

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- формирование у студента умений и навыков практического применения приемов и методов теории вероятностей и математической статистики при сборе, обработке и анализе экспериментальных статистических данных.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение основных фактов и методов теории вероятностей и математической статистики;

- изучение методов анализа закономерностей массовых случайных явлениях для применения в научно-исследовательской деятельности и практике.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-1** - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные методы вычисления вероятностей событий;
- характеристики одномерных и двумерных случайных величин;
- методы выборочного анализа, построения точечных и интервальных оценок;
- критерии проверки статистических гипотез.

### **Уметь:**

- находить вероятности событий;
- строить закон распределения одномерной или двумерной случайной величины, находить ее числовые характеристики;
- применять методы выборочного анализа.

### **Владеть:**

- навыками решения типовых задач по дисциплине;
- навыками подбора методов решения практических задач

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 6 з.е. (216 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов		
	Всего	Семестр	
		№3	№4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	128	64	64
В том числе:			
Занятия лекционного типа	64	32	32
Занятия семинарского типа	64	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 88 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Элементы комбинаторики Рассматриваемые вопросы: – правило суммы и правило произведения;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– размещения с повторениями и без повторений, перестановки без повторений, сочетания без повторений; – сочетания и перестановки с повторениями.
2	<b>Случайные события</b> Рассматриваемые вопросы: – испытание, элементарные исходы, события; – достоверные и невозможные события, противоположные события, несовместные события; – сумма и произведение событий, алгебра событий.
3	<b>Вероятностное пространство</b> Рассматриваемые вопросы: – понятие вероятности события; – статистическое определение вероятности; – классическое определение вероятности; – геометрическое определение вероятности; – условные вероятности, независимые события, вероятность суммы и произведения событий.
4	<b>Формула полной вероятности. Формула Бернулли</b> Рассматриваемые вопросы: – разбиение вероятностного пространства; – формула полной вероятности; – формула Бейеса; – независимые испытания, схема Бернулли, формула Бернулли; – приближенные формулы схемы Бернулли.
5	<b>Дискретные случайные величины</b> Рассматриваемые вопросы: – понятие случайной величины, дискретные случайные величины; – закон распределения случайной величины, функция распределения; – ряд распределения ДСВ, многоугольник распределения; – числовые характеристики ДСВ (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение) и их свойства.
6	<b>Основные типы дискретных случайных величин</b> Рассматриваемые вопросы: – биномиальное распределение; – распределение Пуассона; – геометрическое распределение; – гипергеометрическое распределение.
7	<b>Непрерывные случайные величины</b> Рассматриваемые вопросы: – определение непрерывной случайной величины, плотность распределения; – числовые характеристики ДСВ (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
8	<b>Основные типы непрерывных случайных величин</b> Рассматриваемые вопросы: – равномерное распределение; – показательное распределение; – нормальное распределение.
9	<b>Предельные теоремы теории вероятностей</b> Рассматриваемые вопросы: – локальная и интегральная теорема Лапласа; – неравенство и теорема Чебышева; – теорема Бернулли;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие о теореме Ляпунова;</li> <li>– центральная предельная теорема.</li> </ul>
10	<p><b>Системы случайных величин</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие системы случайных величин;</li> <li>– система случайных величин как n-мерный вектор;</li> <li>– изображение двумерной случайной величины точкой плоскости.</li> </ul>
11	<p><b>Дискретные двумерные случайные величины</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– таблица распределения двумерной дискретной случайной величины;</li> <li>– законы распределения компонент дискретной случайной величины и их числовые характеристики.</li> </ul>
12	<p><b>Непрерывные двумерные случайные величины</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– двумерная функция распределения и ее свойства</li> <li>– двумерная плотность распределения и ее свойства.</li> </ul>
13	<p><b>Числовые характеристики двумерных случайных величин</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– числовые характеристики двумерных случайных величин: математическое ожидание и дисперсия компонент;</li> <li>– зависимость случайных величин; ковариация и коэффициент корреляции;</li> <li>– связь независимости и некоррелированности случайных величин.</li> </ul>
14	<p><b>Законы распределения компонент двумерной случайной величины</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение функций распределения компонент по двумерной функции распределения;</li> <li>– определение плотностей распределения компонент по двумерной плотности распределения;</li> <li>– связь двумерной плотности распределения с плотностями распределения компонент.</li> </ul>
15	<p><b>Условные законы распределения</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– условные законы распределения компонент дискретной двумерной случайной величины;</li> <li>– условные математические ожидания;</li> <li>– условные плотности распределения компонент двумерной случайной величины;</li> </ul>
16	<p><b>Некоторые двумерные законы распределения</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– равномерное распределение на плоскости;</li> <li>– нормальное распределение на плоскости.</li> </ul>
17	<p><b>Выборка</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– предмет математической статистики;</li> <li>– генеральная и выборочная совокупности;</li> <li>– дискретный вариационный ряд;</li> <li>– интервальный вариационный ряд.</li> </ul>
18	<p><b>Выборочные характеристики</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– эмпирическая функция распределения;</li> <li>– полигон и гистограмма.</li> </ul>
19	<p><b>Числовые характеристики выборки</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выборочная средняя;</li> <li>– выборочная дисперсия;</li> <li>– «исправленная» выборочная дисперсия.</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
20	<b>Выборочные оценки параметров распределения</b> Рассматриваемые вопросы: – выборочная средняя как оценка генерального математического ожидания; – выборочная дисперсия как оценка генеральной дисперсии.
21	<b>Статистические оценки параметров распределения</b> Рассматриваемые вопросы: – понятие статистической оценки параметра распределения; – несмещенность, эффективность, состоятельность оценки.
22	<b>Точечные оценки параметров распределения</b> Рассматриваемые вопросы: – понятие точечной оценки; – точечные оценки математического ожидания и дисперсии; – метод моментов; – метод наибольшего правдоподобия.
23	<b>Распределения, используемые в математической статистике</b> Рассматриваемые вопросы: – распределение хи-квадрат; – распределение Стьюдента; – распределение Фишера-Снедекора.
24	<b>Доверительные интервалы</b> Рассматриваемые вопросы: – точность выборочной оценки, доверительная вероятность (надежность); – доверительный интервал; – доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
25	<b>Доверительные интервалы для нормального распределения</b> Рассматриваемые вопросы: – доверительные интервалы для математического ожидания (если известно или неизвестно среднее квадратическое отклонение); – доверительные интервалы для среднего квадратического отклонения (если известно или неизвестно математическое ожидание).
26	<b>Элементы регрессионного анализа</b> Рассматриваемые вопросы: – основные задачи регрессионного анализа – уравнение регрессии; – метод наименьших квадратов; – эмпирические функции регрессии; – понятие о корреляционном анализе.
27	<b>Линейная регрессия</b> Рассматриваемые вопросы: – расчет линейных уравнений регрессии по несгруппированным данным; – расчет линейных уравнений регрессии по сгруппированным данным.
28	<b>Коэффициент корреляции</b> Рассматриваемые вопросы: – расчет коэффициента корреляции по несгруппированным и сгруппированным данным; – связь коэффициента корреляции и линейных уравнений регрессии.
29	<b>Статистическая проверка гипотез</b> Рассматриваемые вопросы: – понятие статистической гипотезы; – нулевая и конкурирующая гипотезы; – понятие о проверке статистической гипотезы;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– критерий проверки гипотезы, статистика критерия ; – ошибки первого и второго рода, уровень значимости и мощность критерия; – критическая область статистики критерия, односторонний и двусторонний случай.
30	Проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии Рассматриваемые вопросы: – сравнение выборочной средней с математическим ожиданием; – сравнение двух математических ожиданий; – сравнение двух дисперсий.
31	Проверка непараметрических гипотез Рассматриваемые вопросы: – понятие непараметрической гипотезы; – понятие критерия согласия; – применение критерия согласия Пирсона.
32	Проверка гипотез о непрерывных случайных величинах Рассматриваемые вопросы: – критерий согласия Колмогорова; – применение критерия Колмогорова к сравнению двух функций распределения.

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Формулы комбинаторики В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения формул комбинаторики.
2	Случайные события В результате работы на практическом занятии студент получает навыки определения множества элементарных событий для данного испытания, нахождения суммы и произведения событий, выражения одного события через другие.
3	Вероятность В результате работы на практическом занятии студент получает навыки вычисления вероятности события, суммы событий, произведения событий, проверки независимости событий.
4	Формулы полной вероятности. Независимые испытания В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения формулы полной вероятности, формулы Байеса и формулы Бернулли, а также приближенных формул для схемы Бернулли.
5	Дискретные случайные величины В результате работы на практическом занятии студент получает навыки составления ряда распределения ДСВ, нахождения ее функции распределения, построения многоугольника распределения, вычисления числовых характеристик ДСВ
6	Различные типы дискретных случайных величин В результате работы на практическом занятии студент получает навыки решения задач с помощью конкретных типов ДСВ
7	Непрерывные случайные величины В результате работы на практическом занятии студент получает навыки нахождения функции и плотности распределения НСВ, вычисления ее числовых характеристик.
8	Различные типы непрерывных случайных величин

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	В результате работы на практическом занятии студент получает навыки решения задач с помощью конкретных типов ДСВ
9	<b>Закон больших чисел</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения различных формклировок закона больших чисел и ЦПТ.
10	<b>Двумерные случайные величины</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки составления закона распределения двумерной случайной величины (таблица; плотность или функция распределения).
11	<b>Дискретные двумерные случайные величины</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки работы с таблицей распределения лвумерной случайной величины
12	<b>Непрерывные двумерные случайные величины</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки работы с функцией и плотностью распределения двумерной непрерывной случайной величины.
13	<b>Числовые характеристики двумерных случайных величин</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки вычисления числовых характеристик непрерывных и дискретных двумерных случайных величин.
14	<b>Законы распределения случайных величин, входящих в систему</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки нахождения законов распределения компонент двумерной случайной величины.
15	<b>Условные законы распределения случайных величин, входящих в систему</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки нахождения условных законов распределения компонент двумерной случайной величины и вычисления их условных числовых характеристик.
16	<b>Равномерное и нормальное распределения на плоскости</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки решения некоторых задач, связанных с двумерным нормальным и двумерным равномерным распределениями.
17	<b>Выборка</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки составления дискретного и интервального вариационного ряда по данной выборке
18	<b>Эмпирический закон распределения</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки построения эмпирической функции распределения, полигона и гистограммы для данной выборки.
19	<b>Числовые характеристики выборки</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки вычисления выборочного среднего, выборочной дисперсии и «исправленной» выборочной дисперсии.
20	<b>Точечные оценки параметров распределения</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки нахождения точечных оценок параметров распределения на основе выборочных данных методом моментов и методом наибольшего правдоподобия.
21	<b>Интервальные оценки параметров распределения</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки нахождения доверительных интервалов для параметров нормального распределения,
22	<b>Уравнение регрессии</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки составления уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов.
23	<b>Коэффициент корреляции</b> В результате работы на практическом занятии студент получает навыки исследования зависимости случайных величин с помощью коэффициента корреляции по несгруппированным и

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	сгруппированным данным.
24	Проверка гипотез о математическом ожидании В результате работы на практическом занятии студент получает навыки проверки гипотез о совпадении математического ожидания с выборочным средним.
25	Проверка гипотез о совпадении математических ожиданий В результате работы на практическом занятии студент получает навыки проверки гипотез о совпадении математических ожиданий двух случайных величин.
26	Проверка гипотез о совпадении дисперсий В результате работы на практическом занятии студент получает навыки проверки гипотез о совпадении дисперсий двух случайных величин.
27	Применение критерия Пирсона к гипотезе о нормальном распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Пирсона к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение.
28	Применение критерия Пирсона к гипотезе о биномиальном распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Пирсона к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет биномиальное распределение.
29	Применение критерия Пирсона к гипотезе о пуассоновском распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Пирсона к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет распределение Пуассона.
30	Применение критерия Пирсона к гипотезе о показательном распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Пирсона к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет показательное распределение.
31	Применение критерия Колмогорова к гипотезе о нормальном распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Колмогорова к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение.
32	Применение критерия Колмогорова к гипотезе о равномерном распределении генеральной совокупности В результате работы на практическом занятии студент получает навыки применения критерия Колмогорова к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет равномерное распределение.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы
2	Подготовка к практическим занятиям
3	Подготовка к промежуточной аттестации.

4	Подготовка к текущему контролю.
---	---------------------------------

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08569-3	<a href="https://urait.ru/bcode/512071">https://urait.ru/bcode/512071</a> (дата обращения: 14.05.2023).
2	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9	<a href="https://urait.ru/bcode/510437">https://urait.ru/bcode/510437</a> (дата обращения: 18.05.2023).
3	Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4.	<a href="https://urait.ru/bcode/541918">https://urait.ru/bcode/541918</a> (дата обращения: 01.05.2024).
4	Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений : учебник и практикум для вузов / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 399 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02662-7.	<a href="https://urait.ru/bcode/511231">https://urait.ru/bcode/511231</a> (дата обращения: 01.05.2024).
5	Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / Б. Н. Иванов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 224 с. — ISBN 978-5-507-49479-8.	<a href="https://e.lanbook.com/book/393053">https://e.lanbook.com/book/393053</a> (дата обращения: 01.05.2024).

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

(<http://e.lanbook.com/>);

- Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru/) (<http://ibooks.ru/>).

- Интернет-университет информационных технологий  
(<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 3 семестре.

Экзамен в 4 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры «Цифровые  
технологии управления  
транспортными процессами»

М.К. Турцынский

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова