б)      имитационном**

в)      аналитическом

г)      нет правильного ответа

59.  Какие характеристики объекта, процесса или системы устанавливаются на этапе выбора математической модели?

а)      дискретность, изоморфность

б)      **линейность, стационарность**

в)      изоморфность, линейность

г)      стационарность, дискретность

60.  Посредством каких конструкций, математические модели описывают основные свойства объекта, процесса или системы, его параметры, внутренние и внешние связи?

**а)      логико-математических конструкций**

б)      статистических конструкций

в)      вероятностных конструкций

г)      нет правильного ответа

61.  Что не входит в предмет математического моделирования?

а)      построение алгоритма, моделирующего поведение объекта (системы)

б)      корректировка построенной модели

в)      поиск закономерностей поведения объекта (системы)

**г)      построение натурной модели**

62.  Какие изучаются зависимости между величинами, описывающими процессы, при их моделировании?

а)      качественные и количественные

б)      только качественные

**в)     только количественные**

г)      нет правильного ответа

63.  В каких процессах вычислительный эксперимент является единственно возможным?

а)      где натурный эксперимент может привести к очень большим объемам работ

б)      где натурный эксперимент может привести к неверным результатам

**в)     где натурный эксперимент опасен для жизни и здоровья людей**

г)      нет правильного ответа

64.  С чего обычно начинается построение математической модели?

**а)      с построения и анализа простейшей, наиболее грубой математической модели рассматриваемого объекта, процесса или системы**

б)      с построения и анализа математической модели, которая наиболее полно соответствует рассматриваемому объекту, процессу или системе

в)      с анализа математической модели рассматриваемого объекта

г)      нет правильного ответа

65.  Какой характер носят выводы, полученные в результате исследования гипотетической модели?

а)      абстрактный

**б)      условный**

в)      точный

г)      нет правильного ответа

66.  Что необходимо сделать для того, чтобы проверить выводы, полученные в результате исследования гипотетической модели?

**а)      необходимо сопоставить результаты исследования модели на ЭВМ с результатами натурного эксперимента**

б)      необходимо провести повторное исследование модели и сопоставить результаты двух исследований

в)      необходимо провести исследование модели несколько раз и сопоставить результаты данных исследований

г)      нет правильного ответа

67.  При исследовании гипотетической модели какого характера получатся выводы?

а)      абстрактного

**б)      условного**

в)      гипотетического

г)      динамического

68.  Какими знаниями необходимо обладать для построения математической модели в прикладных задачах?

а)      только специальными знаниями об объекте

б)      только математическими знаниями

**в)     математическими знаниями и специальными знаниями об объекте**

г)      нет правильного ответа

69.  Укажите метод, неприменяемый для компьютерного моделирования:

а)      численное решение

б)      точное решение в виде формул

**в)     экспериментальный анализ**

г)      нет правильного ответа

70.  Численный метод предполагает решение в бесконечном цикле итераций. Когда следует прервать процесс вычисления?

а)      в момент, когда решение будет меняться от итерации к итерации менее чем на 1%

**б)      когда будет достигнута заданная степень точности**

в)      в случае если число начнет расти

г)      нет правильного ответа

71.  Какая задача не поддается точному решению на ЭВМ в виде формул?

а)      интегральное уравнение 1-го порядка

б)      дифференциально-интегральная система уравнений

в)      система нелинейных уравнений

**г)      все указанные поддаются**

72.  Какой из методов имеет приближенный характер?

а)      точное решение в виде формул

б)      численное решение

**в)     оба указанных метода**

г)      нет правильного ответа

73.  В чем состоит суть компьютерного моделирования?

**а)      на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, уточняется модель**

б)      в создании математической модели исследуемых объектов

в)      посредством рассмотрения исследуемых объектов с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, и составляется математическая модель

г)      в создании точной копии исследуемых объектов

74.  Какой из экспериментов наиболее выгодно применять для исследования большого числа вариантов проектируемого объекта или процесса для различных режимов его эксплуатации?

а)      прогнозный

**б)      вычислительный**

в)      натурный

г)      нет правильного ответа

75.  Какое преимущество имеет вычислительный эксперимент по сравнению с натурным экспериментом?

**а)      короткие сроки и минимальные материальные затраты**

б)      только короткие сроки получения результатов

в)      только минимальные материальные затраты

г)      нет правильного ответа

76.  Какими методами следует решать системы, состоящие из смешанных (линейных и нелинейных) уравнений?

а)      точными

**б)      приближенными**

в)      оба предложенных метода годятся

г)      никакими из предложенных

77.  Укажите существующие группы решения математических задач

**а)      численные, точные**

б)      приближенные, точные

в)      численные, приближенные

г)      алгоритмические, приближенные

78.  Какие процессы должны отражать математические модели в задачах проектирования или исследования поведения реальных объектов, процессов или систем?

а)      **реальные физические нелинейные процессы, протекающие в реальных объектах**

б)      реальные математические нелинейные процессы, протекающие в реальных объектах

в)      реальные физические линейные процессы, протекающие в реальных объектах

г)      реальные математические линейные процессы, протекающие в реальных объектах

79.  Для чего могут применяться результаты проверки адекватности математической модели и реального объекта, процесса или системы?

а)      только для корректировки математической модели

б)      только для решения вопроса о применимости построенной математической модели

**в)     для корректировки математической модели или для решения вопроса о применимости построенной математической модели**

г)      нет правильного ответа

80.  Что происходит с результатами исследований на ЭВМ при проверке адекватности математической модели и реального объекта, процесса или системы?

**а)      сравниваются с результатами эксперимента на опытном натурном образце**

б)      принимаются в качестве итоговых результатов

в)      не принимаются во внимание

г)      нет правильного ответа

При проведении промежуточной аттестации обучающемуся предлагается решить задачу

1. Исследователь, изучая зависимость расходов на строительные материалы от выручки организации за 25-летний период, получил уравнение:

 *y* = 55,3 + 0,093*x*,

(s.e.) (2,4) (0,003)

для которого значение коэффициента детерминации составило 0,9775.

1. Дайте интерпретацию полученным коэффициентам и их численным значениям. Какие выводы можно сделать из величины коэффициента детерминации?
2. Какую гипотезу позволяют проверить полученные коэффициенты? Сформулируйте гипотезы, приведите необходимые расчетные формулы и выполните расчеты.
3. Какие критерии используются для оценки качества уравнения парной регрессии?
4. Исследователь предложил изучать непосредственно динамику роста расходов во времени и построил уравнение (за нулевой момент времени принят 1958 г.):

log *y* = 4,58 + 0,02 *t.*

1. Дайте экономическую интерпретацию данного уравнения, обратив особое внимание на коэффициент при объясняющей переменной. Приведите математическое обоснование того, что ваша интерпретация корректна.
2. Можно ли дать содержательную интерпретацию константе уравнения? Какими недостатками обладает такая интерпретация? В каких случаях она тем не менее оказывается полезной?
3. Исследователь строит по данным выборки (*x*,*y*) регрессию

*y* = *a* + *bx*,

т.е. находит коэффициенты *a* и *b*, а затем вычисляет значения

*y* = *a* + *bx*

для всех выборочных значений x и соответствующие остатки

*e* = *y* – *y* = *y* – *a* – *bx*.

С целью проверки выполнения условий Гаусса – Маркова, он решил подсчитать ковариацию Cov(*y*,*e*).

Выскажите подробно свое мнение о действиях исследователя, ответив попутно на следующие вопросы:

1. Важно ли соблюдение выполнения условий Гаусса – Маркова, если компьютер, проведя расчеты, не выдал сообщения об ошибке?
2. Что может произойти, если хотя бы одно из условий Гаусса – Маркова оказалось несправедливым для изучаемого случая?
3. Можно ли проверить справедливость выполнения условий Гаусса – Маркова по данным выборки? Проверяет ли исследователь своим расчетом выполнимость одного из условий (если да, то какого)?
4. Можно ли на основании каких-либо соображений заранее предсказать результат расчетов исследователя?
5. Изучая зависимость расходов на покупку строительной техники *y* за 2001 – 2020 гг. по валовому доходу *x* и времени *t*, исследователь получил следующие регрессионные зависимости (в скобках стандартные ошибки):

 *y* = –20,6 + 0,178*x*, *y* = 1,9 + 4,84*x*.

 (s.e.) (3,5) (0,007) (s.e.) (1,5) (2,85)

Рассмотрение отдельно группы подъёмных машин привело к несколько другим зависимостям:

 *y* = 10,3 + 0,34*x*, *y* = 0,9 + 11,84*x*.

 (s.e.) (1,5) (0,017) (s.e.) (1,3) (0,18)

1. Примените *t*-тесты для коэффициентов при переменных регрессии, опишите, какие гипотезы и для каких уровней значимости вы при этом проверяете. Каковы ваши выводы?
2. В каких случаях вы считаете целесообразным использование *t*-тестов для свободных членов? Опишите полученные результаты и дайте их интерпретацию.
3. Исследование зависимости расходов на проектирование *y* в строительной компании от её выручки *x* за 2001 – 2020 гг. привело к следующему уравнению:

*y* = –217,6 + 1,007 *x*,

(*t*) (–7,7) (81,9)

где в скобках приведены вычисленные программой значения *t*-статистик.

Коэффициент детерминации составил 0,98.

1. Что такое коэффициент детерминации? Какое предположение позволяет проверить значение данного коэффициента?
2. Проверьте гипотезы о значимости коэффициентов регрессии.
3. Исследуется зависимость переменной *y* от переменной *x*. Имеющиеся данные включают только два наблюдения: наблюдаемое значение *y* равно 4, когда *x* равен 2, и *y* равен 6 при *x* равном 3. Для восстановления неизвестной зависимости было решено использовать метод наименьших квадратов.
4. Оцените коэффициенты *a* и *b* уравнения *y*= *a* + *bx* по методу наименьших квадратов, следуя указанной программе действий: постройте функцию *S*, выражающую зависимость суммы квадратов остатков от параметров *a* и *b*, взяв частные производные по параметрам *a* и *b*, найдите их значения.
5. Покажите, что полученные значения для *a* и *b* совпадают с соответствующими значениями, полученными по готовым стандартным формулам для коэффициентов регрессии.
6. Найдите значения коэффициента детерминации в построенной регрессии и приведите интерпретацию полученного значения, исходя из определения данного коэффициента.
7. Объясните, почему в использованном методе построения линии регрессии нельзя заменить сумму квадратов остатков на обычную сумму.
8. Логарифмические регрессии, построенные на основе совокупных ежегодных данных для компании за 25-летний период, для расходов на строительные материалы (1) и строительную технику (2) по валовому доходу получились (со стандартными ошибками в скобках):

log *y* = 1,20 + 0,55 log *x*, (1)

 (0,11) (0,02)

log *y* = –3,48 + 1,23 log *x*. (2)

 (0,16) (0,02)

A) Выпишите соответствующие зависимости (не используя логарифмы), дайте интерпретацию параметров регрессии.

B) Примените соответствующие статистические тесты для оценивания коэффициентов регрессии с 95%-ным уровнем доверия.

1. При изучении зависимости расходов на заработную плату от выручки строительной компании на основе данных за 25-летний срок (1959 – 1983) было получено уравнение (в скобках стандартные ошибки):

*y* = 55,3 + 0,092 *x*.

(s.e.) (2,4) (0,003)

1. Дайте интерпретацию полученного уравнения. Можно ли утверждать, что размер выручки не влияет на их расходы на зарплату (подробно опишите логику проверки гипотезы и порядок проведения расчетов).
2. Допустим, что кто-то высказал гипотезу о том, что 10% предельного выручки тратится на зарплату. Что вы можете сказать о справедливости этой гипотезы?

С) Выборочный коэффициент корреляции *r* между переменными *y* и *x* равен 0,77. Сформулируйте нулевую гипотезу для проверки значимости коэффициента *r*. Опишите процедуру *t*-теста для коэффициента корреляции.

1. Регрессионная зависимость расходов на строительные материалы y от времени, определенного как *t* = 1 для 2001 г., *t* = 2 для 2002 г. и т.д., задана уравнением

*y* = 95,3 + 2,53 *t*.

1. Интерпретируйте результаты оценивания регрессии. Имеет ли какое-нибудь экономическое толкование свободный член?
2. Как изменится результат оценивания регрессии, если в качестве *t* использовать фактические даты (2001 – 2020 гг.), а не числа от 1 до 20?
3. В табл. 1 представлены расходы на агрегированное потребление *Y* и агрегированный располагаемый доход *X* в некоторой национальной строительной отрасли в течение 12 лет с 1986 по 1997 гг. Все данные приведены в млрд у.е.

*Таблица 1*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Год** | ***X*** | ***Y*** | **Год** | ***X*** | ***Y*** |
| 198619871988198919901991 | 170179187189193199 | 152159162165170172 | 199219931994199519961997 | 200207215216220225 | 177179184186190191 |

1. Вычислите выборочную дисперсию для потребления и дохода.
2. Вычислите выборочную ковариацию между агрегированными потреблением и доходом.
3. Пересчитаем данные в рублях. Пусть 1 у.е. = 32 руб. Как изменятся подсчитанные в предыдущих пунктах выборочные дисперсии и ковариация?
4. Используя вычисленные в у.е. значения выборочных ковариации и дисперсий, подсчитайте выборочный коэффициент корреляции между агрегированными доходом и потреблением. Что изменится, если мы пересчитаем выборочный коэффициент корреляции для данных, переведенных в рубли?
5. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент корреляции между агрегированными доходом и расходами значимо отличается от нуля.
6. Данные о темпах прироста численности занятых (*E*) и темпах прироста производительности труда (*P*) (выпуска продукции за 1 чел.-ч) для строительной отрасли 12 стран за период с 2010–2011 по 2020–2021 гг. (годовые экспоненциальные темпы прироста) представлены в табл. 2.

*Таблица 2*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Страна** | **Занятость, *Е*** | **Производительность, *P*** |
| ГерманияБельгияКанадаДанияФранцияИталияЯпонияНидерландыНорвегияГрецияВеликобританияСША | 2,01,52,32,51,94,45,81,90,52,70,60,8 | 4,23,91,33,23,84,27,84,14,44,52,82,6 |

1. Вычислите выборочную дисперсию для всех представленных в таблице бюджетных характеристик.
2. Вычислите выборочную ковариацию между темпами прироста занятости и темпами прироста производительности.
3. Используя вычисленные в предыдущих пунктах значения выборочных ковариации и дисперсий, подсчитайте выборочный коэффициент корреляции между темпами прироста занятости и производительности.
4. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент корреляции между темпами прироста занятости и производительности значимо отличается от нуля. Прокомментируйте возможные причины положительной корреляции между наблюдаемыми величинами.

Пример решения задач

Задача 1. Допустим, что у нас есть данные по 6 строительным компаниям, приведенные в табл. 3.

*Таблица 3*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Семья** | **Выручка (*x*)** | **Расходы на материалы****(*v*)** | **Расходы на оборудование****(*w*)** |
| 123456 | 300025004000600033004500 | 8507009501150800950 | 250150250450200350 |
| СуммаСреднее | 233003883 | 5400900 | 1650275 |

1. Вычислите выборочную дисперсию для каждого из этих признаков: *x, v* и *w*.
2. Вычислите выборочную ковариацию между *x* и *v* и между *x* и *w*.
3. Как, используя вычисленные значения, вычислить ковариацию между переменной x и новой переменной *y* – совокупными расходами на материалы и оборудование (*y=v+w*).
4. Используя вычисленные значения выборочных ковариации и дисперсии, подсчитайте выборочный коэффициент корреляции между *x* и *v* и между *x* и *w*.
5. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент корреляции между *x* и *v* значимо отличается от нуля.

***Решение.*** Выборочные коэффициенты следует рассчитать по формулам, приведенным в лекции 1. Здесь дадим лишь ответы. Проверьте их и / или подтвердите (или докажите), что цифры другие:

*Var*(*x*)=1318055,6 , *Var*(*v*)=20000, *Var*(*w*)=9791,7 ,

*Cov*(*x,v*)=157500, *Cov*(*x,w*)=108750.

Начнем с третьего пункта. Предположим, что вы вычислили *Cov*(*x,v*) и *Cov*(*x,w*). Тогда, как вычислить *Cov*(*x,y*)? Для этого надо воспользоваться свойством выборочной ковариации, а именно, вспомнить, что:

*Cov*(*x*, *y*)=*Cov*(*x,v+w*)=*Cov*(*x,v*)+*Cov*(*x,w*).

Используя вычисленные значения выборочных ковариации и дисперсии, подсчитаем теперь выборочный коэффициент корреляции между *x* и *v* и между *x* и *w*. Здесь надо воспользоваться формулой выборочного коэффициента корреляции: у нас есть вычисленные *Cov*(*x,v*), *Var*(*x*), *Var*(*v*). Тогда выборочный коэффициет корреляции между x и v вычисляется по формуле:

.

Что означает такое значение выборочного коэффициента корреляции? Можем ли мы при таком значении этого коэффициента с большой долей вероятности сказать, что данные связаны друг с другом линейной зависимостью? Чтобы ответить на данный вопрос, проверим гипотезу о значимости этого коэффициента, т.е. выдвинем гипотезу о том, что истинный коэффициент корреляции на самом деле равен нулю

.

Если эта гипотеза верна, то статистика (формула (1.13) в лекции 1)



будет иметь распределение Стьюдента с *n–*2 степенями свободы.

Подсчитаем ее значение:

.

Сравним полученное значение статистики с критическим значением распределения Стьюдента. Зададим уровень значимости 5%. Так как наблюдений у нас 6, то степеней свободы будет 4. Рассматриваем двусторонний критерий. По таблице находим, что критическое значение будет равно 2,776. Значение *t*-статис­тики превосходит критическое значение. Следовательно, гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции (или гипотеза о незначимости) мы должны отвергнуть при выбранном 5% уровне значимости. Отвергается ли эта гипотеза при уровне значимости 1%? При этом уровне значимости критическое значение вырастает. По таблице находим, что при 1% уровне значимости, двустороннем критерии и 4-х степенях свободы критическое значение
*t*-статистики равно 4,604. И в этом случае также мы должны отвергнуть гипотезу.

Вариант 1.

1. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная Х) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Y | 30 | 100 | 150 | 270 | 300 | 350 | 460 | 400 | 420 | 350 | 500 | 430 |

Найдите значения параметров  для следующих моделей:

.

Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберете наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

1. При исследовании выборки из  данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X, производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:



(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции .

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров *a*, *b*, и проверьте гипотезу  для следующих уровней значимости:

.

Вариант 2.

1. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная Х) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Y | 15 | 36 | 48 | 89 | 150 | 270 | 346 | 400 | 420 | 380 | 490 | 430 |

Найдите значения параметров *a, b, c* для следующих моделей:

.

Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберете наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

1. При исследовании выборки из  данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X, производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:



(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции .

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров *a*, *b*, и проверьте гипотезу  для следующих уровней значимости:

.Вариант 3.

1. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная Х) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Y |  | 4 | 26 | 35 | 56 | 79 | 168 | 298 | 405 | 464 | 480 | 390 | 450 |

Найдите значения параметров  для следующих моделей:

. Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберете наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

1. При исследовании выборки из  данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X, производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:



(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции .

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров *a*, *b*, и проверьте гипотезу  для следующих уровней значимости:

.Вариант №4

1. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная Х) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Y | 6 | 16 | 55 | 46 | 69 | 153 | 231 | 305 | 364 | 412 | 390 | 435 |

Найдите значения параметров  для следующих моделей:

. Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберете наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

1. При исследовании выборки из  данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X, производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:



(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции .

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров *a*, *b*, и проверьте гипотезу  для следующих уровней значимости:

.