

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Функциональный анализ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 01.09.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) является формирование основ математической подготовки студентов. Знания, приобретаемые студентами в процессе изучения этой дисциплины, используются практически во всех других естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплинах. Компетенции, приобретаемые студентами, применяются для проектной и производственно-технологической, а также научно-исследовательской деятельности.

Задачей учебной дисциплины является:

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении приемов и методов функционального анализа.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе;

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные свойства функциональных пространств, свойства непрерывных линейных функционалов и линейных операторов в линейных нормированных пространствах.

### **Владеть:**

- навыками решения задач функционального анализа.

### **Уметь:**

- исследовать функционалы и операторы средствами функционального анализа, решать прикладные задачи с использованием методов функционального анализа.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр 1
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

## 4. Содержание дисциплины (модуля).

### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Метрические и линейные нормированные пространства Рассматриваемые вопросы: - метрические пространства; - нормированные пространства; - полнота метрического пространства; - сжимающие отображения.
2	Линейные функционалы и линейные операторы

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	Рассматриваемые вопросы: - линейные функционалы, их норма; - линейные операторы, их норма; - продолжение операторов и функционалов.
3	<b>Интеграл Лебега</b> Рассматриваемые вопросы: - множества меры ноль на числовой оси; - ступенчатые функции и их свойства; - измеримые функции; - интеграл Лебега; - мера как интеграл от характеристической функции.
4	<b>Гильбертовы пространства</b> Рассматриваемые вопросы: - понятие гильбертова пространства; - обобщённые ряды Фурье.
5	<b>Спектр оператора</b> Рассматриваемые вопросы: - ограниченные операторы; - неограниченные операторы.

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<b>Метрические пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по свойствам метрики.
2	<b>Линейные нормированные пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по свойствам нормы и ее связи с метрикой.
3	<b>Полнота метрического пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по свойствам полноты пространств.
4	<b>Сжимающие отображения</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по применению принципа сжимающих отображений к дифференциальным уравнениям.
5	<b>Линейные операторы. Нормы</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по отысканию норм операторов.
6	<b>Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по отысканию норм линейных функционалов.
7	<b>Гильбертово пространство</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по применению леммы о параллелограмме.
8	<b>Теорема об ортогональном разложении</b>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по построению ортогональных разложений функций.
9	Теорема Рисса В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по построению представлений линейных функционалов в виде скалярных произведений.
10	Интеграл Лебега от ступенчатых функций В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по вычислению интеграла Лебега от ступенчатых функций.
11	Обобщённые ряды Фурье В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на разложение функций в ряд Фурье.
12	Спектр оператора В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по определению спектра операторов.
13	Резольвента В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по построению резольвенты.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Проработка лекционного материала, решение задач
2	Изучение дополнительной литературы
3	Подготовка к практическим занятиям
4	Выполнение курсовой работы.
5	Подготовка к промежуточной аттестации.
6	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Интегральные уравнения Фредгольма.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
4. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.
5. Интегральное уравнение Абеля.
6. Построение резольвенты интегрального уравнения Фредгольма с помощью итерированных ядер.
7. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
8. Характеристические числа и собственные функции уравнения

## Фредгольма

9. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
10. Неоднородные симметричные уравнения.
11. Альтернатива Фредгольма.
12. Функция Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Применение функции Грина для решения краевых задач.
14. Краевые задачи, содержащие параметр и сведение их к интегральным уравнениям.
15. Применение преобразования Лапласа к решению интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
16. Системы интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
17. Интегро-дифференциальные уравнения.
18. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
19. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
20. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра с пределами от  $x$  до бесконечности.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Элементы теории функций и функционального анализа А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин М.: Физматлит; -574 с.; 2004; ISBN 5-9221-0266-4	НТБ МИИТ
2	Введение в функциональный анализ Б.З. Вулих М.: Наука; -415 с.; 1967; ISBN нет	НТБ МИИТ
3	Теоремы и задачи функционального анализа А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани Однотомное издание М.: Наука, -400с.; 1988; ISBN: 5-02-013797-9	НТБ МИИТ
4	Интегральные уравнения М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко М.: Едиториал УРСС; -192 с.; 2003; ISBN 5-354-00390-3	НТБ МИИТ

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система Znanium (<https://znanium.com/>)

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или аналог)

Операционная система Microsoft Windows (или аналог)

Microsoft Office (или аналог)

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5 семестре.

Курсовая работа в 5 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.М. Филимонов

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева