

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Теория случайных процессов

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 18.06.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины «Стохастические процессы» являются:

? фундаментальная подготовка в области теории случайных процессов;
? формирование у обучающегося компетенций в области стохастического

? анализа, необходимых при решении различных задач, возникающих в экономике, финансах, промышленности.

Задачами освоения данной дисциплины являются:

? овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

? обучение студента применению основных понятий и моделей стохастических процессов

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

постановки классических задач стохастического анализа; основные понятия теории случайных процессов

Уметь:

разрабатывать методики выполнения задач стохастического анализа и применять их в информационно-технологическом проекте.

Владеть:

методиками стохастического анализа.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №5
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p>Фундаментальные основы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - вероятностное пространство, понятие сигма-алгебры и измеримости; - случайные величины: определение - числовые характеристики случайных величин
2	<p>Условные распределения и предельные теоремы.</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - системы случайных величин; - условные вероятности и распределения; - виды сходимости случайных величин - предельные теоремы

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
3	<p>Случайные процессы, введение</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определение; - конечномерные распределения - корреляционная функция - стационарность; - непрерывность - дифференцируемость; - интегрируемость
4	<p>Классические процессы и их свойства</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - процессы с независимыми приращениями; - пуассоновский процесс; - винеровский процесс (броуновское движение) - гауссовский процесс - случайное блуждание;
5	<p>Марковские случайные процессы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определение - однородная марковская цепь с дискретным временем - однородная марковская цепь с непрерывным временем;
6	<p>Мартингалы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - фильтрация и адаптированные процессы; - мартингалы, суб- и супермартингалы; - марковские моменты и теорема Дуба об остановке; - неравенства Дуба; - теорема Дуба о разложении; - теоремы о сходимости
7	<p>Стохастические интегралы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - построение интеграла Ито для ступенчатых и измеримых процессов; - изометрия Ито - формула Ито - связь с интегралом в форме Стратоновича. - многомерный интеграл и формула Ито
8	<p>Стохастические дифференциальные уравнения</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - сильные решения - теорема существования и единственности; - виды уравнений и способы аналитического решения; - обзор численных методов решения - связь с уравнениями в частных производных

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Вероятностное пространство, сигма-алгебры. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о вероятностном пространстве и математических основаниях теории вероятностей.
2	Случайные величины, числовые характеристики В результате работы на практическом занятии студент получает и вспоминает навыки работы с различными случайными величинами и их числовыми характеристиками,
3	Системы случайных величин, ковариация, корреляция В результате работы на практическом занятии студент получает и вспоминает навыки работы с системами случайных величин,
4	Условные вероятности и распределения. В результате работы на практическом занятии студент получает представление об условных распределениях и условных математических ожиданиях.
5	Случайные процессы: определения, конечномерные распределения. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о случайных процессах и их свойствах.
6	Корреляционные функции, стационарность В результате работы на практическом занятии студент получает представление о корреляционной функции случайного процесса.
7	Анализ случайных процессов В результате работы на практическом занятии студент получает представление о дифференцировании, интегрировании, спектральных характеристиках
8	Марковские цепи с дискретным временем. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о марковских цепях с дискретным временем.
9	Марковские цепи с непрерывным временем. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о марковских цепях с непрерывным временем.
10	Мартингалы. Проверка, свойства, примеры. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о мартингалах и их свойствах
11	Мартингалы. Марковский момент и приложения теоремы Дуба об остановке В результате работы на практическом занятии студент получает представление о моменте остановки и его применении
12	Стохастические интегралы: построение, изометрия, вычисление квадратической вариации броуновского движения, свойство сходимости квадратической вариации В результате работы на практическом занятии студент получает представление о стохастических интегралах, знакомится со свойствами
13	Стохастические интегралы. Формула Ито. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о свойствах и способах вычисления стохастического интеграла,
14	Стохастические дифференциальные уравнения. Простейшее СДУ. Замена переменных. В результате работы на практическом занятии студент получает представление о понятии стохастического дифференциального уравнения и методах его решения.
15	Стохастические дифференциальные уравнения. Линейные уравнения. В результате работы на практическом занятии студент получает представление об аналитических методах решения СДУ

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
16	Формула Фейнмана–Каца и уравнения Колмогорова В результате работы на практическом занятии студент получает представление об обратном уравнении Колмогорова для диффузионного процесса и применении формулы Фейнмана–Каца для решения задач типа уравнения теплопроводности / уравнения Шрёдингера»

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Самостоятельное изучение лекционного материала.
2	Изучение учебной литературы из приведённых источников.
3	Подготовка к практическим занятиям.
4	Выполнение курсовой работы.
5	Подготовка к промежуточной аттестации.
6	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

Исследование марковских цепей с дискретным временем в задачах моделирования систем массового обслуживания. Применение процессов гибели и размножения для анализа устойчивости биологических популяций. Моделирование финансового рынка с помощью геометрического броуновского движения. Анализ систем телефонной связи на основе пуассоновских процессов и формул Эрланга. Статистическое оценивание характеристик стационарных случайных процессов по экспериментальным данным. Применение фильтра Калмана для фильтрации и прогнозирования траекторий движущихся объектов. Исследование случайных блужданий на графах и их применение в алгоритмах ранжирования веб-страниц. Моделирование процессов разорения страховой компании с использованием классической модели Крамера-Лундберга. Анализ спектральной плотности стационарных в широком смысле случайных процессов. Применение ветвящихся случайных процессов для моделирования ядерных реакций и распространения эпидемий. Прогнозирование временных рядов с помощью моделей авторегрессии и скользящего среднего. Моделирование диффузионных процессов с помощью стохастических дифференциальных уравнений. Исследование эргодических свойств марковских процессов с непрерывным временем. Применение марковских процессов принятия решений для оптимизации управления запасами на складе. Анализ надежности технических систем с использованием полумарковских процессов. Моделирование шумов и

флуктуаций в радиофизических и электронных системах. Оценка времени первого достижения границы для траекторий случайных процессов. Применение марковских цепей для генерации текстов и моделирования последовательностей символов. Исследование процессов восстановления и их применение в задачах планирования ремонта оборудования. Моделирование очередей в компьютерных сетях с помощью систем массового обслуживания с приоритетами.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Симушкин, С. В. Методы теории вероятностей: учебное пособие / С. В. Симушкин. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 548 с. Учебное пособие 1899	https://e.lanbook.com/book/110911 (дата обращения: 10.04.2026).
2	Бутов, А. А. Теория случайных процессов и ее дополнительные главы: учебное пособие / А. А. Бутов. — Ульяновск: УлГУ, 2021 — Часть 2: Случайное блуждание, винеровский процесс, стохастический интеграл, диффузионные процессы — 2021. — 39 с.	https://e.lanbook.com/book/314615 (дата обращения: 10.04.2026)
3	Белопольская, Я. И. Стохастические дифференциальные уравнения. Приложения к задачам математической физики и финансовой математики / Я. И. Белопольская. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 308 с. — ISBN 978-5-507-47129-4.	https://e.lanbook.com/book/330497 (дата обращения: 10.04.2026)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5 семестре.

Курсовая работа в 5 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

А.С. Милевский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ
Председатель учебно-методической
комиссии

С.А. Тищенко

Н.А. Андриянова