

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
базового высшего образования  
по направлению подготовки  
09.03.01 Информатика и вычислительная техника,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Теория графов и комбинаторика**

Направление подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль): Вычислительные системы и сети

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 1343395  
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович  
Дата: 18.06.2026

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины «Теория графов и комбинаторика» являются: знакомство с фундаментальными понятиями и математическим аппаратом теории графов; изучение основных задач теории графов, алгоритмов и методов их решения; формирование навыков эффективно применять модели теории графов для решения прикладных задач/

Задачами дисциплины являются:

- овладение базовыми понятиями, основными определениями и элементарными результатами дискретной математики, необходимыми в практической деятельности;
- умение описывать дискретные математические объекты, строить прикладные дискретные математические модели и работать с ними.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ОПК-1** - Способен применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные формулы комбинаторики;
- основные понятия теории графов;
- способы представления графов;
- часто встречающиеся прикладные задачи теории графов;
- основные алгоритмы теории графов область их применения.

### **Уметь:**

- применять комбинаторные формулы для подсчёта числа различных комбинаций;
- записывать матрицы смежности и инцидентности графа;
- определять тип графа;
- решать задачи нахождения эйлера и гамильтонова цикла;
- находить кратчайшее остовное дерево.

### **Владеть:**

- навыками применения комбинаторных формул;

- навыками матричного задания графов;
- навыками применения алгоритмов Краскала, Прима, Дейкстры, Форда-Беллмана, Флойда для решения задач на графах.

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №4
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p><b>Основные принципы комбинаторики.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Конечные и счетные множества, мощность множества;</li> <li>-Прямое (Декартово) произведение множеств;</li> <li>-Правила суммы и произведения;</li> <li>-Принцип Дирихле;</li> </ul>
2	<p><b>Размещения, сочетания и перестановки с повторениями и без повторений.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Упорядоченные выборки: перестановки и размещения с повторениями и без повторений</li> <li>-Неупорядоченные выборки: сочетания с повторениями и без повторений;</li> </ul>
3	<p><b>Свойства биномиальных коэффициентов.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Основные комбинаторные тождества;</li> <li>-Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.</li> </ul>
4	<p><b>Правило включения-исключения.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Характеристическая функция множества;</li> <li>-Вывод формулы включения-исключения;</li> <li>-Приемы применения формулы включения-исключения.</li> </ul>
5	<p><b>Подстановки.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Подстановки на конечном множестве, умножение подстановок;</li> <li>-Циклические подстановки;</li> <li>-Транспозиции;</li> <li>-Симметрическая группа <math>S_n</math>.</li> </ul>
6	<p><b>Рекуррентные последовательности.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Однородные рекуррентные последовательности;</li> <li>-Характеристический многочлен рекуррентной последовательности; -Решение рекуррентных соотношений для простых корней;</li> <li>-Решение рекуррентных соотношений для кратных корней;</li> <li>-Последовательность Фибоначчи;</li> <li>-Понятие производящей функции.</li> </ul>
7	<p><b>Введение в теорию графов.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-История возникновения и развития теории графов;</li> <li>-Основные понятия и определения: понятие графа, вершины, ребра, дуги, ориентированные и неориентированные графы, простой граф, петли, кратные ребра, виды графов, подграфы;</li> <li>-Степени вершин. Способы задания графов;</li> <li>-Матрица смежности, матрица инцидентности графа.</li> <li>-Изоморфизм графов.</li> </ul>
8	<p><b>Деревья.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Понятие дерева, листа, леса;</li> <li>-Неориентированные и ориентированные деревья;</li> <li>-Корневые деревья.</li> <li>-Метрические характеристики графов: эксцентриситет, диаметр, радиус, центр.</li> <li>-Теорема о центре дерева.</li> </ul>
9	<p><b>Кодирование деревьев.</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	-Канонический код; -Код Прюфера; -Изоморфизм деревьев.
10	<b>Остовные деревья.</b> Рассматриваемые вопросы: -Понятие остова(каркаса) графа; -Матрица Киргхофа; -Теорема Киргхофа. - Построение кратчайшего остовного дерева: алгоритм Краскала, алгоритм Прима.
11	<b>Обходы графов.</b> Рассматриваемые вопросы: - Путь, простой путь, циклический путь, цепь, цикл; - Достижимость и связность, компоненты связности. Сильные компоненты графа и конденсация; - База и антибаза графа.
12	<b>Эйлеровы и гамильтоновы графы.</b> Рассматриваемые вопросы: - Понятие эйлерова пути, эйлерова цикла, эйлерова графа. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова пути; - Критерий эйлеровости графа; - Понятие гамильтонова пути, гамильтонового цикла, гамильтонового графа. Достаточное условие гамильтоновости графа.
13	<b>Планарные графы.</b> Рассматриваемые вопросы: -Формула Эйлера, графы $K_5$ и $K_3,3$ ; -Операции на графах: подразбиение и стягивание; -Теорема Понтрягина-Куратовского; -Критерий Вагнера.
14	<b>Кратчайшие пути в графах.</b> Рассматриваемые вопросы: - Понятие взвешенного графа; - Постановка задачи нахождения кратчайшего пути во взвешенном графе; - Алгоритм Форда-Беллмана. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Флойда.
15	<b>Построение максимального потока.</b> Рассматриваемые вопросы: - Понятие потока. Постановка задачи; - Алгоритм Форда-Фолкерсона построения максимального потока.
16	<b>Дискретные модели теории графов</b> Рассматриваемые вопросы: - Задача об изоморфизме графов; - Задачи о раскрасках графов (Рёберные и вершинные раскраски. Раскраски плоских графов); - Задача о покрытии конечного множества системой его подмножеств.

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Задачи на применение основных комбинаторных принципов: правил суммы и произведения, принципа Дирихле.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
2	Задачи на вычисление числа размещений, сочетаний и перестановки повторениями и без повторений.
3	Доказательство комбинаторных тождеств.
4	Задачи с использованием формулы включения-исключения.
5	Подстановки на конечном множестве, умножение подстановок, группа подстановок.
6	Однородные рекуррентные последовательности: характеристическое уравнение, нахождение формулы общего члена.
7	Способы задания графов: граф как отношение; матрица смежности, матрица инцидентности графа.
8	Мультиграфы: кратные ребра и петли; матрица смежности, матрица инцидентности графа.
9	Орграфы: способы задания; матрицы смежности, инцидентности, достижимости орграфа.
10	Неориентированные и ориентированные деревья. Кодирование деревьев.
11	Остовные деревья; построения кратчайшего остовного дерева: алгоритм Краскала, алгоритм Прима.
12	Операции над графами. Применение теорем Понтрягина-Куратовского и Вагнера. Алгоритм проверки планарности и плоской укладки.
13	Необходимые и достаточные условия существования эйлерова пути; Критерий эйлеровости графа;
14	Понятие гамильтонова пути, гамильтонового цикла, гамильтонового графа. Достаточное условие гамильтоновости графа.
15	Применение алгоритмов Форда-Беллмана, Дейкстры, Флойда нахождения кратчайшего пути в графе.
16	Постановка задачи нахождения кратчайшего пути во взвешенном орграфе:

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом.
2	Работа с литературой.
3	Текущая подготовка к занятиям.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к промежуточной аттестации.
6	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Алексеев, В. Е. Теория графов : учебное пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. — 119 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система	<a href="https://e.lanbook.com/book/153421">https://e.lanbook.com/book/153421</a> (дата обращения: 03.06.2026)
2	Велигура А.Н. Комбинаторика и теория графов для кибербезопасности- Учебное пособие. Конспект лекций [Электронный ресурс]. М.: НИЯУ МиФи. 2021.- 200 с	<a href="https://reader.lanbook.com/book/284441#4">https://reader.lanbook.com/book/284441#4</a>
3	Наливайко, Л. В. Комбинаторика, теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.В. Наливайко, Д.С. Шунскайте. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 296 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-112491-8	<a href="https://znanium.ru/catalog/product/2148319">https://znanium.ru/catalog/product/2148319</a> (дата обращения: 03.06.2026)
4	Тюрин, С.Ф. Теория графов и её приложения : учеб. пособие. - Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2015. - 159 с.	<a href="https://reader.lanbook.com/book/160869#2">https://reader.lanbook.com/book/160869#2</a>

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Для проведения занятий лекционного типа требуются аудитории, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 4 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

старший преподаватель кафедры  
«Математическое моделирование  
сложных систем» Института  
железнодорожного транспорта

В.А. Пестин

Согласовано:

Заведующий кафедрой ВССиИБ

Б.В. Желенков

и.о. заведующего кафедрой ПМ

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова