

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониним В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Теория оптимального управления

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 1343395

Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение основных фактов, методов и выводов теории оптимального управления;
- изучение необходимых связей этой науки с численными методами, теорией дифференциальных уравнений и уравнений математической физики, механикой и другими разделами математики;
- обзор (на новом уровне) основных фундаментальных фактов классического математического анализа и курса алгебры в связи с изучением далёких и глубоких обобщений этих фактов с целью усиления знаний роли основных фактов анализа и алгебры в общей структуре математического образования.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- формирование у обучающегося компетенций в области применения методов оптимального управления для проектной и научно-исследовательской деятельности;
- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении методов оптимального управления.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные теоремы, формулы и методы оптимального управления.

Уметь:

- анализировать условия задач оптимального управления и применять соответствующий метод для их решения, включая системный подход.

Владеть:

- навыками решения типовых задач оптимального управления.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 5 з.е. (180 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №7
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	80	80
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 100 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Постановка задач оптимального управления (ОУ) Рассматриваемые вопросы: - уравнения динамического объекта; - критерии оптимальности: интегральные, терминальные, локальные; - ограничения на переменные состояния, на управления, совместные ограничения;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- граничные условия, классификация задач ОУ; - основное отличие задач ОУ от классических задач вариационного исчисления.
2	Принцип максимума Л.С. Понтрягина Рассматриваемые задачи: - постановка стандартной задач; - решение задачи ОУ в форме синтеза и в форме программного управления; - формулировка основной теоремы принципа максимума; - идея доказательства принципа максимума, игольчатые вариации.
3	Методика решения задач ОУ с помощью принципа максимума Рассматриваемые вопросы: - примеры двухточечной задачи с фиксированным и незакрепленным временем - задачи со свободным правым концом - задачи с интегральным ограничением, со смешанными граничными условиями.
4	Введение в математическую теорию управления транспортными потоками Рассматриваемые вопросы: - способ оптимального управления светофорами и въездами на магистралях - модели клеточных автоматов К. Даганзо - «схема Годунова + модель Лайтхилла—Уизема + треугольная фундаментальная диаграмма»
5	Математические модели транспортных потоков на базе моделей текучей среды Рассматриваемые вопросы: - гидродинамические аналогии транспортных потоков - закон сохранения массы текучей среды - закон сохранения импульса
6	Макроскопические модели транспортных потоков Рассматриваемые вопросы: - модели Лайтхилла—Уизема—Ричардса (LWR), Танака, Пейна - модель Уизема: уравнение типа Бюргера—закон сохранения с нелинейной дивергентной диффузией - кинетические модели на базе уравнений типа Больцмана с «интегралом взаимодействия АТС» - практические приложения моделей.
7	Микроскопические модели транспортных потоков Рассматриваемые вопросы: - модель оптимальной скорости Ньюэлла - модели класса «Дженерал Моторс» (ДМ) - модель следования за лидером «Дженерал Моторс»
8	Микроскопические модели транспортных потоков 2 Рассматриваемые вопросы: - модель Трайбера «разумного водителя» - модели клеточных автоматов - задача о светофоре: при каких условиях перед светофором не будет скапливаться очередь
9	Управление заторами в транспортном потоке Рассматриваемые вопросы: - эволюции глобального затора в транспортном потоке, описываемом моделями LWR и Уизема - эволюции локального затора в транспортном потоке, описываемом моделями LWR и Уизема - задача Римана о распаде (произвольного) разрыва
10	Модельные задачи Рассматриваемые вопросы: - о теории Кернера—Конхойзера движущихся локальных кластеров в моделях класса «Дженерал Моторс» - фундаментальные эмпирические свойства перехода от свободного транспортного потока к

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	плотному -характеристические параметры широкого движущегося кластера - линия J Кернера.
11	Вероятностный подход к управлению транспортными потоками Рассматриваемые вопросы: -свойства распределения Пуассона случайной величины -явные формулы с помощью техники пуассоновских потоков - основные положения теории восстановления.
12	Дорога как одномерная сеть массового обслуживания Рассматриваемые вопросы: - оптимизация снижения средней скорости из-за ремонтных работ - снижение средней скорости при одинаковых функциях распределения на дороге быстрых и медленных автомобилей - сведения из теории стохастических систем
13	Оптимальная фильтрация в стохастических дифференциальных системах Рассматриваемые вопросы: - линейные фильтры Калмана - дискретные фильтры Калмана - условно оптимальное оценивание. Фильтры Пугачева
14	Управляемость динамических объектов Рассматриваемые вопросы: - понятие нуль-управляемости; - формулировка теоремы Калмана об управляемости; - область управляемости; - управляемость за конечное время; - изохроны.
15	Динамическое программирование в задачах оптимального управления Рассматриваемые вопросы: - принцип оптимальности - вывод уравнения Беллмана в частных производных - методика применения динамического программирования в решении задач ОУ.
16	Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР) Рассматриваемые вопросы: - решение нестационарных и стационарных задач АКОР с помощью уравнения Беллмана; - прямые показатели качества переходных процессов. - обзор курса и ответы на вопросы студентов.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Задачи вариационного исчисления и их отличие от задач оптимального управления (ОУ) В результате выполнения практического задания студент получает навыки постановки задач оптимального управления на примерах аналогичных задачам вариационного исчисления
2	Принцип максимума Л.С. Понтрягина, задачи с фиксированными концами В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения задач

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	оптимального управления на примере двухточечной задачи с фиксированным и незакреплённым временем.
3	Принцип максимума Л.С. Понтрягина для задач с фиксированным и незакреплённым временем В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения задач оптимального управления на примеры двухточечной задачи с фиксированным и незакреплённым временем
4	Зависимость между скоростью $v(t, x)$ и погонной плотностью $\Gamma(t, x)$ транспортного потока. В результате выполнения практического задания студент получает навыки составления—уравнения состояния и понимание выполнения закона сохранения массы количества автотранспортных средств (АТС)
5	Макроскопическая (гидродинамическая) модель однополосного транспортного потока, модель Лайтхилла—Уизема (Уитема)—Ричардса (LWR) В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения уравнения состояния транспортного потока в виде, так называемой, фундаментальной диаграммы
6	Аппроксимация макроскопической модели микроскопической. В результате выполнения практического задания студент получает навыки аппроксимации ДУ и понимание корректности подхода к определению $\Gamma(t, x)$, $v(t, x)$ основанного на устойчивой аппроксимации макроскопической модели микроскопической.
7	Энтропийное условие Олейник и уравнение Хопфа В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения уравнения Хопфа
8	Практические приложения моделей Танака, Уизема. В результате выполнения практического задания студент получает навыки составления уравнений в дивергентных формах и решения задач с использованием фундаментальной диаграммы
9	Уравнения в модели Пейна: «закон сохранения массы» (в дивергентной форме) и В результате выполнения практического задания студент получает навыки использования вычислительных алгоритмов П.Лакса и С.К. Годунова
10	Замена Флорина—Хопфа—Коула В результате выполнения практического задания студент получает навыки линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (таких как уравнение Бюргерса) и сведения нелинейной задачи к линейному уравнению теплопроводности
11	Способ оптимального управления светофорами и въездами на магистрали В результате выполнения практического задания студент получает навыки использования разностной схемы Годунова для дифференциального уравнения сохранения количества АТС с треугольной фундаментальной диаграммой
12	Модель оптимальной скорости Ньюэлла В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения уравнений для модели оптимальной скорости Ньюэлла и понимание связи этих решений с решениями на базе моделей Уизема, Танаки.
13	Микроскопические модели транспортных потоков класса «Дженерал Моторс» (ДМ) В результате выполнения практического задания студент научится получать уравнение состояния транспортного потока на базе моделей «следования за лидером» и Трайберга.
14	Задачи на условный экстремум В результате выполнения практического задания студент получает навыки решения задач на условный экстремум с помощью классического математического метода множителей Лагранжа.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
15	Задача Коши для прямого уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана В результате выполнения практического задания студент получает навыки использования и понимания основной теоремы динамического программирования
16	Динамическое программирование (непрерывный случай) в задачах оптимального управления В результате выполнения практического задания студент получает навыки составления функции Беллмана и решения уравнения Беллмана.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Подготовка к практическим занятиям.
2	Изучение учебной литературы
3	Выполнение курсового проекта
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю
6	Выполнение курсового проекта.
7	Подготовка к промежуточной аттестации.
8	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

1. Решение задачи Коши о распаде произвольного разрыва для транспортного потока с помощью метода исчезающей вязкости Гельфанда.
2. Решение задачи Коши описывающее эволюцию («размазанного») глобального затора в транспортном потоке.
3. Постановка и решение задачи для уравнения Бюргерса
4. Постановка и решение задачи для уравнения Гамильтона—Якоби—Хопфа
5. Постановка и решение задачи для уравнения типа Кортевега—де Фриза—Бюргерса (КдФБ)
6. Постановка и решение задачи об эволюции затора (локального, глобального) в предположении, что транспортный поток описывается моделью LWR.
7. Постановка и решение задачи об эволюции затора (локального, глобального) в предположении, что транспортный поток описывается моделью Уизема.

8. Постановка и решение задачи об эволюции затора (локального, глобального) в предположении, что транспортный поток описывается моделью Ньюэлла. *

9. Постановка и решение задачи об эволюции затора (локального, глобального) в предположении, что транспортный поток описывается моделью Пейна. **

10. Постановка и решение задачи Лайтхилла—Уизема о светофоре: при каком соотношении между временами горения красного и зеленого сигналов светофора перед ним не будет скапливаться очередь?

11. Постановка и решение задачи об эволюции затора (локального, глобального) в предположении, что транспортный поток описывается моделью Пейна с добавлением диффузионного слагаемого в правую часть уравнения.

12. Постановка и решение задачи для стохастической микроскопической трехфазной модели транспортного потока.

13. Постановка и решение задачи для трехфазной модели клеточных автоматов для транспортного потока (ККВ-модель).

14. Постановка и решение задачи для трехфазной модели клеточных автоматов для транспортного потока (ККИ-модель)

15. Применение фильтра Калмана для решения совместных систем линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленными матрицами.

16. Задача об оптимальном по быстродействию управлении линейным объектом типа «седло».

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Гасников А.В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учебное пособие / А.В. Гасников. — 2-е изд., испр. и доп.—Москва: Издательство МЦНМО, 2013. — 429 с. — ISBN 978-5-4439-0040-7	http://www.mou.mipt.ru/gasnikov1129.pdf
2	Синицын И. Н. Фильтры Калмана и Пугачева: учебное пособие / Синицын И. Н. —	https://www.studmed.ru/sinicyn-in-filtry-kalmana-i-pugacheva-uchebnoe-posobie_96bfab2a4b5.html

	Москва: Издательство: Логос 2007: — 776 с. ISBN: 978-5-98704-270-4	
3	Крутиков, В. Н. Задачи по оптимизации: теория, примеры и задачи: учебное пособие / В. Н. Крутиков, Е. С. Чернова. — Кемерово: КемГУ, 2018. — 112 с. — ISBN 978-5-8353-2397-5	https://reader.lanbook.com/book/134330
4	Рачков, М. Ю. Оптимальное управление в технических системах: учебное пособие для вузов / М. Ю. Рачков. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 120 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09144-1	https://urait.ru/viewer/optimalnoe-upravlenie-v-tehnicheskikh-sistemah-562428#page/1
5	Эпштейн Г.Л., Теория оптимального управления: Учебное пособие по дисциплине «Теория оптимального управления». — М.: РУТ (МИИТ), 2020. — 128 с., ISBN нет	https://library.miit.ru/bookscatalog/metod/04-35277.pdf (дата обращения: 25.06.2025) https://library.miit.ru/bookscatalog/metod/04-35277.pdf
6	Документация по Цифровой платформе Логос	https://logos-support.ru/

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;

- Microsoft Office;
- ПО ЛОГОС Аэро-Гидро;
- NanoCad;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащённые компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовой проект в 7 семестре.

Экзамен в 7 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

учитель учебной части Гимназии

В.И. Портнов

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова