

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Теория игр и исследование операций**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 03.04.2025

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Цель освоения учебной дисциплины (модуля):

- формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов и алгоритмов теории игр и исследований операций при поиске оптимальных решений в конфликтных ситуациях в организационной, экономической и финансовой сферах деятельности, в задачах проектирования с противоречивыми критериями.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- обучение студента применению основных понятий и моделей теории игр и исследований операций,
- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить,
- подготовка к изучению последующих специальных курсов, использующих методы теории игр и исследования операций.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

**Знать:**

- понятия игры, стратегии, равновесной ситуации;
- методы нахождения решения различных игр в чистых и смешанных стратегиях;
- алгоритмы голосования.

**Уметь:**

- проверять существование решения матричной игры в чистых стратегиях;
- находить все решения матричной игры в чистых стратегиях, если они существуют;
- находить решения матричной игры в чистых или смешанных стратегиях с помощью линейного программирования;
- для многосторонних игр находить оптимальные по Парето ситуации и проверять существование ситуаций равновесия в чистых стратегиях;

- находить решения в играх с природой;
- применять различные алгоритмы голосования.

**Владеть:**

- различными методами нахождения решения матричной игры в чистых и смешанных стратегиях;
- методами решения многосторонних игр;
- методами решения игр с природой;
- навыками применения алгоритмов голосования.

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |            |
|-----------------------------------------------------------|------------------|------------|
|                                                           | Всего            | Семестр №7 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 64               | 64         |
| В том числе:                                              |                  |            |
| Занятия лекционного типа                                  | 32               | 32         |
| Занятия семинарского типа                                 | 32               | 32         |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Теория игр. Введение. Классификация<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- основные определения и понятия;<br>- история возникновения теории игр;<br>- виды ходов;<br>- стратегии;<br>- решение игры;<br>- классификация стратегических игр.                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 2        | Матричные игры. Сценарий игры<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- множество ситуаций в чистых стратегиях;<br>- платёжная функция игры;<br>- антагонистические игры.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 3        | Решение матричной игры в чистых стратегиях. Решение матричной игры в смешанных стратегиях<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- приемлемая ситуация;<br>- седловая точка;<br>- оптимальные стратегии;<br>- нижнее и верхнее значение игры;<br>- сценарий игры;<br>- ситуация игры;<br>- приемлемые ситуации для 1 и 2 игроков;<br>- ситуация равновесия.                                                                                                                                                                                  |
| 4        | Теорема о необходимом и достаточном условии существования ситуации равновесия в чистых стратегиях. Необходимый и достаточный признак ситуации равновесия в смешанных стратегиях<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- лемма (об основном неравенстве минимакса);<br>- теорема о необходимом и достаточном условии существования ситуации равновесия в чистых стратегиях;<br>- необходимый и достаточный признак ситуации равновесия в смешанных стратегиях, доказательство;<br>- способ вычисления ситуаций равновесия в матричных играх. |
| 5        | Редукция игры. Решение игры $2 \times 2$<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- редукция игры с учётом доминирования;<br>- доминируемая стратегия, доминирующая стратегия;<br>- теорема о доминировании;<br>- геометрическое решение;<br>- применение теоремы об активных стратегиях.                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 6        | Геометрическое решение матричных игр $2 \times n$ и $m \times 2$ . Теорема Джона фон Неймана<br>Рассматриваемые вопросы:<br>- геометрическое решение;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- применение теоремы об активных стратегиях;</li> <li>- сведение матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования;</li> <li>- теорема Джона фон Неймана.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 7        | <p><b>Симметричные игры. Игры с природой</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение симметричной игры;</li> <li>- теорема о связи пары сопряжённых задач линейного программирования с симметричной игрой;</li> <li>- основные определения: природа, стратегии природы, риск;</li> <li>- критерий Байеса;</li> <li>- критерий Лапласа;</li> <li>- максиминный критерий Вальда;</li> <li>- критерий минимаксного риска Сэвиджа;</li> <li>- критерий пессимизма-оптимизма Гурвица;</li> <li>- критерий Ходжеса-Лемана;</li> <li>- критерий Гермейера;</li> <li>- критерий Гермейера-Гурвица.</li> </ul> |
| 8        | <p><b>Многосторонние игры, определения. Решение многосторонней игры. Теоремы многосторонних игр</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сценарий многосторонней игры;</li> <li>- биматричные игры;</li> <li>- парето-оптимальные ситуации;</li> <li>- смешанные стратегии;</li> <li>- лемма о чистой стратегии;</li> <li>- теорема Брауэра;</li> <li>- теорема Нэша о существовании ситуации равновесия;</li> <li>- ситуации равновесия в смешанных стратегиях;</li> <li>- ситуации равновесия в чистых стратегиях.</li> </ul>                                                                                |
| 9        | <p><b>Теорема о дополняющей нежёсткости. Диадические игры</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорема о дополняющей нежёсткости;</li> <li>- примеры применения теоремы о дополняющей нежёсткости и арбитражных решений;</li> <li>- определение диадической игры;</li> <li>- методы решения диадических игр.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 10       | <p><b>Игры в форме характеристической функции. Кооперативная игра</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определения;</li> <li>- пример кооперативного мероприятия;</li> <li>- сценарий игры;</li> <li>- характеристическая функция;</li> <li>- коалиция;</li> <li>- вектор дележа;</li> <li>- ядро кооперативной игры;</li> <li>- лемма о геометрии ядра;</li> <li>- теорема (Необходимый и достаточный признак существования ядра).</li> </ul>                                                                                                                                                             |
| 11       | <p><b>Вектор Шепли. Игры в развёрнутой форме</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- вектор Шепли;</li> <li>- вероятностное обоснование вектора Шепли;</li> <li>- теорема Шепли;</li> <li>- сценарий многошаговой игры с полной информацией;</li> <li>- прадество.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 12       | <p>Ситуации равновесия в многошаговой игре с полной информацией. Игры на бесконечных графах</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ситуации равновесия в многошаговой игре с полной информацией;</li> <li>- алгоритм Куна;</li> <li>- игры на бесконечных графах;</li> <li>- функция Шпрага-Гранди.</li> </ul>                                                                                                                                                |
| 13       | <p>Многошаговые игры с неполной информацией. Иерархические игры</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- антагонистические игры с неполной информацией;</li> <li>- информационное множество;</li> <li>- многошаговые игры со случайными ходами;</li> <li>- сценарий;</li> <li>- примеры решения иерархических игр;</li> <li>- старший игрок, младший игрок;</li> <li>- налоговый сбор.</li> </ul>                                                               |
| 14       | <p>Алгоритмы голосования, определения. Правила парных сравнений</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- профиль предпочтения;</li> <li>- простейшие алгоритмы голосования;</li> <li>- правила парных сравнений;</li> <li>- правило параллельных исключений.</li> </ul>                                                                                                                                                                                         |
| 15       | <p>Правила голосования. Свойства правил голосования</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- правила голосования: критерий Копленда, правило Симпсона;</li> <li>- правило Борда;</li> <li>- анонимность;</li> <li>- нейтральность;</li> <li>- состоятельность по Кондорсе;</li> <li>- парето-оптимальность;</li> <li>- монотонность;</li> <li>- аксиома пополнения;</li> <li>- аксиома участия;</li> <li>- независимость от посторонних альтернатив.</li> </ul> |
| 16       | <p>Теоремы правил голосования. Теорема о пополнении</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорема о несостоятельности по Кондорсе;</li> <li>- теорема о состоятельности по Кондорсе правил Копленда и Симпсона;</li> <li>- теорема о пополнении;</li> </ul>                                                                                                                                                                                                  |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                        |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
|          | - теорема об участии;<br>- теорема о свойстве независимости от посторонних альтернатив. |

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Классификация игр<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык определения типа игры по количеству ходов, участников, стратегиям, наличию коалиций.                                                                                                                                   |
| 2        | Матричные игры. Сценарий игры. Решение матричной игры в чистых и смешанных стратегиях<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык определения ситуации игры на примерах.                                                                                                             |
| 3        | Теорема о необходимом и достаточном условии существования ситуации равновесия в чистых стратегиях<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык проверки наличия решения антагонистической игры в чистых стратегиях.                                                                   |
| 4        | Необходимый и достаточный признак ситуации равновесия в смешанных стратегиях<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык вычисления ситуаций равновесия в матричных играх.                                                                                                           |
| 5        | Теорема Джона фон Неймана. Редукция игры<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык сведения матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования, и навыки определения доминируемых и доминирующих стратегий, редукции игры с применением теоремы о доминировании.  |
| 6        | Геометрическое решение игры $2 \times 2$ . Аналитическое решение игры $2 \times 2$<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык решения матричной игры $2 \times 2$ геометрическим методом, и навык решения матричной игры аналитически с применением теоремы об активных стратегиях. |
| 7        | Геометрическое решение матричных игр $2^n \times n$ . Геометрическое решение матричных игр $m \times 2$<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык решения игры геометрическим и аналитическим методами.                                                                            |
| 8        | Симметричные игры. Теорема о дополняющей нежёсткости<br>В результате выполнения практического задания студент получает навык решения симметричной игры, и навыки применения теоремы о дополняющей нежёсткости и арбитражных решений.                                                                             |
| 9        | Игры с природой. Алгоритмы голосования<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки нахождения решения игры с природой с применением следующих критериев:<br>- критерий Байеса;<br>- критерий Лапласа;<br>- максиминный критерий Вальда.                                             |
| 10       | Многосторонние игры. Решение многосторонней игры<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения биматричных                                                                                                                                                                    |

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | игр, определения парето-оптимальных ситуаций, нахождения ситуации равновесия в смешанных стратегиях.                                                                                                                                                                                                                  |
| 11       | Диадические игры. Кооперативная игра<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки применения методов решения диадических игр, и навыки нахождения ядра кооперативной игры.                                                                                                                |
| 12       | Игры в форме характеристической функции. Вектор Шепли<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки определения характеристической функции, коалиции и вектора дележа.                                                                                                                     |
| 13       | Игры в развёрнутой форме. Игры на бесконтурных графах<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения многошаговой игры с полной информацией, и навык решения игр на бесконтурных графах.                                                                                            |
| 14       | Ситуации равновесия в многошаговой игре с полной информацией<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки применения алгоритма Куна.                                                                                                                                                      |
| 15       | Многошаговые игры с неполной информацией. Иерархические игры<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения антагонистических игр с неполной информацией и навыки решения многошаговых игр со случайными ходами, и навыки решения иерархических игр, решения игры «налоговый сбор». |
| 16       | Правила голосования. Правила парных сравнений<br>В результате выполнения практического задания студент получает навыки применения правил голосования: критерий Копленда, правило Симпсона, правило Борда, и навыки применения правил:<br>- правила парных сравнений;<br>- правило параллельных исключений.            |

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| №<br>п/п | Вид самостоятельной работы             |
|----------|----------------------------------------|
| 1        | Работа с лекционным материалом.        |
| 2        | Работа с учебной литературой.          |
| 3        | Подготовка к практическим занятиям.    |
| 4        | Подготовка к промежуточной аттестации. |
| 5        | Подготовка к текущему контролю.        |

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| №<br>п/п | Библиографическое описание                                                                                                                                                                                    | Место доступа                                                                                                     |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Мазалов, В. В. Математическая теория игр и приложения : учебное пособие для вузов / В. В. Мазалов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 500 с. — ISBN 978-5-507-49481-1. - Текст : электронный | <a href="https://e.lanbook.com/book/393059">https://e.lanbook.com/book/393059</a><br>(дата обращения: 08.04.2025) |

|   |                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                         |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | Челноков, А. Ю. Теория игр : учебник и практикум для вузов / А. Ю. Челноков. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00233-1. - Текст : электронный                                     | <a href="https://urait.ru/bcode/536207">https://urait.ru/bcode/536207</a> (дата обращения: 08.04.2025). |
| 3 | Конюховский, П. В. Теория игр : учебник для вузов / П. В. Конюховский, А. С. Малова. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 252 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17963-7. - Текст : электронный                             | <a href="https://urait.ru/bcode/536008">https://urait.ru/bcode/536008</a> (дата обращения: 08.04.2025)  |
| 4 | Шагин, В. Л. Теория игр для экономистов : учебник и практикум / В. Л. Шагин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15424-5. - Текст : электронный            | <a href="https://urait.ru/bcode/511246">https://urait.ru/bcode/511246</a> (дата обращения: 08.04.2025)  |
| 5 | Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. - Текст : электронный | <a href="https://urait.ru/bcode/510512">https://urait.ru/bcode/510512</a> (дата обращения: 08.04.2025). |

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (<http://window.edu.ru>);
- Интернет-университет информационных технологий <http://www.intuit.ru/>;
- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Для проведения занятий лекционного типа требуются аудитории, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 7 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.П. Иванова

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова