

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы магистратуры  
по направлению подготовки  
15.04.06 Мехатроника и робототехника,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Специальные разделы математики**

Направление подготовки: 15.04.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль): Роботы и робототехнические системы

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 610876  
Подписал: заведующий кафедрой Григорьев Павел  
Александрович  
Дата: 01.06.2025

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью изучения дисциплины (модуля) является:

- формирование необходимых математических знаний, позволяющих самостоятельно проводить математический анализ прикладных инженерных задач;

- формирование навыков использования математических методов в практической деятельности.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- освоение математических приемов и навыков решения конкретных инженерных задач, ориентированных на практическое применение при изучении специальных дисциплин;

- овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов;

- освоение современных математических методов исследования, основанных на применении компьютерной техники.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-1** - Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ;

**ОПК-6** - Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий ;

**ОПК-13** - Способен использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики при формировании моделей и методов исследования мехатронных и робототехнических систем;

**ПК-1** - Способен составлять математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем, включая исполнительные, информационно-сенсорные и управляющие модули, с применением методов формальной логики, методов конечных автоматов, сетей Петри, методов искусственного интеллекта, нечеткой логики, генетических алгоритмов, искусственных нейронных и нейро-нечетких сетей;

**УК-1** - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

**Знать:**

- основные понятия и методы линейной алгебры и векторного исчисления, теории матриц и обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методы теории вероятностей и математической статистики для анализа экспериментальных данных;
- численные методы решения дифференциальных уравнений в задачах динамики роботов;
- основы вариационного исчисления и методы оптимизации в проектировании робототехнических систем.

**Уметь:**

- применять методы математического анализа при решении инженерных задач;
- использовать методы математической статистики для обработки результатов измерений и испытаний;
- применять численные методы для решения задач динамики и управления робототехническими системами;
- использовать методы вариационного исчисления для синтеза оптимальных траекторий движения роботов.

**Владеть:**

- навыками анализа научно-технических задач в профессиональной деятельности для выбора рационального метода решения;
- навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач;
- методами статистического анализа данных измерений и испытаний робототехнических систем;
- навыками применения численных методов для моделирования динамики роботов;
- методами вариационного исчисления для решения задач оптимального управления.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 6 з.е. (216 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №1
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 152 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Матрицы и многомерные векторы. Рассматриваемые вопросы: - квадратные и прямоугольные матрицы; - многомерные вектор-строка и вектор-столбец.
2	Действия над многомерными векторами. Рассматриваемые вопросы: - умножение числа на вектор и алгебраическое сложение векторов; - скалярное произведение двух многомерных векторов; - понятие длины многомерного вектора; - дифференцирование и интегрирование многомерных векторов по скалярному аргументу.
3	Действия над матрицами. Рассматриваемые вопросы: - сложение и вычитание матриц;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- скалярное произведение матриц;</li> <li>- транспонирование матриц;</li> <li>- понятие об особенных матрицах;</li> <li>- определение обратной матрицы;</li> <li>- дифференцирование и интегрирование матриц по скалярному аргументу;</li> <li>- норма матрицы;</li> <li>- некоторые понятия из рядов матриц;</li> <li>- понятие о положительно определенных матрицах.</li> </ul>
4	<p><b>Конечные алгебраические уравнения и методы их решения.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решение конечных уравнений с помощью матрицы якобиан;</li> <li>- точные (прямые) и приближенные методы решения конечных уравнений;</li> </ul>
5	<p><b>Точные методы решения линейных уравнений.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решение линейной системы умножением на обратную матрицу;</li> <li>- метод решения, основанный на обыкновенных жордановых исключениях;</li> <li>- метод Гаусса.</li> </ul>
6	<p><b>Определение собственных чисел матриц.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение собственных чисел методом остатков;</li> <li>- метод Стодола для определения максимального собственного числа.</li> </ul>
7	<p><b>Итерационные методы решения линейных уравнений.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- метод простой итерации;</li> <li>- метод Некрасова;</li> <li>- метод скорейшего спуска;</li> <li>- метод Хоттелинга.</li> </ul>
8	<p><b>Решение линейных уравнений методами минимизации.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- метод минимизации суммы квадратов отклонений (невязок);</li> <li>- метод минимизации суммы модулей отклонений;</li> <li>- метод минимизации модуля максимального отклонения.</li> </ul>
9	<p><b>Методы решения специальных и больших систем уравнений.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методы решения переопределенных (несовместных) и недоопределенных систем уравнений;</li> <li>- методы решения уравнений с ленточной структурой;</li> <li>- методы, связанные с разбиением систем уравнений на ряд подсистем.</li> </ul>
10	<p><b>Решение нелинейных уравнений.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- итерационные методы;</li> <li>- методы минимизации.</li> </ul>
11	<p><b>Дифференциальные уравнения.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- дифференциальные уравнения с постоянными и переменными коэффициентами;</li> <li>- прямые методы решения дифференциальных уравнений и методы, использующие интегральные преобразования.</li> </ul>
12	<p><b>Классический метод решения одного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- составление характеристического уравнения;</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- определение частного и общего решений; - определение постоянных интегрирования из заданных краевых (граничных) или начальных условий.
13	Классический метод решения системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Рассматриваемые вопросы: - задача Коши (задача с заданными начальными значениями компонент) и граничные задачи; - определение частного и общего решений уравнений без правых частей; - определение общего решения уравнений без правой части; - определение постоянных интегрирования из заданных краевых (граничных) или начальных условий.
14	Методы, основанные на аппроксимации решений дифференциальных уравнений функциями, удовлетворяющими краевым условиям. Рассматриваемые вопросы: - метод коллокаций; - метод подобластей; - метод наименьших квадратов (интегральный и точечный); - метод Бубнова-Галеркина.
15	Метод конечных разностей (метод сеток). Рассматриваемые вопросы: - составление сеточных уравнений; - решение сеточных уравнений.
16	Основные понятия векторного исчисления. Рассматриваемые вопросы: - обозначение и типы векторов; - задание вектора; - равенство векторов; - понятие об орте.

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Решение систем линейных алгебраических уравнений точными методами. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки: - решения систем линейных алгебраических уравнений методом жордановский исключений и методом Гаусса; - практической оценки фактической погрешности решения систем линейных алгеброических уравнений.
2	Решение систем линейных алгебраических уравнений приближенными методами. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки: - решения систем линейных алгебраических уравнений итерационными методами и методами минимизации; - практической оценки фактической погрешности решения систем линейных алгеброических уравнений.
3	Решение определенных и недоопределенных систем линейных алгебраических уравнений. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решения определенных и недоопределенных систем линейных алгебраических уравнений методом суммы квадратов уклонений;</li> <li>- практической оценки фактической погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений.</li> </ul>
4	<p><b>Решение ленточных и трапецеидальных уравнений.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения ленточных линейных алгебраических уравнений методом определяющих неизвестных;</li> <li>- практической оценки фактической погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений.</li> </ul>
5	<p><b>Решение больших систем уравнений методом разделения матрицы на блоки.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения больших систем линейных алгебраических уравнений методом разделения матрицы на блоки;</li> <li>- практической оценки фактической погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений.</li> </ul>
6	<p><b>Решение систем нелинейных уравнений.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения систем нелинейных алгебраических уравнений методом скорейшего спуска и обратного якобиана;</li> <li>- практической оценки фактической погрешности решения систем нелинейных алгебраических уравнений.</li> </ul>
7	<p><b>Решение системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами классическим методом.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами классическим методом;</li> <li>- определение постоянных интегрирования из заданных краевых (граничных) или начальных условий.</li> </ul>
8	<p><b>Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом наименьших квадратов.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами наименьших квадратов;</li> <li>- составления уравнений для определение постоянных интегрирования.</li> </ul>
9	<p><b>Применения метода сеток для решения дифференциальных уравнений в частных производных.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных разностей;</li> <li>- составления конечно-разностных (сеточных) уравнений для дифференциальных уравнений.</li> </ul>
10	<p><b>Применение операторного метода к решению дифференциальных уравнений.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операторным методом;</li> <li>- получения операторного изображения исходных дифференциальных уравнений.</li> </ul>
11	<p><b>Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами комплексным методом.</b></p> <p>В результате работы на практическом занятии студент получает навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами комплексным методом;</li> <li>- получения операторных изображений исходных дифференциальных уравнений.</li> </ul>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
12	Решение линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами комплексным методом. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки: - решения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами комплексным методом; - получения комплексных изображений исходных дифференциальных уравнений.
13	Интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений комплексным методом. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки: - интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений комплексным методом; - получения комплексных изображений исходных дифференциальных уравнений.
14	Сложные произведения векторов. В результате работы на практическом занятии студент получает навык получения произведения четырех и более векторов.
15	Определение производной от вектор-функции по скалярному аргументу. В результате работы на практическом занятии студент получает навык получения производной вектор-функции.
16	Определение градиента от сложной скалярной функции. В результате работы на практическом занятии студент получает навыки: - получения градиента скалярной функции; - применения оператора набла.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы.
2	Текущая подготовка к практическим занятиям.
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

##### Вариант 1

Исследовать сходимость числового ряда с общим членом  $(n^2 + 1) / \sqrt{(n^2 + 2n^2 + 1)}$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка с правой частью в виде произведения экспоненты и синуса

Вычислить двойной интеграл от суммы квадратов переменных по круговой области в правой полуплоскости

##### Вариант 2

Найти область сходимости степенного ряда с центром в точке  $x=2$

Решить систему двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка

Вычислить криволинейный интеграл второго рода по замкнутой круговой траектории

Вариант 3

Разложить кусочно-линейную функцию в ряд Фурье на симметричном отрезке

Решить уравнение колебаний струны с закрепленными концами

Найти градиент функции трех переменных в заданной точке

Вариант 4

Вычислить несобственный интеграл первого рода от дробно-рациональной функции

Найти общее решение линейного дифференциального уравнения третьего порядка с правой частью специального вида

Вычислить поверхностный интеграл первого рода по конической поверхности

Вариант 5

Исследовать на равномерную сходимость функциональный ряд из синусов на отрезке

Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности с начальным условием в виде синуса

Найти точки экстремума функции двух переменных третьей степени

Вариант 6

Вычислить интеграл Дирихле с параметром

Решить линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

Найти поток векторного поля через поверхность единичного куба

Вариант 7

Исследовать на сходимость несобственный интеграл от функции арктангенс

Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с правой частью специального вида

Вычислить тройной интеграл от линейной функции по шаровому объему

Вариант 8

Найти сумму числового ряда с дробно-рациональным общим членом

Решить задачу на собственные значения для оператора второй производной

Найти дифференциальные характеристики векторного поля

Вариант 9

Разложить логарифмическую функцию в степенной ряд

Решить дифференциальное уравнение Бернулли

Вычислить интеграл по замкнутой поверхности сферической области

Вариант 10

Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную и условную сходимость

Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом

Найти циркуляцию векторного поля по треугольному контуру в пространстве

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Туганбаев, А. А. Основы высшей математики : учебник / А. А. Туганбаев. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 496 с. – ISBN 978-5-8114-1189-4.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210698">https://e.lanbook.com/book/210698</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.
2	Горлач, Б. А. Математический анализ / Б. А. Горлач. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 604 с. – ISBN 978-5-507-49010-3.	<a href="https://e.lanbook.com/book/367505">https://e.lanbook.com/book/367505</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.
3	Позднякова, Т. А. Математика. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Элементы векторного анализа : учебное пособие / Т. А. Позднякова, А. Н. Ботвич. – Красноярск : СФУ, 2018. – 113 с. – ISBN 978-5-7638-3920-3.	<a href="https://e.lanbook.com/book/157589">https://e.lanbook.com/book/157589</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.
4	Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 672 с. – ISBN 978-5-8114-0695-1.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210674">https://e.lanbook.com/book/210674</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.
5	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 6-е изд., стер. –	<a href="https://e.lanbook.com/book/195426">https://e.lanbook.com/book/195426</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.

	Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 280 с. – ISBN 978-5-8114-9441-5.	
6	Прохорова, Р. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / Р. А. Прохорова. – Минск : БГУ, 2017. – 335 с. – ISBN 978-985-566-496-4.	<a href="https://e.lanbook.com/book/202064">https://e.lanbook.com/book/202064</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.
7	Гюнтер, Н. М. Курс вариационного исчисления : учебное пособие / Н. М. Гюнтер. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-0893-1.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210236">https://e.lanbook.com/book/210236</a> (дата обращения: 22.04.2024). – Текст: электронный.

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система Znanium (<http://znanium.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

MathCAD.

Simulink MatLAB.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовая работа в 1 семестре.

Экзамен в 1 семестре.

## 10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Электроэнергетика транспорта»

К.С. Субханвердиев

Согласовано:

Заведующий кафедрой НТТС

П.А. Григорьев

Председатель учебно-методической  
комиссии

С.В. Володин