

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Функциональный анализ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 01.09.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- получение знаний, приобретение навыков решения задач функционального анализа и формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов и моделей функционального анализа в исследовательской и профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- освоение основных понятий функционального анализа, знакомство с основами современной теории меры, функциональных пространств и операторов;
- освоение приемов решения типовых задач функционального анализа;
- формирование умения строить теоретические и прикладные модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;
- обучение студента практическому применению понятий и моделей функционального анализа.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе;

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

основные понятия теории множеств;

- основные понятия теории меры;
- основные свойства функциональных пространств,
- свойства линейных функционалов и линейных операторов.

### **Владеть:**

- навыками построения моделей с использованием понятий функционального анализа;
- навыками анализа свойств объектов функционального анализа, применяемых в прикладных задачах;
- навыками решения задач вычислительного и теоретического характера

в области функционального анализа.

**Уметь:**

- использовать понятия и концепции функционального анализа;
- логически выстраивать обоснование основных теоретических результатов, анализировать и оценивать различные методы решения задач;
- решать прикладные задачи с использованием методов функционального анализа.
- устанавливать взаимосвязи между содержанием курса функционального анализа и смежных математических дисциплин

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №5
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 44 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

## 4. Содержание дисциплины (модуля).

### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Множества и отношения. Рассматриваемые вопросы: - основные понятия; - мощность множества; - отношения; - функции.
2	Интеграл Лебега. Рассматриваемые вопросы: - основные понятия теории меры; - лебегово продолжение меры; - измеримые функции; - интеграл Лебега.
3	Метрические пространства Рассматриваемые вопросы: - определение; - пределы и непрерывность; - полнота и пополнение - сжимающие отображения; - сепарабельность; - компактность.
4	Линейные нормированные пространства Рассматриваемые вопросы: - линейные пространства; - нормированные пространства; - банаховы пространства.
5	Гильбертовы пространства Рассматриваемые вопросы: - основные понятия; - расстояние до подпространства; - ортогональность - ортонормированные базисы и ряды Фурье.
6	Линейные функционалы Рассматриваемые вопросы: - линейные ограниченные функционалы; - сопряжённое пространство; - сильная и слабая сходимости.
7	Линейные ограниченные операторы Рассматриваемые вопросы: - определение; - сопряжение; - спектр; - компактные операторы; - операторы со следом.
8	Линейные неограниченные операторы Рассматриваемые вопросы:

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	- области определения, графики; - симметрические и самосопряжённые операторы; - спектральная теорема

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<b>Множества и отношения.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по операциям над множествами, вычислению мощности множеств и свойствам бинарных отношений.
2	<b>Интеграл Лебега</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по теме «интеграла Лебега»
3	<b>Метрические пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на метрические пространства
4	<b>Полнота метрического пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по свойствам полноты пространств.
5	<b>Сжимающие отображения</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по применению принципа сжимающих отображений.
6	<b>Линейные нормированные пространства</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по свойствам нормы и ее связи с метрикой.
7	<b>Гильбертово пространство</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по применению леммы о параллелограмме.
8	<b>Ортонормированные системы и ряды Фурье</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по построению ортогональных разложений.
9	<b>Линейные функционалы.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по теме «Линейные функционалы».
10	<b>Ограниченные линейные операторы.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по отысканию норм операторов.
11	<b>Ограниченные линейные операторы. Спектр.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по отысканию спектра ограниченного оператора.
12	<b>Компактные операторы.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач по отысканию спектра ограниченного оператора.
13	<b>Операторы со следом.</b> В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	решения задач по теме «Операторы со следом».
14	Неограниченные операторы В результате работы на практическом занятии и выполнения заданий студент приобретает навыки работы с неограниченными операторами.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Проработка лекционного материала
2	Изучение учебной литературы
3	Подготовка к практическим занятиям
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Интегральные уравнения Фредгольма.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
4. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.
5. Интегральное уравнение Абеля.
6. Построение резольвенты интегрального уравнения Фредгольма с помощью итерированных ядер.
7. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
8. Характеристические числа и собственные функции уравнения Фредгольма
9. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
10. Неоднородные симметричные уравнения.
11. Альтернатива Фредгольма.
12. Функция Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Применение функции Грина для решения краевых задач.
14. Краевые задачи, содержащие параметр и сведение их к интегральным уравнениям.
15. Применение преобразования Лапласа к решению интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.

16. Системы интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
17. Интегро-дифференциальные уравнения.
18. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
19. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
20. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра с пределами от  $x$  до бесконечности.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Власова, Е. А. Элементы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6.	<a href="https://e.lanbook.com/book/212189">https://e.lanbook.com/book/212189</a> (дата обращения: 28.04.2024)
2	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд. стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 272 с.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210290">https://e.lanbook.com/book/210290</a> (дата обращения: 28.04.2024)
3	Павлов, Е. А. Основы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4.	: <a href="https://e.lanbook.com/book/116362">https://e.lanbook.com/book/116362</a> (дата обращения: 28.04.2024)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Для проведения занятий лекционного типа требуются аудитории, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).



Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.С. Милевский

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП  
Председатель учебно-методической  
комиссии

В.Е. Нутович

Н.А. Андриянова