МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Развитие прикладных методов математики

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование у студентов представления о прикладной математике как о методологии построения, исследования и верификации математических моделей реальных процессов и явлений, в том числе нелинейных и самоорганизующихся систем;

- изучение современных аналитических и численных методов прикладной математики: теории размерностей и подобия, асимптотических методов и теории возмущений, аппарата ортогональных многочленов, стохастических методов, методов численного интегрирования, оптимизации и метода конечных элементов;

- формирование представлений о синергетическом подходе к исследованию сложных систем: устойчивости, бифуркациях, детерминированном хаосе, странных аттракторах и фрактальных структурах.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- освоение приёмов построения и упрощения математических моделей: выбора типа модели, введения безразмерных переменных и параметров порядка, оценки адекватности модели;

- приобретение навыков аналитического и численного исследования моделей, включая компьютерную реализацию вычислительных алгоритмов (метод Монте-Карло, квадратурные формулы, ускорение сходимости рядов, поиск экстремумов, методы конечных разностей и конечных элементов);

- формирование навыков критического анализа результатов моделирования: оценки области применимости, точности и устойчивости используемых методов, интерпретации качественного поведения решений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе;

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-5 - Способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные типы математических моделей и методы их построения и упрощения (теорию размерностей и подобия, метод малого параметра, теорию возмущений, асимптотические методы), а также условия их применимости;

- основные понятия теории устойчивости и синергетики (особые точки, предельные циклы, бифуркации, странные аттракторы, фракталы) и современные численные методы прикладной математики.

Уметь:

- строить и упрощать математические модели прикладных задач, проводить их размерностный и асимптотический анализ, исследовать устойчивость и качественное поведение решений;

- обоснованно выбирать и применять аналитические и численные методы решения конкретной задачи, оценивать точность и границы применимости полученных результатов.

Владеть:

- навыками аналитического исследования математических моделей с использованием ортогональных многочленов, асимптотических разложений и методов теории возмущений;

- навыками компьютерной реализации численных методов (стохастическое моделирование, численное интегрирование, оптимизация, методы конечных разностей и конечных элементов) и анализа полученных результатов.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №7
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32

Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Предмет прикладной математики. Подобие и теория размерностей Рассматриваемые вопросы: - понятие математической модели, общая схема применения математики, требование адекватности модели; - подобие и автомодельность, П-теорема теории размерностей; - функция Грина и автомодельное решение задачи теплопроводности; - применение теории размерностей к гравитационным и капиллярным волнам на поверхности воды.
2	Типы математических моделей. Модели с памятью Рассматриваемые вопросы: - структурные и функциональные модели, подобие моделей, параметры порядка; - вязкоупругость и производные нецелого порядка, способы определения производных нецелого порядка (Римана – Лиувилля, Капуто, Грюнвальда – Летникова) и их применение; - дифференциальные уравнения с запаздыванием вида f'(t) = F(f(t – ?)).
3	Линейные и нелинейные модели Рассматриваемые вопросы: - принцип суперпозиции и особенности нелинейных моделей; - уравнение Бюргерса: нелинейность и диссипация, ударные волны, преобразование Коула – Хопфа; - уравнение Кортевега – де Фриза: нелинейность и дисперсия, солитоны.
4	Гамильтонов формализм Рассматриваемые вопросы: - функция Гамильтона, канонические уравнения; - скобки Пуассона, интегралы движения; - канонические преобразования, фазовое пространство, теорема Лиувилля.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
5	Детерминированные и случайные процессы. Метод Монте-Карло Рассматриваемые вопросы: - детерминированные и случайные процессы, марковские процессы и цепи Маркова; - метод Монте-Карло, оценка его точности; - генерация псевдослучайных чисел: линейный конгруэнтный генератор, вихрь Мерсенна, проверка качества последовательностей.
6	Кинетические уравнения Рассматриваемые вопросы: - уравнение коагуляции Смолуховского; - уравнение Фоккера – Планка и его связь с уравнением Ланжевена; - диффузионное приближение, стационарные распределения.
7	Метод малого параметра. Теория возмущений Рассматриваемые вопросы: - регулярные и сингулярные возмущения, метод малого параметра; - итерационные методы, метод последовательных приближений; - теория возмущений для задач на собственные значения.
8	Ортогональные многочлены. Многочлены Лежандра и Чебышёва Рассматриваемые вопросы: - особенности систем ортогональных многочленов Лежандра, Эрмита, Чебышёва 1-го и 2-го рода: весовые функции, рекуррентные соотношения, нули; - многочлены Лежандра и сферические функции, ортогональность и полнота; спиноры и матрицы Паули; - минимаксные свойства многочленов Чебышёва.
9	Многочлены Эрмита. Разностное решение уравнения Шрёдингера Рассматриваемые вопросы: - многочлены Эрмита и квантовый гармонический осциллятор, операторы рождения и уничтожения как основа вторичного квантования; - прямое решение стационарного уравнения Шрёдингера методом конечных разностей; - проверка теоремы вириала в разностном приближении.
10	Асимптотические методы. Метод перевала Рассматриваемые вопросы: - асимптотические последовательности и асимптотические ряды, их свойства; - метод Лапласа и метод перевала; - асимптотика гамма-функции (формула Стирлинга).
11	Численное интегрирование Рассматриваемые вопросы: - квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона, оценка погрешности; - квадратурные формулы Гаусса с вычислением функции в нулях ортогональных многочленов; - пример: вычисление интеграла ?(2 + cos 3x + cos ?x)?? dx.
12	Ускоренное суммирование рядов Рассматриваемые вопросы: - абсолютно сходящиеся ряды, оценка остатка ряда; - метод Эйлера ускорения сходимости; - метод Куммера и другие приёмы ускоренного суммирования.
13	Нахождение локального и глобального экстремума Рассматриваемые вопросы: - необходимые и достаточные условия экстремума; - методы локальной оптимизации: градиентный спуск, метод Ньютона, метод Нелдера – Мида; - поиск глобального экстремума; пример: минимум функции (y – x?)? + 0,1(y + x)?.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
14	Теория устойчивости Ляпунова. Бифуркации и аттракторы Рассматриваемые вопросы: - устойчивость по Ляпунову, первый и второй методы Ляпунова; - особые точки (узлы, сёдла, фокусы, центры), предельные циклы; - бифуркации, странные аттракторы и детерминированный хаос.
15	Метод конечных элементов Рассматриваемые вопросы: - вариационная постановка эллиптических краевых задач, метод Галёркина; - конечноэлементная аппроксимация, сборка глобальной матрицы; - численное решение эллиптических задач; пример: ёмкость конденсатора с круглыми плоскими обкладками.
16	Фракталы и их размерности Рассматриваемые вопросы: - самоподобие, геометрические фракталы (множество Кантора, кривая Коха, ковёр Серпинского); - размерность Хаусдорфа, клеточная размерность; - фрактальная структура странных аттракторов, множества Жюлиа и Мандельброта.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Теория размерностей и подобие В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - выбора определяющих параметров задачи и построения безразмерных комбинаций с помощью П-теоремы; - получения законов дисперсии гравитационных и капиллярных волн на поверхности воды методом размерностей; - построения автомодельного решения уравнения теплопроводности.
2	Производные нецелого порядка и уравнения с запаздыванием В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - вычисления производных нецелого порядка от степенных и экспоненциальных функций; - составления моделей вязкоупругих сред с производными нецелого порядка; - исследования устойчивости и численного решения уравнений с запаздыванием методом шагов.
3	Нелинейные волновые уравнения В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - решения уравнения Бюргерса с помощью преобразования Коула – Хопфа; - построения солитонного решения уравнения Кортевега – де Фриза методом бегущих волн; - численного моделирования эволюции нелинейных волн.
4	Гамильтоновы системы В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - составления функции Гамильтона и канонических уравнений для механических систем; - вычисления скобок Пуассона и нахождения интегралов движения; - построения фазовых портретов гамильтоновых систем.
5	Метод Монте-Карло и генерация псевдослучайных чисел В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - реализации генераторов псевдослучайных чисел (линейный конгруэнтный генератор, вихрь Мерсенна) и статистической проверки их качества;

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	- вычисления многомерных интегралов методом Монте-Карло с оценкой погрешности; - моделирования марковских цепей.
6	Кинетические уравнения В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - численного решения уравнения Смолуховского для простейших ядер коагуляции; - нахождения стационарных решений уравнения Фоккера – Планка; - моделирования броуновского движения с помощью уравнения Ланжевена и сравнения результатов с решением уравнения Фоккера – Планка.
7	Метод малого параметра и теория возмущений В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - построения разложений по малому параметру для алгебраических и дифференциальных уравнений; - применения итерационных методов и оценки их сходимости; - вычисления поправок к собственным значениям методами теории возмущений.
8	Многочлены Лежандра и Чебышёва В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - вычисления ортогональных многочленов по рекуррентным формулам и проверки их ортогональности; - разложения функций по многочленам Лежандра и сферическим функциям, выполнения операций с матрицами Паули; - построения приближений функций многочленами Чебышёва с использованием их минимаксного свойства.
9	Разностное решение уравнения Шрёдингера В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - вычисления волновых функций гармонического осциллятора через многочлены Эрмита; - решения стационарного уравнения Шрёдингера методом конечных разностей как задачи на собственные значения; - проверки теоремы вириала в разностном приближении и сравнения с точным решением.
10	Асимптотические методы В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - построения асимптотических разложений интегралов методом Лапласа и методом перевала; - вывода формулы Стирлинга; - оценки точности асимптотических рядов и выбора оптимального числа членов.
11	Численное интегрирование В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - вычисления интегралов по формулам Симпсона и Гаусса и сравнения их точности; - нахождения узлов и весов квадратурных формул Гаусса через нули ортогональных многочленов; - вычисления интеграла dx/(2 + cos 3x + cos pi*x) и анализа причин потери точности.
12	Ускоренное суммирование рядов В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - оценки остатка ряда и числа членов, необходимого для заданной точности; - применения метода Эйлера и метода Куммера; - сравнения эффективности методов ускорения сходимости.
13	Поиск экстремумов функций В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - нахождения локального экстремума градиентными методами и методом Ньютона; - нахождения минимумов функции (y – x^2)^2 + 0,1(y + x)^2 и анализа поведения методов в «овражной» области; - поиска глобального экстремума многоэкстремальных функций.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
14	Устойчивость, бифуркации и аттракторы В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - исследования устойчивости положений равновесия по первому приближению и с помощью функций Ляпунова; - классификации особых точек и построения фазовых портретов; - численного исследования бифуркаций и странных аттракторов (логистическое отображение, система Лоренца).
15	Метод конечных элементов В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - построения вариационной постановки краевой задачи и применения метода Галёркина; - реализации метода конечных элементов для эллиптической задачи; - численного расчёта ёмкости конденсатора с круглыми плоскими обкладками и сравнения с формулой плоского конденсатора.
16	Фракталы В результате работы на практическом занятии студент получает навык: - построения геометрических фракталов, множеств Жюлиа и Мандельброта; - вычисления фрактальной размерности методом подсчёта клеток; - оценки размерности странного аттрактора.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1.Автомодельные решения уравнения теплпроводности.

2. Осреднение быстро колеблющщихся зависимостей.

3. Метод малого параметра в задачах механики.

4.Метод бегущих волн решения уравнения Фишера-Колмогорова.

5. Метод введения безразмерных переменных в задачах механики и физики.

6. Прямые методы решения экстемальных задач.

7. Метод Галеркина решения краевых хадач математической физики.

8. Вариационны методы в линейной алгебре.

9. Метод динамического программирования в дискретных задачах оптимизации.

10. Моделирование процессов с помощью марковских процессов с непреравным временм и дискретными состояниями.

11. Принцип максимума Понтрягина и его применение в задачах управления механическими системами.

12. Гамильтоновы системы и их приложение к задачам механики.

13. Метод динамического программирования в задачах управления движением.

14. Стохастические дифференциальные уравнения. Дифференциал Ито.

15. Модель Гаузе конкурентного исключения видов.

16. Математические модели терапии больных клеток.

17. Дельта функция Дирака и ее применение в задачах математической физики.

18. Методы анализа чувствительности в задачах механики и физики.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. – М.: Едиториал УРСС, 2019. – 304 с., ISBN 978-5-9710-5405-4	НТБ
2	Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. - М.: Едиториал УРСС, 2021. – 232 с., ISBN 978-5-9710-7528-8	НТБ
3	Математическое моделирование. Под редакцией Дж. Андрюса, Р. Мак-Лоуна. – М.: Мир, 1979. – 282 с., ISBN нет	НТБ
4	Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов П.С. Динамические системы и модели биологии. – М: Физматлит, 2010. – 400 с., ISBN 978-5-9221-1192-8	НТБ

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http:/library.miit.ru).

Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/).

Электронно-библиотечная система ibooks.ru (http://ibooks.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).
Операционная система Microsoft Windows.
Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 7 семестре.
Курсовая работа в 7 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры «Физика» В.И. Портнов

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической комиссии Н.А.Клычева