

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программы бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Алгебра и аналитическая геометрия

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 5665
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника
Евгеньевна
Дата: 24.05.2022

Вопросы к экзамену, первый семестр.

1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции.
2. Базисы на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при линейных операциях.
3. Выражение длины вектора через его координаты. Направляющие косинусы.
4. Скалярное произведение векторов.
5. Векторное произведение векторов.
6. Смешанное произведение векторов.
7. Способы задания прямой на плоскости.
8. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми.
9. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
10. Эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения.
11. Преобразования системы координат на плоскости.
12. Классификация кривых второго порядка.
13. Полярные координаты на плоскости.
14. Способы задания плоскости.
15. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
16. Способы задания прямой в пространстве.
17. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
19. Пространство R^n . Линейные операции. Скалярное произведение; длина вектора; угол между векторами.
20. Линейная зависимость n -мерных векторов. Базис и ранг системы векторов. Размерность пространства R^n .
21. Матрицы. Линейные операции над матрицами.
22. Умножение матриц.
23. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
24. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Вопросы к экзамену, второй семестр.

1. Линейное пространство над полем действительных чисел. Примеры (n -мерные векторы, матрицы, многочлены). Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Матрица перехода к новому базису.
2. Линейное подпространство. Линейная оболочка системы векторов. Линейное подпространство как множество решений однородной системы линейных уравнений. Система, задающая подпространство, натянутое на данные векторы.
3. Линейное отображение. Матрица линейного отображения в данном базисе. Ядро и образ линейного отображения. Ранг и дефект.
4. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Собственные подпространства. Необходимое и достаточное условие диагонализруемости оператора.
5. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины и углы. Матрица Грама.
6. Ортогональные и ортонормированные базисы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Вид скалярного произведения в ортонормированном базисе.
7. Ортогональное дополнение подпространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Расстояние от вектора до подпространства. Угол между вектором и подпространством.
8. Сопряженные и самосопряженные операторы. Приведение самосопряженных операторов к диагональному виду.

9. Ортогональные матрицы. Ортогональные операторы. Канонический вид ортогонального оператора.

10. Билинейные и квадратичные формы. Изменение матрицы при переходе к новому базису. Поляризация квадратичной формы.

11. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к нормальному виду.

12. Ранг и индексы инерции квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные формы. Критерий Сильвестра.

Образцы задач для экзамена, первый семестр.

1. $A(-2;1;1)$, $B(-5;1;-2)$, $C(-3;0;3)$, $D(-6;0;1)$. Найти точку пересечения прямой DN , перпендикулярной плоскости ABC , с этой плоскостью.

2. Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и сделать проверку.

3. Решить методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ 3x + 3y - 2z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

4. Проверить линейную зависимость векторов: $(4;-3;11;-2)$, $(-5;3;-13;1)$, $(7;-2;16;3)$, $(3;2;4;7)$, $(4;-3;11;-2)$, $(-5;3;-13;1)$, $(7;-2;16;3)$.

5. $\bar{a} = (5;4;1)$, $\bar{b} = (-3;5;2)$, $\bar{c} = (2;-1;3)$, $\bar{d} = (7;23;4)$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , и \bar{c} образуют базис, и найти координаты вектора \bar{d} в этом базисе.

Образцы задач для экзамена, второй семестр.

1. Найти базис и размерность пространства решений однородной системы

линейных уравнений:
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 - 14x_4 + 14x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 9x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Определить, являются ли линейно зависимыми векторы: $(4;-5;2;6)$, $(2;-2;1;3)$, $(6;-3;3;9)$ и $(4;-1;5;6)$.

3. Проверить, что отображение $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$, где $f(x) = (0, x_2 - x_3, x_4, 2x_1)$, является линейным преобразованием пространства \mathbb{R}^4 , и найти его ранг и дефект.

4. Найти угол между векторами a и b : $a = (1;2;-3;1;0)$; $b = (-1;0;1;4;-2)$.

5. Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Доказать, что прибавление к каждому вектору вектора $a = (1,0,0,1)$ не является линейным преобразованием пространства \mathbb{R}^4 .

7. Найти координаты вектора x в базисе g_1, g_2, g_3 , если $g_1=2e_1+e_2-3e_3$, $g_2=2e_2-e_3$, $g_3=2e_3$, а в базисе e_1, e_2, e_3 вектор x имеет координаты $(1, 0, -1)$.

8. Решить систему уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 5z = -3 \\ -x + y + 3z = 3 \end{cases}$$

9. Множество V состоит из всех пятимерных векторов вида $(x, 0, 0, x+y, y)$, где x и y – действительные числа. Является ли V линейным подпространством пространства \mathbb{R}^5 ? Если да – определите его размерность.

10. Найти угол между векторами $a = (1, 0, -2, 1)$ и $b = e_3 + 2e_4$, где e_3 и e_4 – векторы из стандартного базиса пространства \mathbb{R}^4 .

11. Найти угол между векторами $a = (1, 0, -2, 1)$ и $f(a)$, если преобразование f пространства \mathbb{R}^4 задано формулой: $f(x) = (0, x_1 - x_2, 2x_4, -x_1)$.

12. Доказать, что умножение каждого вектора пространства \mathbb{R}^4 на 3 является линейным преобразованием \mathbb{R}^4 , и найти его матрицу в стандартном базисе.

13. Найти длины векторов $a = (0, -2, 1, -2)$ и $f(a)$, если преобразование f

пространства \mathbb{R}^4 имеет в стандартном базисе матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

14. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования,

имеющего в некотором базисе матрицу
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix},$$
 и определить, является ли

это преобразование диагонализируемым.

15. Найти AB и $A^T B$, если $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 7 \\ 4 & -6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

16. Найти какой-нибудь вектор, ортогональный вектору $a = (0, 1, -1, 0, 2)$ и входящий в подпространство $L = L(e_2, e_3, e_5)$, где e_2, e_3, e_5 – векторы из стандартного базиса пространства \mathbb{R}^5 .

17. Найти ортонормированный базис линейной оболочки векторов $(2, 1, 3, -1)$, $(7, 4, 3, -3)$, $(1, 1, -6, 0)$.

18. Доказать, что поворот каждого вектора плоскости на 90° против часовой стрелки около начала координат является линейным преобразованием плоскости, и записать его матрицу в стандартном базисе.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПЕРВОГО СЕМЕСТРА

1. Что определяет вектор в пространстве?
 - А) Только расстояние
 - Б) Только направление
 - В) Расстояние и направление
 - Г) Расстояние, направление и точку приложения
2. Как называются векторы, которые можно изобразить направленными отрезками, лежащими на одной прямой?
 - А) Компланарные
 - Б) Коллинеарные
 - В) Сонаправленные
 - Г) Противоположные
3. Нахождение суммы векторов по правилу треугольника: второй вектор откладывается от конца первого, а результирующий вектор соединяет...
 - А) Конец второго с началом первого
 - Б) Начало первого с концом второго
 - В) Конец первого с началом второго
 - Г) Начало второго с концом первого
4. Что можно сказать о ненулевых векторах, если их скалярное произведение равно нулю?
 - А) Они коллинеарны
 - Б) Они образуют острый угол
 - В) Они перпендикулярны
 - Г) Они образуют тупой угол
5. Какая система координат используется в аналитической геометрии на плоскости по умолчанию?
 - А) Полярная
 - Б) Декартова прямоугольная
 - В) Цилиндрическая
 - Г) Сферическая
6. Какой геометрический смысл имеет модуль векторного произведения двух неколлинеарных векторов?
 - А) Длина суммы векторов
 - Б) Площадь параллелограмма, построенного на этих векторах
 - В) Площадь треугольника, построенного на этих векторах
 - Г) Проекция одного вектора на другой
7. Уравнение $Ax + By + C = 0$ на плоскости ($A^2 + B^2 \neq 0$) – это уравнение...
 - А) Окружности
 - Б) Параболы
 - В) Прямой
 - Г) Пары прямых

8. Если направляющий вектор одной прямой на плоскости коллинеарен направляющему вектору другой прямой, то прямые...
- А) Пересекаются
 - Б) Параллельны или совпадают
 - В) Перпендикулярны
 - Г) Параллельны
9. Какая линия на плоскости задается уравнением $x^2+y^2=R^2$?
- А) Эллипс
 - Б) Гипербола
 - В) Окружность
 - Г) Парабола
10. Как называется вектор, перпендикулярный данной прямой?
- А) Направляющий вектор
 - Б) Нормальный вектор
 - В) Радиус-вектор
 - Г) Базисный вектор
11. Как называется множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки и от данной прямой в этой плоскости?
- А) Эллипс
 - Б) Парабола
 - В) Гипербола
 - Г) Окружность
12. Смешанное произведение трех некопланарных векторов по модулю равно...
- А) Площади треугольника, построенного на втором и третьем векторах
 - Б) Объему параллелепипеда, построенного на данных векторах
 - В) Площади параллелограмма, построенного на втором и третьем векторах
 - Г) Сумме длин векторов
13. Если скалярное произведение двух ненулевых векторов положительно, то угол между ними...
- А) Тупой
 - Б) Острый
 - В) Прямой
 - Г) Развернутый
14. Уравнение $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ при $a \neq b$ задает на плоскости...
- А) Окружность
 - Б) Эллипс
 - В) Гиперболу
 - Г) Пару прямых
15. Каково условие перпендикулярности двух прямых на плоскости, заданных уравнениями $A_1x+B_1y+C_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2=0$?
- А) $A_1=A_2$
 - Б) $A_1 \cdot A_2=1$

- В) $A_1A_2 = -B_1B_2$
 - Г) $A_1B_1 + A_2B_2 = 0$
16. Как называется тройка чисел (x, y, z) , определяющая положение точки в пространстве ?
- А) Базис
 - Б) Координаты
 - В) Параметры
 - Г) Ордината
17. Какая кривая на плоскости задается уравнением $y = x^2$?
- А) Гипербола
 - Б) Парабола
 - В) Эллипс
 - Г) Окружность
18. Какой угол образуют ненулевые векторы, если их скалярное произведение отрицательно?
- А) Острый
 - Б) Тупой
 - В) Прямой
 - Г) Развернутый
19. Что означает равенство нулю смешанного произведения трех векторов?
- А) Векторы перпендикулярны
 - Б) Векторы компланарны
 - В) Векторы коллинеарны
 - Г) Векторы образуют базис пространства
20. Уравнение $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ задает на плоскости...
- А) Эллипс
 - Б) Гиперболу
 - В) Параболу
 - Г) Пару пересекающихся прямых
21. Что показывает знак дискриминанта общего уравнения кривой второго порядка?
- А) Симметричность кривой
 - Б) Тип кривой (эллиптический, гиперболический, параболический)
 - В) Радиус кривизны кривой
 - Г) Длину кривой
22. Как найти расстояние от точки до прямой на плоскости?
- А) По формуле длины вектора
 - Б) По формуле с подстановкой координат в левую часть общего уравнения
 - В) По теореме Пифагора
 - Г) Как модуль разности координат
23. Что такое базис плоскости?
- А) Три точки, не лежащие на одной прямой
 - Б) Два неколлинеарных вектора

- В) Два коллинеарных вектора
 - Г) Три компланарных вектора
24. Какую линию задает на плоскости уравнение $xy=1$?
- А) Параболу
 - Б) Гиперболу
 - В) Окружность
 - Г) Пару прямых
25. Что требуется для задания полярной системы координат на плоскости?
- А) Пара перпендикулярных прямых
 - Б) Луч, единичный отрезок, направление отсчета углов
 - В) Окружность с делениями
 - Г) Пара параллельных прямых, единичный отрезок, направление
26. Если координаты точки удовлетворяют уравнению линии, то точка...
- А) Лежит на оси симметрии этой линии
 - Б) Лежит на этой линии
 - В) Является центром этой линии
 - Г) Лежит вне этой линии
27. Что называется направляющим вектором прямой?
- А) Любой ненулевой вектор, перпендикулярный прямой
 - Б) Любой ненулевой вектор, параллельный прямой
 - В) Вектор, соединяющий две произвольные точки, не лежащие на прямой
 - Г) Единичный вектор
28. Какой вид имеет уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом?
- А) $y=kx+b$
 - Б) $Ax+By=0$
 - В) $x/a+y/b=1$
 - Г) $x=const$
29. Что характеризует эксцентриситет эллипса?
- А) Площадь, ограниченную эллипсом
 - Б) Степень сжатия эллипса
 - В) Сумму полуосей эллипса
 - Г) Отношение полуосей эллипса
30. Векторы называются компланарными, если...
- А) Их можно изобразить направленными отрезками на одной прямой
 - Б) Их можно изобразить направленными отрезками в одной плоскости
 - В) У них одинаковые длины и направления
 - Г) Один из них нулевой
31. Как найти угол между двумя прямыми в пространстве?
- А) Как угол, смежный с углом между нормальными векторами
 - Б) Как угол между направляющими векторами
 - В) Как угол, косинус которого равен модулю косинуса угла между направляющими векторами

- Г) По теореме косинусов
32. Какая поверхность в пространстве задается уравнением $x^2+y^2+z^2=R^2$?
- А) Сфера
 - Б) Цилиндр
 - В) Конус
 - Г) Гиперболоид
33. Если модуль векторного произведения двух векторов равен нулю, то векторы...
- А) Перпендикулярны
 - Б) Коллинеарны
 - В) Образуют тупой угол
 - Г) Образуют острый угол
34. Уравнение $Ax+By+Cz+D=0$ ($A^2+B^2+C^2 \neq 0$) в пространстве задает...
- А) Прямую
 - Б) Плоскость
 - В) Сферу
 - Г) Цилиндр
35. Что называется фокальным параметром параболы?
- А) Расстояние от вершины до фокуса
 - Б) Расстояние от фокуса до директрисы
 - В) Длина хорды, параллельной директрисе
 - Г) Эксцентриситет
36. Как перейти от параметрического уравнения прямой к каноническому?
- А) Сложить уравнения
 - Б) Исключить параметр
 - В) Перемножить уравнения
 - Г) Вычесть уравнения
37. В какую линию превращается эллипс при эксцентриситете, стремящемся к нулю?
- А) В окружность
 - Б) В параболу
 - В) В отрезок прямой
 - Г) В гиперболу
38. Если прямая задана параметрически, то что отличается у разных точек прямой?
- А) Координаты нормального вектора
 - Б) Значение параметра
 - В) Угловой коэффициент
 - Г) Координаты направляющего вектора
39. Как называется множество точек плоскости, модуль разности расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянен?
- А) Эллипс
 - Б) Парабола
 - В) Гипербола
 - Г) Окружность

40. Как называются координаты, связанные с фокусами эллипса и гиперболы?

- А) Фокальные радиусы
- Б) Полярные
- В) Декартовы
- Г) Сферические

41. Как выглядит уравнение окружности с центром в точке (x_0, y_0) и радиусом R ?

- А) $x^2 + y^2 = R^2$
- Б) $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
- В) $x^2 + y^2 + x_0 + y_0 = 0$
- Г) $x^2 - y^2 = R^2$

42. Какая кривая второго порядка является центральной?

- А) Парабола
- Б) Эллипс и гипербола
- В) Только эллипс
- Г) Только гипербола

43. Как проверить, лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?

- А) Проверить коллинеарность векторов AB и CD
- Б) Вычислить смешанное произведение векторов AB, AC и AD
- В) Проверить равенство расстояний AB, AC и AD
- Г) Проверить равенство векторов AB, AC и AD .

44. Как называются прямые, к которым неограниченно приближаются ветви гиперболы?

- А) Радиусы
- Б) Асимптоты
- В) Касательные
- Г) Директрисы

45. Если все координаты вектора умножить на отрицательное число, вектор...

- А) Сохранит направление
- Б) Изменит направление на противоположное
- В) Станет нулевым
- Г) Повернется на 90°

46. Уравнение $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ может задавать...

- А) Гиперболу
- Б) Окружность, точку или пустое множество
- В) Параболу
- Г) Пару пересекающихся прямых

47. Что такое координатные оси в пространстве?

- А) Прямые, на каждой из которых задано направление и единица измерения
- Б) Произвольные прямые, пересекающиеся в одной точке
- В) Некомпланарные векторы
- Г) Линии пересечения координатных плоскостей

48. Какая кривая имеет два фокуса и одну директрису на каждый фокус?

- А) Окружность
 - Б) Гипербола и эллипс
 - В) Парабола
 - Г) Гипербола и парабола
49. Какое геометрическое свойство векторов выражается равенством нулю их скалярного произведения?
- А) Коллинеарность
 - Б) Перпендикулярность
 - В) Равенство длин
 - Г) Противоположность
50. Зачем нужна аналитическая геометрия?
- А) Для построения графиков
 - Б) Для решения геометрических задач алгебраическими методами
 - В) Для дифференцирования функций
 - Г) Для решения аналитических задач геометрическими методами

1. Что определяет вектор в пространстве?
- А) Только расстояние
 - Б) Только направление
 - В) Расстояние и направление
 - Г) Расстояние, направление и точку приложения
2. Как называются векторы, которые можно изобразить направленными отрезками, лежащими на одной прямой?
- А) Коллинеарные
 - Б) Сонаправленные
 - В) Противоположные
 - Г) Компланарные
3. Нахождение суммы векторов по правилу треугольника: второй вектор откладывается от конца первого, а результирующий вектор соединяет...
- А) Конец второго с началом первого
 - Б) Начало первого с концом второго
 - В) Конец первого с началом второго
 - Г) Начало второго с концом первого
4. Что можно сказать о ненулевых векторах, если их скалярное произведение равно нулю?
- А) Они коллинеарны
 - Б) Они образуют острый угол
 - В) Они перпендикулярны
 - Г) Они образуют тупой угол
5. Какая система координат используется в аналитической геометрии на плоскости по умолчанию?

- А) Полярная
 - Б) Декартова прямоугольная
 - В) Цилиндрическая
 - Г) Сферическая
6. Какой геометрический смысл имеет модуль векторного произведения двух неколлинеарных векторов?
- А) Длина суммы векторов
 - Б) Площадь параллелограмма, построенного на этих векторах
 - В) Площадь треугольника, построенного на этих векторах
 - Г) Проекция одного вектора на другой
7. Уравнение $Ax + By + C = 0$ на плоскости ($A^2 + B^2 \neq 0$) – это уравнение...
- А) Окружности
 - Б) Параболы
 - В) Прямой
 - Г) Пары прямых
8. Если направляющий вектор одной прямой на плоскости коллинеарен направляющему вектору другой прямой, то прямые...
- А) Пересекаются
 - Б) Параллельны или совпадают
 - В) Перпендикулярны
 - Г) Параллельны
9. Какая линия на плоскости задается уравнением $x^2 + y^2 = R^2$?
- А) Эллипс
 - Б) Гипербола
 - В) Окружность
 - Г) Парабола
10. Как называется вектор, перпендикулярный данной прямой?
- А) Направляющий вектор
 - Б) Нормальный вектор
 - В) Радиус-вектор
 - Г) Базисный вектор
11. Как называется множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки и от данной прямой в этой плоскости?
- А) Эллипс
 - Б) Парабола
 - В) Гипербола
 - Г) Окружность
12. Смешанное произведение трех некопланарных векторов по модулю равно...
- А) Площади треугольника, построенного на втором и третьем векторах
 - Б) Объему параллелепипеда, построенного на данных векторах
 - В) Площади параллелограмма, построенного на втором и третьем векторах
 - Г) Сумме длин векторов

13. Если скалярное произведение двух ненулевых векторов положительно, то угол между ними...

- А) Тупой
- Б) Острый
- В) Прямой
- Г) Развернутый

14. Уравнение $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ при $a \neq b$ задает на плоскости...

- А) Окружность
- Б) Эллипс
- В) Гиперболу
- Г) Пару прямых

15. Каково условие перпендикулярности двух прямых на плоскости, заданных уравнениями $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$?

- А) $A_1 = A_2$
- Б) $A_1 \cdot A_2 = 1$
- В) $A_1 A_2 = -B_1 B_2$
- Г) $A_1 B_1 + A_2 B_2 = 0$

16. Как называется тройка чисел (x, y, z) , определяющая положение точки в пространстве ?

- А) Базис
- Б) Координаты
- В) Параметры
- Г) Ордината

17. Какая кривая на плоскости задается уравнением $y = x^2$?

- А) Гипербола
- Б) Парабола
- В) Эллипс
- Г) Окружность

18. Какой угол образуют ненулевые векторы, если их скалярное произведение отрицательно?

- А) Острый
- Б) Тупой
- В) Прямой
- Г) Развернутый

19. Что означает равенство нулю смешанного произведения трех векторов?

- А) Векторы перпендикулярны
- Б) Векторы компланарны
- В) Векторы коллинеарны
- Г) Векторы образуют базис пространства

20. Уравнение $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ задает на плоскости...

- А) Эллипс
- Б) Гиперболу

- В) Параболу
 - Г) Пару пересекающихся прямых
21. Что показывает знак дискриминанта общего уравнения кривой второго порядка?
- А) Симметричность кривой
 - Б) Тип кривой (эллиптический, гиперболический, параболический)
 - В) Радиус кривизны кривой
 - Г) Длину кривой
22. Как найти расстояние от точки до прямой на плоскости?
- А) По формуле длины вектора
 - Б) По формуле с подстановкой координат в левую часть общего уравнения
 - В) По теореме Пифагора
 - Г) Как модуль разности координат
23. Что такое базис плоскости?
- А) Три точки, не лежащие на одной прямой
 - Б) Два неколлинеарных вектора
 - В) Два коллинеарных вектора
 - Г) Три компланарных вектора
24. Какую линию задает на плоскости уравнение $xу=1$?
- А) Параболу
 - Б) Гиперболу
 - В) Окружность
 - Г) Пару прямых
25. Что требуется для задания полярной системы координат на плоскости?
- А) Пара перпендикулярных прямых
 - Б) Луч, единичный отрезок, направление отсчета углов
 - В) Окружность с делениями
 - Г) Пара параллельных прямых, единичный отрезок, направление
26. Если координаты точки удовлетворяют уравнению линии, то точка...
- А) Лежит на оси симметрии этой линии
 - Б) Лежит на этой линии
 - В) Является центром этой линии
 - Г) Лежит вне этой линии
27. Что называется направляющим вектором прямой?
- А) Любой ненулевой вектор, перпендикулярный прямой
 - Б) Любой ненулевой вектор, параллельный прямой
 - В) Вектор, соединяющий две произвольные точки, не лежащие на прямой
 - Г) Единичный вектор
28. Какой вид имеет уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом?
- А) $y=kx+b$
 - Б) $Ax+By=0$
 - В) $x/a+y/b=1$
 - Г) $x=const$

29. Что характеризует эксцентриситет эллипса?

- А) Площадь, ограниченную эллипсом
- Б) Степень сжатия эллипса
- В) Сумму полуосей эллипса
- Г) Отношение полуосей эллипса

30. Векторы называются компланарными, если...

- А) Их можно изобразить направленными отрезками на одной прямой
- Б) Их можно изобразить направленными отрезками в одной плоскости
- В) У них одинаковые длины и направления
- Г) Один из них нулевой

31. Как найти угол между двумя прямыми в пространстве?

- А) Как угол, смежный с углом между нормальными векторами
- Б) Как угол между направляющими векторами
- В) Как угол, косинус которого равен модулю косинуса угла между направляющими векторами
- Г) По теореме косинусов

32. Какая поверхность в пространстве задается уравнением $x^2+y^2+z^2=R^2$?

- А) Сфера
- Б) Цилиндр
- В) Конус
- Г) Гиперболоид

33. Если модуль векторного произведения двух векторов равен нулю, то векторы...

- А) Перпендикулярны
- Б) Коллинеарны
- В) Образуют тупой угол
- Г) Образуют острый угол

34. Уравнение $Ax+By+Cz+D=0$ ($A^2+B^2+C^2 \neq 0$) в пространстве задает...

- А) Прямую
- Б) Плоскость
- В) Сферу
- Г) Цилиндр

35. Что называется фокальным параметром параболы?

- А) Расстояние от вершины до фокуса
- Б) Расстояние от фокуса до директрисы
- В) Длина хорды, параллельной директрисе
- Г) Эксцентриситет

36. Как перейти от параметрического уравнения прямой к каноническому?

- А) Сложить уравнения
- Б) Исключить параметр
- В) Перемножить уравнения
- Г) Вычесть уравнения

37. В какую линию превращается эллипс при эксцентриситете, стремящемся к нулю?

- А) В окружность
 - Б) В параболу
 - В) В отрезок прямой
 - Г) В гиперболу
38. Если прямая задана параметрически, то что отличается у разных точек прямой?
- А) Координаты нормального вектора
 - Б) Значение параметра
 - В) Угловой коэффициент
 - Г) Координаты направляющего вектора
39. Как называется множество точек плоскости, модуль разности расстояний от которых до двух данных точек этой плоскости постоянен?
- А) Эллипс
 - Б) Парабола
 - В) Гипербола
 - Г) Окружность
40. Как называются координаты, связанные с фокусами эллипса и гиперболы?
- А) Фокальные радиусы
 - Б) Полярные
 - В) Декартовы
 - Г) Сферические
41. Как выглядит уравнение окружности с центром в точке (x_0, y_0) и радиусом R ?
- А) $x^2 + y^2 = R^2$
 - Б) $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
 - В) $x^2 + y^2 + x_0 + y_0 = 0$
 - Г) $x^2 - y^2 = R^2$
42. Какая кривая второго порядка является центральной?
- А) Парабола
 - Б) Эллипс и гипербола
 - В) Только эллипс
 - Г) Только гипербола
43. Как проверить, лежат ли точки A, B, C, D в одной плоскости?
- А) Проверить коллинеарность векторов AB и CD
 - Б) Вычислить смешанное произведение векторов AB, AC и AD
 - В) Проверить равенство расстояний AB, AC и AD
 - Г) Проверить равенство векторов AB, AC и AD .
44. Как называются прямые, к которым неограниченно приближаются ветви гиперболы?
- А) Радиусы
 - Б) Асимптоты
 - В) Касательные
 - Г) Директрисы
45. Если все координаты вектора умножить на отрицательное число, вектор...

- А) Сохранит направление
 - Б) Изменит направление на противоположное
 - В) Станет нулевым
 - Г) Повернется на 90°
46. Уравнение $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ может задавать...
- А) Гиперболу
 - Б) Окружность, точку или пустое множество
 - В) Параболу
 - Г) Пару пересекающихся прямых
47. Что такое координатные оси в пространстве?
- А) Прямые, на каждой из которых задано направление и единица измерения
 - Б) Произвольные прямые, пересекающиеся в одной точке
 - В) Некомпланарные векторы
 - Г) Линии пересечения координатных плоскостей
48. Какая кривая имеет два фокуса и одну директрису на каждый фокус?
- А) Окружность
 - Б) Гипербола и эллипс
 - В) Парабола
 - Г) Гипербола и парабола
49. Какое геометрическое свойство векторов выражается равенством нулю их скалярного произведения?
- А) Коллинеарность
 - Б) Перпендикулярность
 - В) Равенство длин
 - Г) Противоположность
50. Зачем нужна аналитическая геометрия?
- А) Для построения графиков
 - Б) Для решения геометрических задач алгебраическими методами
 - В) Для дифференцирования функций
 - Г) Для решения аналитических задач геометрическими методами

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВТОРОГО СЕМЕСТРА

1. Что называется определителем квадратной матрицы второго порядка?
 - А) Произведение элементов главной диагонали
 - Б) Разность произведений элементов главной и побочной диагоналей
 - В) Сумма всех элементов
 - Г) Произведение всех элементов
2. Какая матрица называется единичной?
 - А) Квадратная матрица с единицами на главной диагонали и нулями вне её
 - Б) Матрица, все элементы которой равны единице
 - В) Матрица, все элементы которой равны 1 или -1

- Г) Квадратная матрица с определителем 1
3. Что произойдёт с определителем, если две строки матрицы поменять местами?
- А) Он изменит знак на противоположный
 - Б) Он удвоится
 - В) Он станет равен нулю
 - Г) Он не изменится
4. Какая матрица называется обратной для квадратной матрицы A ?
- А) Такая матрица A^{-1} , что $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$
 - Б) Транспонированная матрица A^T
 - В) Матрица, все элементы которой обратны соответствующим элементам A
 - Г) Матрица, все элементы которой противоположны соответствующим элементам A
5. При каком условии матрица A обратима?
- А) Определитель матрицы A не равен нулю
 - Б) Матрица A квадратная
 - В) Все элементы матрицы A положительны
 - Г) Все элементы матрицы A не равны нулю
6. Что такое ранг матрицы?
- А) Количество линейно независимых векторов-строк матрицы
 - Б) Количество строк в матрице
 - В) Количество столбцов в матрице
 - Г) Модуль определителя матрицы
7. Какая система линейных уравнений называется совместной?
- А) Имеющая хотя бы одно решение
 - Б) Имеющая конечное число решений
 - В) Имеющая бесконечно много решений
 - Г) У которой число уравнений равно числу неизвестных
8. Сформулируйте теорему Кронекера–Капелли
- А) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен числу неизвестных
 - Б) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы
 - В) Система линейных уравнений всегда совместна
9. Г) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда все ее свободные члены – нули
10. Набор векторов векторного пространства называется линейно зависимым, если...
- А) Один из них можно представить в виде линейной комбинации остальных
 - Б) Все они отличны от нулевого вектора
 - В) Их попарные скалярные произведения равны нулю
 - Г) Все они имеют одинаковую длину
11. Что такое базис векторного пространства?
- А) Максимальная линейно независимая система векторов этого пространства

- Б) Любая система из двух векторов этого пространства
 - В) Система векторов этого пространства, сумма которых равна нулю
 - Г) Любой ненулевой вектор этого пространства
12. Чему равна размерность пространства многочленов с действительными коэффициентами степени не выше 2?
- А) 2
 - Б) 3
 - В) 4
 - Г) Это пространство бесконечномерно
13. Что называется собственным вектором матрицы?
- А) Ненулевой вектор, который при умножении на матрицу переходит в коллинеарный вектор
 - Б) Любой вектор, входящий в базис
 - В) Ненулевой вектор, который при умножении на матрицу переходит в нулевой вектор
 - Г) Вектор, коллинеарный всем векторам-строкам матрицы
14. Какое число называется собственным значением матрицы?
- А) Число λ , для которого существует ненулевой вектор x : $Ax = \lambda x$
 - Б) Определитель матрицы
 - В) Сумма элементов на главной диагонали матрицы
 - Г) Наибольший по модулю элемент матрицы
15. Что такое след матрицы?
- А) Сумма элементов главной диагонали матрицы
 - Б) Произведение элементов главной диагонали матрицы
 - В) Модуль определителя матрицы
 - Г) Сумма всех элементов матрицы
16. Какая матрица называется симметрической?
- А) Матрица, равная своей транспонированной матрице
 - Б) Матрица, у которой все элементы равны
 - В) Матрица, определитель которой равен нулю
 - Г) Квадратная матрица с нулями на главной диагонали
17. Что такое линейная оболочка системы векторов?
- А) Множество всех линейных комбинаций этих векторов
 - Б) Множество всех векторов, каждый из которых коллинеарен какому-то из данных векторов
 - В) Множество всех векторов, каждый из которых является линейной комбинацией каких-нибудь двух из данных векторов
 - Г) Любой из данных векторов
- Система линейных уравнений называется однородной, если
- А) Все свободные члены равны нулю
 - Б) Число уравнений равно числу неизвестных
 - В) Все коэффициенты при неизвестных равны 1
 - Г) Определитель системы равен нулю

18. Однородная система линейных уравнений всегда имеет...

- А) Нулевое решение (все неизвестные равны нулю)
- Б) Единичное решение (все неизвестные равны единице)
- В) Бесконечное множество решений
- Г) Единственное решение

19. Как изменится определитель, если строку умножить на число?

- А) Определитель умножится на это число
- Б) Определитель не изменится
- В) Определитель станет равным нулю
- Г) Определитель умножится на модуль этого числа

20. Что такое минор матрицы?

- А) Определитель квадратной матрицы, полученной вычёркиванием строк и столбцов данной матрицы
- Б) Наименьший элемент данной матрицы
- В) Наименьшая сумма элементов строки данной матрицы
- Г) Наименьшее произведение элементов столбца данной матрицы

21. Матрица называется вырожденной, если...

- А) Ее определитель равен нулю
- Б) Все ее элементы равны нулю
- В) Матрица не квадратная
- Г) Ее определитель – отрицательное число

22. Что такое транспонирование матрицы?

- А) Замена ее строк на ее столбцы
- Б) Умножение всех ее элементов на -1
- В) Перестановка двух строк
- Г) Удаление нулевой строки

23. Какое из следующих утверждений верно?

- А) Определитель произведения двух матриц равен произведению их определителей
- Б) Определитель произведения двух матриц равен сумме их определителей
- В) Определитель произведения двух матриц равен определителю первой матрицы
- Г) Определитель произведения двух матриц всегда равен нулю

24. Что такое элементарные преобразования строк матрицы?

- А) Перестановка строк, умножение строки на ненулевое число, прибавление одной строки, умноженной на число, к другой строке
- Б) Умножение строки на число
- В) Вычисление определителя
- Г) Транспонирование

25. В каком случае квадратная матрица обратима?

- А) Ее определитель не равен нулю
- Б) Все ее элементы положительны
- В) Матрица симметрична

- Г) Все ее строки различны

26. Что называется ядром линейного оператора?

- А) Множество векторов, которые оператор переводит в нулевой вектор
- Б) Множество всех векторов пространства
- В) Множество собственных векторов оператора
- Г) Множество всех векторов, в которые оператор переводит векторы пространства

27. Что называется образом линейного оператора?

- А) Множество всех векторов, в которые оператор переводит векторы пространства
- Б) Множество векторов, которые оператор переводит в нулевой вектор
- В) Матрица линейного оператора
- Г) След матрицы линейного оператора

28. Какой линейный оператор называется диагонализируемым?

- А) Оператор, для которого существует базис, состоящий из собственных векторов
- Б) Оператор, матрица которого в любом базисе – диагональная
- В) Оператор, имеющий в некотором базисе ортогональную матрицу
- Г) Самосопряженный оператор

29. Матрицы А и В называются подобными, если...

- А) Существует невырожденная матрица P: $B = P^{-1}AP$
- Б) Их определители равны
- В) Их следы равны
- Г) Они имеют одинаковый размер

30. Что такое характеристический многочлен матрицы?

- А) Многочлен $\det(A - \lambda E)$
- Б) Многочлен, корнями которого являются элементы матрицы
- В) Многочлен, коэффициенты которого – элементы матрицы
- Г) Многочлен, коэффициенты которого – миноры матрицы

31. Чему равна сумма собственных значений матрицы?

- А) Следу матрицы
- Б) Определителю матрицы
- В) Рангу матрицы
- Г) Нулю

32. Чему равно произведение собственных значений матрицы?

- А) Определителю матрицы
- Б) Следу матрицы
- В) Рангу матрицы
- Г) Единице

33. Что такое квадратичная форма?

- А) Однородный многочлен второй степени от нескольких переменных
- Б) Линейная функция от нескольких переменных
- В) Квадратная матрица
- Г) Квадратичная функция

34. Квадратичная форма называется положительно определённой, если она

- А) Принимает положительные значения для всех ненулевых векторов
- Б) Принимает только отрицательные значения
- В) Принимает как положительные, так и отрицательные значения
- Г) Всегда равна нулю

35. Как связаны между собой ранг квадратной матрицы и ее определитель?

- А) Если определитель не равен нулю, то ранг равен порядку матрицы
- Б) Ранг всегда меньше определителя
- В) Ранг равен определителю
- Г) Никак не связаны

36. Линейным пространством над полем действительных чисел является...

- А) Множество квадратных матриц второго порядка с обычными операциями
- Б) Множество невырожденных матриц второго порядка с обычными операциями
- В) Множество вырожденных матриц второго порядка с обычными операциями
- Г) Множество квадратных матриц второго порядка, на главной диагонали которых стоят единицы, с обычными операциями

37. Какое максимальное число линейно независимых векторов можно выбрать на плоскости?

- А) 1
- Б) 2
- В) 3
- Г) Бесконечно много

38. Если система векторов содержит нулевой вектор, то она...

- А) Линейно зависима
- Б) Линейно независима
- В) Образует базис
- Г) Состоит из собственных векторов единичной матрицы

39. Что такое метод Гаусса?

- А) Метод последовательного исключения неизвестных для решения систем линейных уравнений
- Б) Метод вычисления определителя
- В) Метод нахождения обратной матрицы
- Г) Метод нахождения собственных значений матрицы

40. Какое условие необходимо для того, чтобы система n линейных уравнений с n неизвестными имела единственное решение?

- А) Определитель матрицы системы не равен нулю
- Б) Все свободные члены равны нулю
- В) Матрица системы симметрична
- Г) Число уравнений больше числа неизвестных

41. Что такое фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений?

- А) Базис пространства решений этой системы
- Б) Любое решение этой системы
- В) Нулевое решение этой системы

- Г) Множество всех решений этой системы
42. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений равна...
- А) Разности числа неизвестных и ранга матрицы системы
 - Б) Разности числа уравнений и числа неизвестных
 - В) Рангу матрицы системы
 - Г) Числу неизвестных
43. Какая матрица называется ортогональной?
- А) Квадратная матрица, для которой $A^{-1} = A^T$
 - Б) Матрица с нулевым определителем
 - В) Матрица, у которой все строки одинаковы
 - Г) Симметрическая матрица
44. Что называется длиной вектора в евклидовом пространстве?
- А) Корень квадратный из его скалярного квадрата
 - Б) Сумма квадратов его координат
 - В) Произведение его координат
 - Г) Его скалярный квадрат
45. Как называются два ненулевых вектора евклидова пространства, скалярное произведение которых равно нулю?
- А) Ортогональными
 - Б) Коллинеарными
 - В) Противоположными
 - Г) Линейно зависимыми
46. Что такое процесс ортогонализации Грама–Шмидта?
- А) Алгоритм построения ортогонального базиса линейно независимой системы векторов
 - Б) Метод решения систем линейных уравнений
 - В) Способ вычисления определителя
 - Г) Алгоритм нахождения собственных значений
47. Что такое билинейная форма?
- А) Функция двух векторных аргументов, линейная по каждому из них
 - Б) Линейная функция двух аргументов
 - В) Квадратичная форма
 - Г) Постоянная функция двух векторных аргументов
48. Какая матрица называется положительно полуопределённой?
- А) Квадратичная форма неотрицательна для всех векторов
 - Б) Квадратичная форма положительна для всех ненулевых векторов
 - В) Определитель матрицы положителен
 - Г) Все элементы матрицы положительны
49. Какой базис евклидова пространства называется ортонормированным?
- А) Базис, состоящий из векторов, скалярные квадраты которых равны единице, а скалярные произведения любых двух различных векторов равны нулю

- Б) Базис, состоящий из единичных векторов
- В) Базис, состоящий из попарно ортогональных векторов
- Г) Базис, состоящий из векторов, попарные скалярные произведения которых равны нулю

50. Из какой теоремы следует, что любой линейный оператор в конечномерном пространстве над полем комплексных чисел имеет хотя бы один собственный вектор?

- А) Из основной теоремы алгебры
- Б) Из теоремы Кронекера–Капелли
- В) Из теоремы Гамильтона–Кэли
- Г) Из теоремы о вычислении обратной матрицы

1. Что называется определителем квадратной матрицы второго порядка?

- А) Произведение элементов главной диагонали
- Б) Разность произведений элементов главной и побочной диагоналей
- В) Сумма всех элементов
- Г) Произведение всех элементов

2. Какая матрица называется единичной?

- А) Квадратная матрица с единицами на главной диагонали и нулями вне её
- Б) Матрица, все элементы которой равны единице
- В) Матрица, все элементы которой равны 1 или -1
- Г) Квадратная матрица с определителем 1

3. Что произойдёт с определителем, если две строки матрицы поменять местами?

- А) Он изменит знак на противоположный
- Б) Он удвоится
- В) Он станет равен нулю
- Г) Он не изменится

4. Какая матрица называется обратной для квадратной матрицы A ?

- А) Такая матрица A^{-1} , что $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$
- Б) Транспонированная матрица A^T
- В) Матрица, все элементы которой обратны соответствующим элементам A
- Г) Матрица, все элементы которой противоположны соответствующим элементам A

5. При каком условии матрица A обратима?

- А) Определитель матрицы A не равен нулю
- Б) Матрица A квадратная
- В) Все элементы матрицы A положительны
- Г) Все элементы матрицы A не равны нулю

6. Что такое ранг матрицы?

- А) Количество линейно независимых векторов-строк матрицы
- Б) Количество строк в матрице
- В) Количество столбцов в матрице

- Г) Модуль определителя матрицы
7. Какая система линейных уравнений называется совместной?
- А) Имеющая хотя бы одно решение
 - Б) Имеющая конечное число решений
 - В) Имеющая бесконечно много решений
 - Г) У которой число уравнений равно числу неизвестных
8. Сформулируйте теорему Кронекера–Капелли
- А) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен числу неизвестных
 - Б) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы
 - В) Система линейных уравнений всегда совместна
9. Г) Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда все ее свободные члены – нули
10. Набор векторов векторного пространства называется линейно зависимым, если...
- А) Один из них можно представить в виде линейной комбинации остальных
 - Б) Все они отличны от нулевого вектора
 - В) Их попарные скалярные произведения равны нулю
 - Г) Все они имеют одинаковую длину
11. Что такое базис векторного пространства?
- А) Максимальная линейно независимая система векторов этого пространства
 - Б) Любая система из двух векторов этого пространства
 - В) Система векторов этого пространства, сумма которых равна нулю
 - Г) Любой ненулевой вектор этого пространства
12. Чему равна размерность пространства многочленов с действительными коэффициентами степени не выше 2?
- А) 2
 - Б) 3
 - В) 4
 - Г) Это пространство бесконечномерно
13. Что называется собственным вектором матрицы?
- А) Ненулевой вектор, который при умножении на матрицу переходит в коллинеарный вектор
 - Б) Любой вектор, входящий в базис
 - В) Ненулевой вектор, который при умножении на матрицу переходит в нулевой вектор
 - Г) Вектор, коллинеарный всем векторам-строкам матрицы
14. Какое число называется собственным значением матрицы?
- А) Число λ , для которого существует ненулевой вектор x : $Ax = \lambda x$
 - Б) Определитель матрицы
 - В) Сумма элементов на главной диагонали матрицы
 - Г) Наибольший по модулю элемент матрицы

15. Что такое след матрицы?

- А) Сумма элементов главной диагонали матрицы
- Б) Произведение элементов главной диагонали матрицы
- В) Модуль определителя матрицы
- Г) Сумма всех элементов матрицы

16. Какая матрица называется симметрической?

- А) Матрица, равная своей транспонированной матрице
- Б) Матрица, у которой все элементы равны
- В) Матрица, определитель которой равен нулю
- Г) Квадратная матрица с нулями на главной диагонали

17. Что такое линейная оболочка системы векторов?

- А) Множество всех линейных комбинаций этих векторов
- Б) Множество всех векторов, каждый из которых коллинеарен какому-то из данных векторов
- В) Множество всех векторов, каждый из которых является линейной комбинацией каких-нибудь двух из данных векторов
- Г) Любой из данных векторов
- Система линейных уравнений называется однородной, если
- А) Все свободные члены равны нулю
- Б) Число уравнений равно числу неизвестных
- В) Все коэффициенты при неизвестных равны 1
- Г) Определитель системы равен нулю

18. Однородная система линейных уравнений всегда имеет...

- А) Нулевое решение (все неизвестные равны нулю)
- Б) Единичное решение (все неизвестные равны единице)
- В) Бесконечное множество решений
- Г) Единственное решение

19. Как изменится определитель, если строку умножить на число?

- А) Определитель умножится на это число
- Б) Определитель не изменится
- В) Определитель станет равным нулю
- Г) Определитель умножится на модуль этого числа

20. Что такое минор матрицы?

- А) Определитель квадратной матрицы, полученной вычёркиванием строк и столбцов данной матрицы
- Б) Наименьший элемент данной матрицы
- В) Наименьшая сумма элементов строки данной матрицы
- Г) Наименьшее произведение элементов столбца данной матрицы

21. Матрица называется вырожденной, если...

- А) Ее определитель равен нулю
- Б) Все ее элементы равны нулю
- В) Матрица не квадратная
- Г) Ее определитель – отрицательное число

22. Что такое транспонирование матрицы?

- А) Замена ее строк на ее столбцы
- Б) Умножение всех ее элементов на -1
- В) Перестановка двух строк
- Г) Удаление нулевой строки

23. Какое из следующих утверждений верно?

- А) Определитель произведения двух матриц равен произведению их определителей
- Б) Определитель произведения двух матриц равен сумме их определителей
- В) Определитель произведения двух матриц равен определителю первой матрицы
- Г) Определитель произведения двух матриц всегда равен нулю

24. Что такое элементарные преобразования строк матрицы?

- А) Перестановка строк, умножение строки на ненулевое число, прибавление одной строки, умноженной на число, к другой строке
- Б) Умножение строки на число
- В) Вычисление определителя
- Г) Транспонирование

25. В каком случае квадратная матрица обратима?

- А) Ее определитель не равен нулю
- Б) Все ее элементы положительны
- В) Матрица симметрична
- Г) Все ее строки различны

26. Что называется ядром линейного оператора?

- А) Множество векторов, которые оператор переводит в нулевой вектор
- Б) Множество всех векторов пространства
- В) Множество собственных векторов оператора
- Г) Множество всех векторов, в которые оператор переводит векторы пространства

27. Что называется образом линейного оператора?

- А) Множество всех векторов, в которые оператор переводит векторы пространства
- Б) Множество векторов, которые оператор переводит в нулевой вектор
- В) Матрица линейного оператора
- Г) След матрицы линейного оператора

28. Какой линейный оператор называется диагонализируемым?

- А) Оператор, для которого существует базис, состоящий из собственных векторов
- Б) Оператор, матрица которого в любом базисе – диагональная
- В) Оператор, имеющий в некотором базисе ортогональную матрицу
- Г) Самосопряженный оператор

29. Матрицы А и В называются подобными, если...

- А) Существует невырожденная матрица P: $B = P^{-1}AP$
- Б) Их определители равны
- В) Их следы равны

- Г) Они имеют одинаковый размер

30. Что такое характеристический многочлен матрицы?

- А) Многочлен $\det(A - \lambda E)$
- Б) Многочлен, корнями которого являются элементы матрицы
- В) Многочлен, коэффициенты которого – элементы матрицы
- Г) Многочлен, коэффициенты которого – миноры матрицы

31. Чему равна сумма собственных значений матрицы?

- А) Следу матрицы
- Б) Определителю матрицы
- В) Рангу матрицы
- Г) Нулю

32. Чему равно произведение собственных значений матрицы?

- А) Определителю матрицы
- Б) Следу матрицы
- В) Рангу матрицы
- Г) Единице

33. Что такое квадратичная форма?

- А) Однородный многочлен второй степени от нескольких переменных
- Б) Линейная функция от нескольких переменных
- В) Квадратная матрица
- Г) Квадратичная функция

34. Квадратичная форма называется положительно определённой, если она

- А) Принимает положительные значения для всех ненулевых векторов
- Б) Принимает только отрицательные значения
- В) Принимает как положительные, так и отрицательные значения
- Г) Всегда равна нулю

35. Как связаны между собой ранг квадратной матрицы и ее определитель?

- А) Если определитель не равен нулю, то ранг равен порядку матрицы
- Б) Ранг всегда меньше определителя
- В) Ранг равен определителю
- Г) Никак не связаны

36. Линейным пространством над полем действительных чисел является...

- А) Множество квадратных матриц второго порядка с обычными операциями
- Б) Множество невырожденных матриц второго порядка с обычными операциями
- В) Множество вырожденных матриц второго порядка с обычными операциями
- Г) Множество квадратных матриц второго порядка, на главной диагонали которых стоят единицы, с обычными операциями

37. Какое максимальное число линейно независимых векторов можно выбрать на плоскости?

- А) 1
- Б) 2
- В) 3

- Г) Бесконечно много

38. Если система векторов содержит нулевой вектор, то она...

- А) Линейно зависима
- Б) Линейно независима
- В) Образует базис
- Г) Состоит из собственных векторов единичной матрицы

39. Что такое метод Гаусса?

- А) Метод последовательного исключения неизвестных для решения систем линейных уравнений
- Б) Метод вычисления определителя
- В) Метод нахождения обратной матрицы
- Г) Метод нахождения собственных значений матрицы

40. Какое условие необходимо для того, чтобы система n линейных уравнений с n неизвестными имела единственное решение?

- А) Определитель матрицы системы не равен нулю
- Б) Все свободные члены равны нулю
- В) Матрица системы симметрична
- Г) Число уравнений больше числа неизвестных

41. Что такое фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений?

- А) Базис пространства решений этой системы
- Б) Любое решение этой системы
- В) Нулевое решение этой системы
- Г) Множество всех решений этой системы

42. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений равна...

- А) Разности числа неизвестных и ранга матрицы системы
- Б) Разности числа уравнений и числа неизвестных
- В) Рангу матрицы системы
- Г) Числу неизвестных

43. Какая матрица называется ортогональной?

- А) Квадратная матрица, для которой $A^{-1} = A^T$
- Б) Матрица с нулевым определителем
- В) Матрица, у которой все строки одинаковы
- Г) Симметрическая матрица

44. Что называется длиной вектора в евклидовом пространстве?

- А) Корень квадратный из его скалярного квадрата
- Б) Сумма квадратов его координат
- В) Произведение его координат
- Г) Его скалярный квадрат

45. Как называются два ненулевых вектора евклидова пространства, скалярное произведение которых равно нулю?

- А) Ортогональными
- Б) Коллинеарными
- В) Противоположными
- Г) Линейно зависимыми

46. Что такое процесс ортогонализации Грама–Шмидта?

- А) Алгоритм построения ортогонального базиса линейно независимой системы векторов
- Б) Метод решения систем линейных уравнений
- В) Способ вычисления определителя
- Г) Алгоритм нахождения собственных значений

47. Что такое билинейная форма?

- А) Функция двух векторных аргументов, линейная по каждому из них
- Б) Линейная функция двух аргументов
- В) Квадратичная форма
- Г) Постоянная функция двух векторных аргументов

48. Какая матрица называется положительно полуопределённой?

- А) Квадратичная форма неотрицательна для всех векторов
- Б) Квадратичная форма положительна для всех ненулевых векторов
- В) Определитель матрицы положителен
- Г) Все элементы матрицы положительны

49. Какой базис евклидова пространства называется ортонормированным?

- А) Базис, состоящий из векторов, скалярные квадраты которых равны единице, а скалярные произведения любых двух различных векторов равны нулю
- Б) Базис, состоящий из единичных векторов
- В) Базис, состоящий из попарно ортогональных векторов
- Г) Базис, состоящий из векторов, попарные скалярные произведения которых равны нулю

50. Из какой теоремы следует, что любой линейный оператор в конечномерном пространстве над полем комплексных чисел имеет хотя бы один собственный вектор?

- А) Из основной теоремы алгебры
- Б) Из теоремы Кронекера–Капелли
- В) Из теоремы Гамильтона–Кэли
- Г) Из теоремы о вычислении обратной матрицы