

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программы бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Функциональный анализ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 5665
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника
Евгеньевна
Дата: 01.09.2023

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) является формирование основ математической подготовки студентов. Знания, приобретаемые студентами в процессе изучения этой дисциплины, используются практически во всех других естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплинах. Компетенции, приобретаемые студентами, применяются для проектной и производственно-технологической, а также научно-исследовательской деятельности.

Задачей учебной дисциплины является:

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении приемов и методов функционального анализа.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе;

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

- основные свойства функциональных пространств, свойства непрерывных линейных функционалов и линейных операторов в линейных нормированных пространствах.

Владеть:

- навыками решения задач функционального анализа.

Уметь:

- исследовать функционалы и операторы средствами функционального анализа, решать прикладные задачи с использованием методов функционального анализа.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №5
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Метрические пространства Рассматриваемые вопросы: - понятие метрики; - основные классические метрические пространства.
2	Сходимость в метрическом пространстве Рассматриваемые вопросы: - открытые и замкнутые множества в метрических пространствах;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> - понятие предела в метрическом пространстве; - примеры исследования последовательностей на сходимость
3	Полные метрические пространства Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - определение и примеры полных метрических пространств; - теорема о вложенных шарах; - пополнение метрического пространства и теорема о пополнении.
4	Принцип сжимающих отображений Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - определение сжимающего отображения и теорема о неподвижной точке; - решение алгебраических уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, примеры.
5	Применения принципа сжимающих отображений Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - решение дифференциальных уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, примеры; - решение интегральных уравнений разных типов при помощи принципа сжимающих отображений, примеры.
6	Компактность в метрических пространствах Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - понятие предкомпактности и ϵ-сети; - теорема Арцела; - критерии предкомпактности в различных метрических пространствах.
7	Нормированные пространства Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - понятие нормы и основные нормированные пространства; - функционалы в нормированных пространствах; - нормы функционалов и примеры их вычисления.
8	Операторы в нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - норма оператора и примеры её вычисления; - спектр оператора и его структура (резольвентное множество и резольвента, точечный и непрерывный спектры); - примеры нахождения спектров.
9	Евклидовы пространства Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - определение евклидовых пространств и скалярного произведения; - примеры евклидовых пространств; - теорема об ортогонализации базиса.
10	Ряды Фурье Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - разложение функции в ряд Фурье по ортонормированной системе; - неравенство Бесселя и равенство Парсеваля; - теорема Рисса-Фишера.
11	Гильбертовы пространства Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> - теорема об изоморфизме гильбертовых пространств; - подпространства и ортогональные дополнения к ним в гильбертовых пространствах; - характеристическое свойство евклидовых пространств.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
12	<p>Сопряжённое пространство. Сопряжённые операторы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - примеры сопряжённых пространств; - сопряжённый оператор и его свойства; - сопряжённый оператор в гильбертовом пространстве.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p>Метрические пространства</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения метрики между функциями в различных метрических пространствах</p>
2	<p>Сходимость в метрическом пространстве</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования последовательностей на сходимость и нахождения их предела</p>
3	<p>Полные метрические пространства</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования метрических пространств на полноту, строить пополнения пространств</p>
4	<p>Принцип сжимающих отображений</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки решения алгебраических уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений</p>
5	<p>Применения принципа сжимающих отображений</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки решения дифференциальных уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, решения интегральных уравнений разных типов при помощи принципа сжимающих отображений</p>
6	<p>Компактность в метрических пространствах</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования множеств на предкомпактность в различных метрических пространствах</p>
7	<p>Нормированные пространства</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления норм функций и функционалов в различных нормированных пространствах</p>
8	<p>Операторы в нормированных пространствах</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления нормы оператора и нахождения его спектра, учится классифицировать его (резольвентное множество и резольвента, точечный и непрерывный спектры)</p>
9	<p>Евклидовы пространства</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления скалярного произведения в евклидовых пространствах, ортогонализации системы функций</p>
10	<p>Ряды Фурье</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки разложения функции в ряд Фурье по ортонормированной системе, учится применять неравенство Бесселя и равенство Парсеваля</p>
11	<p>Гильбертовы пространства</p> <p>В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения ортогональных дополнений к подпространствам в гильбертовых пространствах, проверки того, является ли данное нормированное пространство евклидовым</p>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
12	Сопряжённые операторы В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения сопряжённого оператора и его свойств, в частности, в гильбертовых пространствах

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Проработка лекционного материала, решение задач
2	Изучение дополнительной литературы
3	Подготовка к практическим занятиям
4	Выполнение курсовой работы.
5	Подготовка к промежуточной аттестации.
6	Подготовка к текущему контролю.

4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Интегральные уравнения Фредгольма.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
4. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.
5. Интегральное уравнение Абеля.
6. Построение резольвенты интегрального уравнения Фредгольма с помощью итерированных ядер.
7. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
8. Характеристические числа и собственные функции уравнения Фредгольма
9. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
10. Неоднородные симметричные уравнения.
11. Альтернатива Фредгольма.
12. Функция Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Применение функции Грина для решения краевых задач.
14. Краевые задачи, содержащие параметр и сведение их к интегральным уравнениям.

15. Применение преобразования Лапласа к решению интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
16. Системы интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
17. Интегро-дифференциальные уравнения.
18. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
19. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
20. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра с пределами от x до бесконечности.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Элементы теории функций и функционального анализа А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин М.: Физматлит; -574 с.; 2004; ISBN 5-9221-0266-4	НТБ РУТ(МИИТ)
2	Введение в функциональный анализ Б.З. Вулих М.: Наука; -415 с.; 1967; ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
3	Теоремы и задачи функционального анализа А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани Однотомное издание М.: Наука, -400с.; 1988; ISBN: 5-02-013797-9	НТБ РУТ(МИИТ)
4	Интегральные уравнения М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко М.: Едиториал УРСС; -192 с.; 2003; ISBN 5-354-00390-3	НТБ РУТ(МИИТ)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система Znanium (<https://znanium.com/>)

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или аналог)

Операционная система Microsoft Windows (или аналог)

Microsoft Office (или аналог)

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5 семестре.

Курсовая работа в 5 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры
«Цифровые технологии управления
транспортными процессами»

А.М. Филимонов

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А.Клычева