Ответы и решения. Критерии оценивания

1. Решение. Для больших скоростей машины сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости с коэффициентом, который определяется геометрией машины. Поскольку речь идет о машинах одного класса, имеющих близкие размеры, можно ожидать, что для всех машин коэффициенты пропорциональности близки. Поэтому $F_{сопр} = \alpha v^2$, а мощность есть $N = Fv \sim \alpha v^3$.

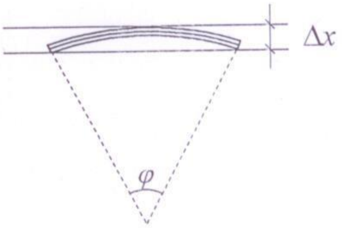
Критерии оценивания

Если решено полностью – оценка 2 балла,

Если написаны формула для силы сопротивления ($F \sim v^2$), но для мощности не написано Fv - 1,5 или 1 балл в зависимости от полноты,

Если хоть что-то сказано про силу сопротивления – 0,5 балла.

2. Решение. Из-за разных коэффициентов теплового расширения пластины двух металлов по-разному удлиняются при нагревании (или сжимаются при охлаждении). А поскольку они спаяны по всей площади контакта, пластине выгоднее согнуться, чем растягивать один и сжимать другой металл. Причем при нагревании внутри изгиба будет пластинка из того металла, который меньше расширяется при нагревании.



Радиус изгиба можно найти из следующих соображений. Пусть биметаллическая пластина нагрелась на ΔT. Тогда пластинки, из которых она состоит, удлинятся на следующие величины

$$\Delta l_1 = \alpha_1 \Delta T l \text{ и } \Delta l_2 = \alpha_2 \Delta T l$$

где l_0 - первоначальная длина пластинок. Следовательно, для угла на который опирается пластина после изгиба, можно записать (с учетом малой толщины пластины)

$$\varphi = \frac{l + \Delta l_1}{R} = \frac{l + \Delta l_2}{R + \Delta h}$$

Отсюда, пренебрегая произведением двух малых величин, находим

$$R = \frac{l \Delta h}{\Delta l_2 - \Delta l_1} = \frac{\Delta h}{(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T}$$

Величину прогиба пластины (величина Δx на рисунке) можно найти как

$$\Delta x = R - R\cos\left(\varphi / 2\right) \qquad (*)$$

Если угол φ много меньше 1 радиана (для реальных пластин это условие выполнено), то

$$\cos\left(\varphi/2\right) \approx 1 - \varphi^2/8$$

(это равенство можно получить из основного тригонометрического тождества и первого замечательного предела $\sin\varphi \approx \varphi$), то формулу (*) можно привести к виду

$$\Delta x = \frac{l^2}{8R} = \frac{l^2\left(\alpha_2 - \alpha_1\right)\Delta T}{8\Delta h}$$

Подставляя в эту формулу данные в условии числа, найдем

$$\Delta x \approx 2 \text{ мм}$$

Величина удлинения пластины составит $\alpha l \Delta T \sim 2 \cdot 10^{-1}$ мм, т.е. на порядок меньше.

Критерии оценивания

Если решено полностью – 2 балла.

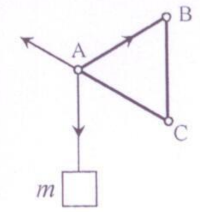
Если получен один из ответов (радиус изгиба или прогиб) – 1,5 балла.

Если приведены правильные слова про причину изгиба и сделаны относительно разумные (но неправильные) попытки посчитать – 1 балл.

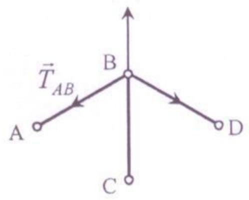
Если есть только слова про причины изгиба – 0,5 балла.

3. Решение. Если удалить стержень ВС, то, очевидно, точки В и С начнут сближаться, поскольку треугольник CDE останется на месте, а ромб CABD будет «складываться». Поэтому стержень ВС сжат. Аналогично заключаем, что стержень АВ растянут, АС – сжат.

Найдем силу натяжения стержня ВС. Во-первых, заметим, что воздействие шарнира на стержня или стержня на шарнир может осуществляться только вдоль стержня (в противном случае условие равновесия стержня не будет выполняться).



Сначала рассмотрим шарнир А. Поскольку Стержень АС сжат, а АВ растянут, на шарнир А действуют такие силы – сила натяжения нити, равная силе тяжести груза и силы натяжения стержней АВ и АС. Чтобы шарнир был в равновесии, сумма этих сил должна быть равна нулю. А поскольку углы между этими силами равны 120°, то их сумма равна нулю только в том случае, когда равны их величины. Поэтому $T_{AB} = mg$, $T_{AC} = mg$.



Рассмотрим теперь шарнир В. На него действуют три силы, сумма которых равна нулю, которые направлены под углами 120° друг к другу и одна из которых равна $T_{AB} = mg$. Поэтому и две остальные силы T_{BC} и T_{BD} равны друг другу и силе T_{AB}. Потому

$$T_{BC} = mg$$

Критерии оценивания

Если решено полностью – 2 балла.

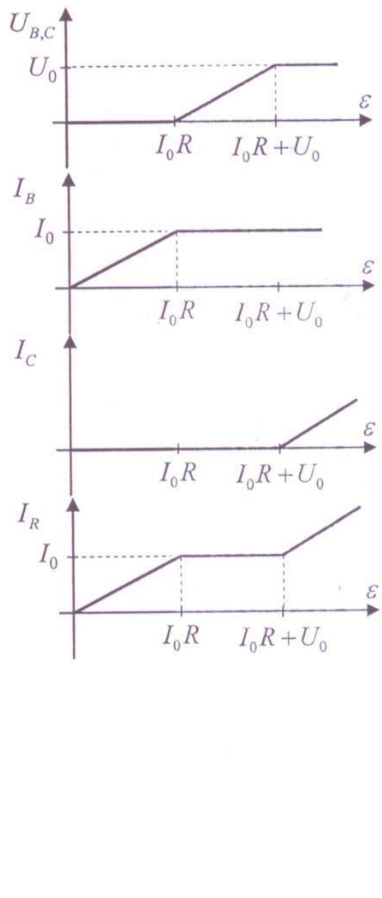
Если доказано, что стержень ВС сжат и сделаны разумные попытки рассчитать силы (рассматривается условие равновесия шарниров, доказано, что при шарнирном креплении силы могут действовать только вдоль стержней и т.д.), но ответ не получен – 1,5 балла

Если доказано, что стержень ВС сжат и сделаны относительно разумные попытки посчитать – 1 балл

Если только доказано, что стержень ВС сжат – 0,5 балла

4. Решение. Рассмотрим сначала случай малых значений ЭДС источника. Если $\varepsilon \le I_0 R$, ток в цепи не может быть больше, чем I_0, и, следовательно, напряжение на бареттере (и стабилитроне) равно нулю. Поэтому ток через стабилитрон равен нулю, ток через бареттер равен току через резистор:

(1) при $\varepsilon \le I_0 R$ $\qquad U_{C,B} = 0$, $I_C = 0$, $I_{B,R} = \dfrac{\varepsilon}{R}$



Если $I_0 R \le \varepsilon \le I_0 R + U_0$, ток через резистор превосходит I_0, и, следовательно, ток через бареттер будет равен I_0. Но напряжение на стабилитроне и бареттере будет меньше, чем $\varepsilon - I_0 R$, т.е. меньше, чем U_0, поэтому ток через стабилитрон будет равен нулю:

(2) при $I_0 R \le \varepsilon \le I_0 R + U_0$ $\qquad I_{B,R} = I_0$, $I_C = 0$, $U_{C,B} = \varepsilon - I_0 R$

Если $I_0 R + U_0 \le \varepsilon$, ток через бареттер равен I_0, напряжение на стабилитроне и бареттере равно U_0, ток через резистор равен $I_R = \dfrac{\varepsilon - U_0}{R}$, ток через стабилитрон равен разности тока через резистор и тока через бареттер:

(3) $I_0 R + U_0 \le \varepsilon$, $\qquad I_B = I_0$, $I_C = \dfrac{\varepsilon - U_0}{R} - I_0$, $U_{C,B} = U_0$

Графики зависимости напряжения и тока через стабилитрон и бареттер, а также тока через резистор от ЭДС источника ((1)-(3)) приведены на рисунке 1.

Критерии оценивания
Если решено полностью – 2 балла.
Если графики построены графики с изломами, указаны правильные диапазоны изменения ЭДС, в которых графики имеют те или иные особенности (I_0R и I_0R+U_0), на каких-то участках графики правильны – 1,5 балла
Если есть относительно разумные рассуждения по работе с ВАХ элементов – 1 балл
Если есть хоть что-то разумное – 0,5 балла

5. Решение. Докажем, что как бы ни падал луч на отражатель, после отражения он будет распространяться точно в обратном направлении.

Рассмотрим сначала случай, когда падающий луч параллелен одной из плоскостей отражателя. Тогда этот луч будет отражаться только от двух его граней, и отраженный луч будет лежать в плоскости, перпендикулярной этим граням (в этом случае задача, фактически, является плоской). Строя ход луча по правилам отражения (угол падения равен углу отражения), убеждаемся, что отраженный луч будет распространяться в направлении, обратном падающему (см. рисунок; параллельность падающего и отраженного лучей следует, например, из равенства углов, отмеченных на рисунке дугами).

Для доказательства сделанного выше утверждения в общем случае заметим, что для проекции падающего и отраженного луча на любую плоскость также будет справедливо утверждение – угол падения равен углу отражения. Поэтому падающий и отраженные лучи можно спроецировать на плоскости, параллельные граням отражателя, для проекций справедливо сделанное выше построение, откуда и следует сделанное утверждение.

На Луноходе блок уголковых отражателей размещался с целью точного определения расстояния от Земли до Луны. Лазерный луч (практически не имеющий расходимости) направлялся на отражатель и в той же точки на Земле регистрировался отраженный луч. По времени задержки можно было определить расстояние от точки, из которой направлялся луч, до Лунохода с высокой точностью и сравнить его со значениями расстояния до Луны, полученными другими методами.

Была и еще одна цель размещения отражателей на Луноходе - политическая. После американских экспедиций на Луну возник и активно муссировался в прессе слух, что на Луне американские астронавты якобы не были, а показанные по телевидению кадры высадки на Луну сняты на Земле. Так вот размещение уголкового отражателя на Луноходе позволяло любому человеку на Земле (обладающему минимальным набором лабораторного оборудования) проверить факт нахождения отражателя на Луне. По данным Центра управления полетами за время работы Лунохода на Луне было зарегистрировано более 50 попыток посылки лазерного луча на отражатель (кроме тех, что были сделаны для лазерного зондирования Луны советскими астрономами).

Критерии оценивания
Если решено полностью – 2 балла.
Если есть доказательство для плоского случая (когда луч параллелен одной из граней отражателя) и что-то сказано про третье измерение – 1,5 балла
Если есть доказательство только для плоского случая и вообще не «замечено» третье измерение – 1 балл
Если есть хоть что-то разумное – 0,5 балла

6. Решение. Работа пороховых газов идет на разгон пули. Поэтому

$$\frac{mv^2}{2} \sim 0{,}5pSl$$

где $m \sim 10$ г – масса пули, $S \sim 1$ см^2 – площадь сечения ствола ружья, $l \sim 0{,}5$ м – длина ствола, p - среднее давление, 0,5 - доля работы, идущая на разгон пули. Отсюда получаем

$$p \sim \frac{mv^2}{Sl}$$

Используем: $m = 20$ г, $v = 400$ м/с, $S = 2$ см^2 , $l = 0{,}7$ м. Отсюда

$$p \sim \frac{mv^2}{Sl} \sim 3 \cdot 10^7 \text{ Па} \sim 300 \text{ атм}$$