

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
базового высшего образования  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Функциональный анализ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 1343395  
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович  
Дата: 04.06.2026

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- получение знаний, приобретение навыков решения задач функционального анализа и формирование умений и навыков, необходимых для практического применения методов и моделей функционального анализа в исследовательской и профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- освоение основных понятий функционального анализа, знакомство с основами современной теории меры, функциональных пространств и операторов;

- освоение приемов решения типовых задач функционального анализа;

- формирование умения строить теоретические и прикладные модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;

- обучение студента практическому применению понятий и моделей функционального анализа.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-4** - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

основные понятия теории множеств;

- основные понятия теории меры;

- основные свойства функциональных пространств,

- свойства линейных функционалов и линейных операторов.

### **Владеть:**

- навыками построения моделей с использованием понятий функционального анализа;

- навыками анализа свойств объектов функционального анализа, применяемых в прикладных задачах;

- навыками решения задач вычислительного и теоретического характера в области функционального анализа.

### **Уметь:**

- использовать понятия и концепции функционального анализа;
- логически выстраивать обоснование основных теоретических результатов, анализировать и оценивать различные методы решения задач;
- решать прикладные задачи с использованием методов функционального анализа.
- устанавливать взаимосвязи между содержанием курса функционального анализа и смежных математических дисциплин

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	48	48
В том числе:		
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 60 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Понятие метрического пространства. Рассматриваемые вопросы: ? определение метрики; ? примеры метрических пространств функций $C[a,b]$ , $L_p[a,b]$ и метрик в них; ? примеры метрических пространств векторов $R^n$ , $l_p$ и метрик в них.
2	Сходимость в метрических пространствах Рассматриваемые вопросы: ? понятие об открытых и замкнутых шарах в метрическом пространстве; ? понятие предела в метрическом пространстве, полные пространства; ? теорема о вложенных шарах и принцип сжимающих отображений.
3	Применения принципа сжимающих отображений (ПСО) Рассматриваемые вопросы: - решение алгебраического уравнения при помощи ПСО; - решение систем алгебраических уравнений на основе ПСО; - решение дифференциальных уравнений при помощи ПСО.
4	Понятие нормированных пространств. Рассматриваемые вопросы: ? определение нормы; ? примеры классических нормированных пространств и норм в них; ? понятие подпространства
5	Понятие евклидова пространства. Рассматриваемые вопросы: ? определение скалярного произведения; ? примеры классических евклидовых пространств и скалярных произведений в них; ? гильбертовы пространства
6	Основные теоремы об евклидовых пространствах Рассматриваемые вопросы: ? теорема об ортогонализации; ? неравенство Бесселя и ортонормированные системы; ? характеристическое свойство евклидовых пространств
7	Функционалы в нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: ? функционал и его норма, примеры функционалов; ? понятие о сопряженном пространстве; ? теорема Рисса о представлении линейного функционала
8	Операторы в нормированных пространствах Рассматриваемые вопросы: ? линейные операторы, ядро и образ оператора, примеры; ? обратные операторы и теорема о существовании обратного; ? спектр оператора, теорема о спектре

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p><b>Понятие метрического пространства.</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится анализировать функции и искать расстояние между функциями в метрических пространствах.</p>
2	<p><b>Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится определять, является ли заданное множество в метрическом пространстве открытым или замкнутым, строит открытые и замкнутые шары</p>
3	<p><b>Сепарабельные пространства</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится проверять, является ли данное пространство сепарабельным или нет, изучает определение предкомпактности множества и определяет её на основании критериев</p>
4	<p><b>Сходимость в метрических пространствах</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится анализировать сходимость последовательности функций в метрических пространствах, искать её предел.</p>
5	<p><b>Полные пространства</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится исследовать, является ли пространство полным или неполным, применяет свойства полных пространств к решению задач, изучает теорему о пополнении</p>
6	<p><b>Применения принципа сжимающих отображений (ПСО): часть 1</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится решать конкретные уравнения и системы алгебраических уравнений с применением ПСО</p>
7	<p><b>Применения принципа сжимающих отображений (ПСО): часть 2</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится решать конкретные дифференциальные уравнения и их системы с применением ПСО</p>
8	<p><b>Применения принципа сжимающих отображений (ПСО): часть 3</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится решать разные типы интегральных уравнений с применением ПСО</p>
9	<p><b>Понятие нормированного пространства</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится анализировать функции и искать норму между функциями в различных нормированных пространствах</p>
10	<p><b>Функционалы в нормированных пространствах</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится находить нормы различных функционалов в нормированных пространствах</p>
11	<p><b>Операторы в нормированных пространствах: часть 1</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится находить нормы различных операторов в нормированных пространствах</p>
12	<p><b>Операторы в нормированных пространствах: часть 2</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится искать обратный оператор к данному, искать спектр оператора и классифицировать его точки</p>
13	<p><b>Понятие евклидова пространства.</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится анализировать функции и искать скалярное произведение между функциями в различных евклидовых пространствах</p>
14	<p><b>Основные теоремы об евклидовых пространствах</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится ортогонализировать системы функций и применять характеристическое свойство евклидовых пространств</p>
15	<p><b>Ряды Фурье в евклидовых пространствах</b>  В результате работы на практических занятиях студент учится раскладывать функцию в ряд Фурье в евклидовых пространствах, изучает свойства ряда Фурье и применяет их на конкретных примерах</p>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
16	Операторы в гильбертовых пространствах В результате работы на практических занятиях студент учится искать сопряжённые операторы в гильбертовых пространствах и их нормы

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Проработка лекционного материала
2	Изучение учебной литературы
3	Подготовка к практическим занятиям
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Власова, Е. А. Элементы функцио-нального анализа: учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6.	<a href="https://e.lanbook.com/book/212189">https://e.lanbook.com/book/212189</a> (дата обращения: 28.04.2024)
2	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд. стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 272 с.	<a href="https://e.lanbook.com/book/210290">https://e.lanbook.com/book/210290</a> (дата обращения: 28.04.2024)
3	Павлов, Е. А. Основы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4.	: <a href="https://e.lanbook.com/book/116362">https://e.lanbook.com/book/116362</a> (дата обращения: 28.04.2024)
4	Кутузов А. С. Введение в функциональный анализ : учебное пособие / А.С. Кутузов. - Москва : Директ-Медиа, 2020. - 481 с. - ISBN 978-5-4499-0433-1. - Текст: электронный.	<a href="https://ibooks.ru/bookshelf/389822/reading">https://ibooks.ru/bookshelf/389822/reading</a>

#### 6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

1. Учебные аудитории, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования, для лекционных занятий.
2. Наличие персональных компьютеров в аудиториях для практических занятий.

9. Форма промежуточной аттестации:

- Зачет в 6 семестре.
- Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, к.н. кафедры  
«Математическое моделирование  
сложных систем» Института  
железнодорожного транспорта

М.К. Турцынский

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ  
Председатель учебно-методической  
комиссии

С.А. Тищенко

Н.А. Андриянова