

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Функциональный анализ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 01.09.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения учебной дисциплины (модуля) является формирование основ математической подготовки студентов. Знания, приобретаемые студентами в процессе изучения этой дисциплины, используются практически во всех других естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплинах. Компетенции, приобретаемые студентами, применяются для проектной и производственно-технологической, а также научно-исследовательской деятельности.

Задачей учебной дисциплины является:

- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить, формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении приемов и методов функционального анализа.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе;

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

**Знать:**

- основные свойства функциональных пространств, свойства непрерывных линейных функционалов и линейных операторов в линейных нормированных пространствах.

**Владеть:**

- навыками решения задач функционального анализа.

**Уметь:**

- исследовать функционалы и операторы средствами функционального анализа, решать прикладные задачи с использованием методов функционального анализа.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №5
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

## 4. Содержание дисциплины (модуля).

### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Метрические пространства Рассматриваемые вопросы: - понятие метрики; - основные классические метрические пространства.
2	Сходимость в метрическом пространстве Рассматриваемые вопросы: - открытые и замкнутые множества в метрических пространствах;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие предела в метрическом пространстве;</li> <li>- примеры исследования последовательностей на сходимость</li> </ul>
3	<p><b>Полные метрические пространства</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение и примеры полных метрических пространств;</li> <li>- теорема о вложенных шарах;</li> <li>- пополнение метрического пространства и теорема о пополнении.</li> </ul>
4	<p><b>Принцип сжимающих отображений</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение сжимающего отображения и теорема о неподвижной точке;</li> <li>- решение алгебраических уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, примеры.</li> </ul>
5	<p><b>Применения принципа сжимающих отображений</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решение дифференциальных уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, примеры;</li> <li>- решение интегральных уравнений разных типов при помощи принципа сжимающих отображений, примеры.</li> </ul>
6	<p><b>Компактность в метрических пространствах</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие предкомпактности и эпсилон-сети;</li> <li>- теорема Арцела;</li> <li>- критерии предкомпактности в различных метрических пространствах.</li> </ul>
7	<p><b>Нормированные пространства</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие нормы и основные нормированные пространства;</li> <li>- функционалы в нормированных пространствах;</li> <li>- нормы функционалов и примеры их вычисления.</li> </ul>
8	<p><b>Операторы в нормированных пространствах</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- норма оператора и примеры её вычисления;</li> <li>- спектр оператора и его структура (резольвентное множество и резольвента, точечный и непрерывный спектры);</li> <li>- примеры нахождения спектров.</li> </ul>
9	<p><b>Евклидовы пространства</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определение евклидовых пространств и скалярного произведения;</li> <li>- примеры евклидовых пространств;</li> <li>- теорема об ортогонализации базиса.</li> </ul>
10	<p><b>Ряды Фурье</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разложение функции в ряд Фурье по ортонормированной системе;</li> <li>- неравенство Бесселя и равенство Парсеваля;</li> <li>- теорема Рисса-Фишера.</li> </ul>
11	<p><b>Гильбертовы пространства</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорема об изоморфизме гильбертовых пространств;</li> <li>- подпространства и ортогональные дополнения к ним в гильбертовых пространствах;</li> <li>- характеристическое свойство евклидовых пространств.</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
12	Сопряжённое пространство. Сопряжённые операторы Рассматриваемые вопросы: - примеры сопряжённых пространств; - сопряжённый оператор и его свойства; - сопряжённый оператор в гильбертовом пространстве.

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Метрические пространства В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения метрики между функциями в различных метрических пространствах
2	Сходимость в метрическом пространстве В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования последовательностей на сходимость и нахождения их предела
3	Полные метрические пространства В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования метрических пространств на полноту, строить пополнения пространств
4	Принцип сжимающих отображений В результате практических занятий студент приобретает навыки решения алгебраических уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений
5	Применения принципа сжимающих отображений В результате практических занятий студент приобретает навыки решения дифференциальных уравнений и систем уравнений при помощи принципа сжимающих отображений, решения интегральных уравнений разных типов при помощи принципа сжимающих отображений
6	Компактность в метрических пространствах В результате практических занятий студент приобретает навыки исследования множеств на предкомпактность в различных метрических пространствах
7	Нормированные пространства В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления норм функций и функционалов в различных нормированных пространствах
8	Операторы в нормированных пространствах В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления нормы оператора и нахождения его спектра, учится классифицировать его (резольвентное множество и резольвента, точечный и непрерывный спектры)
9	Евклидовы пространства В результате практических занятий студент приобретает навыки вычисления скалярного произведения в евклидовых пространствах, ортогонализации системы функций
10	Ряды Фурье В результате практических занятий студент приобретает навыки разложения функции в ряд Фурье по ортонормированной системе, учится применять неравенство Бесселя и равенство Парсеваля
11	Гильбертовы пространства В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения ортогональных дополнений к подпространствам в гильбертовых пространствах, проверки того, является ли данное нормированное пространство евклидовым

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
12	<b>Сопряжённые операторы</b> В результате практических занятий студент приобретает навыки нахождения сопряжённого оператора и его свойств, в частности, в гильбертовых пространствах

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Проработка лекционного материала, решение задач
2	Изучение дополнительной литературы
3	Подготовка к практическим занятиям
4	Выполнение курсовой работы.
5	Подготовка к промежуточной аттестации.
6	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Интегральные уравнения Фредгольма.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
4. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.
5. Интегральное уравнение Абеля.
6. Построение резольвенты интегрального уравнения Фредгольма с помощью итерированных ядер.
7. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
8. Характеристические числа и собственные функции уравнения Фредгольма
9. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
10. Неоднородные симметричные уравнения.
11. Альтернатива Фредгольма.
12. Функция Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Применение функции Грина для решения краевых задач.
14. Краевые задачи, содержащие параметр и сведение их к интегральным уравнениям.

15. Применение преобразования Лапласа к решению интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
16. Системы интегральных уравнений Вольтерра типа свертки.
17. Интегро-дифференциальные уравнения.
18. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
19. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
20. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра с пределами от  $x$  до бесконечности.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Элементы теории функций и функционального анализа А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин М.: Физматлит; -574 с.; 2004; ISBN 5-9221-0266-4	НТБ РУТ(МИИТ)
2	Введение в функциональный анализ Б.З. Вулих М.: Наука; -415 с.; 1967; ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
3	Теоремы и задачи функционального анализа А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани Однотомное издание М.: Наука, - 400с.; 1988; ISBN: 5-02-013797-9	НТБ РУТ(МИИТ)
4	Интегральные уравнения М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко М.: Едиториал УРСС; -192 с.; 2003; ISBN 5-354-00390-3	НТБ РУТ(МИИТ)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).
- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).
- Электронно-библиотечная система Znaniум (<https://znanium.com/>)

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или аналог)

Операционная система Microsoft Windows (или аналог)

Microsoft Office (или аналог)

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5 семестре.

Курсовая работа в 5 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

профессор, профессор, д.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

А.М. Филимонов

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦГУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева