

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Численные методы**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математические модели в экономике и технике

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 10.06.2021

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- ознакомление с основными методами численного решения задач линейной алгебры, методами аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования, приближённого решения ОДУ и уравнений в частных производных;

- изучение влияния погрешности вычислений, метода и исходных данных на результат решения, исследование устойчивости численных алгоритмов.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- развитие навыков технологии программирования применительно к решению вычислительных задач (в том числе и большой размерности);

- формирование навыков представления решения математических задач в виде численных алгоритмов;

- развитие компетенций в сфере использования методов прикладной математики и компьютерных технологий, включая системы автоматизированных математических вычислений;

- формирование навыков организации и управления разработкой программного обеспечения, использующего методы численного анализа и компьютерного моделирования.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-2** - Уметь ставить и решать задачу по полученным в результате эксперимента или исследования результатам.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

уровень развития вычислительной техники и численных методов на текущий момент времени

### **Уметь:**

применять новые информационные технологии и методы вычислений для решения прикладных задач

### **Владеть:**

новыми численными методами и алгоритмами, приобретаемыми в

результате периодического повышения своей квалификации и мастерства

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 5 з.е. (180 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов		
	Всего	Семестр	
		№5	№6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	140	96	44
В том числе:			
Занятия лекционного типа	78	48	30
Занятия семинарского типа	62	48	14

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 40 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Погрешности. - абсолютная и относительная погрешности;- классификация погрешностей; - неустранимая погрешность функции; - вычислительная погрешность.
2	Неустранимая погрешность решения СЛАУ. Число обусловленности матрицы. Плохо обусловленные СЛАУ.
3	Матрицы специального вида. - N и M – матрицы; - треугольные матрицы, матрицы с ортогональными столбцами; - матрицы вращений, отражений и перестановок.
4	Точные методы решения СЛАУ.- Метод Гаусса и метод Гаусса с выбором главного элемента; - LU и NPU разложении матрицы; - метод квадратного корня (Холецкого) ; - методы ортогонализации, вращений и отражений.
5	Приближенные методы решения СЛАУ.- метод простой итерации; - условия сходимости метода; - способы приведения к виду удобному для итерации; - метод Зейделя, условия сходимости.
6	Конечноразностные уравнения. - конечноразностные уравнения первого порядка; - линейные конечноразностные уравнения второго порядка, метод прогонки; - линейные конечноразностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
7	Задача на собственные числа и собственные векторы для симметричной матрицы.- метод вращений Якоби, сходимость метода.
8	Интерполирование. - постановка задачи аппроксимации функций интерполяционным многочленом; - системы функций Чебышева;- интерполяционный многочлен Лагранжа, формула остаточного члена;- конечные разности, интерполяционный многочлен Ньютона, формула остаточного члена - схема Эйткена, вопрос о сходимости интерполяционного процесса.
9	Аппроксимация функций. - многочлены наилучшего приближения (МНП), теорема существования и единственности; - равномерные приближения; - теоремы Хаара и Чебышева; - простейшие примеры построения МНПП; - многочлены Чебышева, их свойства; - интерполирование по чебышевским узлам, наилучшая равномерная оценка погрешности;- среднеквадратические приближения, основная теорема; - метод наименьших квадратов; - системы ортогональных многочленов.
10	Сплайны. - происхождение задачи о сплайнах, ее общая постановка, основные теоремы;- сплайны 1-го и 3-го порядка; - базисные сплайны.
11	Дискретное преобразование Фурье (ДПФ).- ДПФ для периодической функции. ДПФ для производных; - ДПФ для непериодической функции. Понятие о БПФ.
12	Численное интегрирование. - квадратурные формулы; - формулы Ньютона-Котеса, оценка погрешности; - формулы Гаусса, теорема об оптимальном выборе узлов.
13	Численное дифференцирование. - аппроксимация производных, вывод формул численного дифференцирования;- остаточные члены формул численного дифференцирования;- оптимизация выбора шага численного дифференцирования.
14	Приближенные методы решения ОДУ .- методы Рунге-Кутты решения ОДУ первого порядка; - пошаговый контроль точности в методах Рунге-Кутты.
15	Метод сеток. - метод сеток решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка; - метод сеток решения уравнений с частными производными гиперболического типа;- метод сеток

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	решения уравнений с частными производными параболического типа; - метод сеток решения уравнений с частными производными эллиптического типа.
16	Вариационные методы решения краевых задач- три теоремы о сведении краевой задачи к вариационной; -- метод Ритца решения вариационной задачи; - применение метода Ритца для решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка;- применение метода Ритца для решения задачи Дирихле;- метод Галеркина. Эквивалентность методов Ритца и Галеркина; - метод конечных элементов решения краевых и вариационных задач; - применение метода конечных элементов для решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка.
17	Метод разделения переменных. - оператор второй разностной производной и задача на собственные значения;- свойства собственных значений и собственных функций оператора второй разностной производной; - применение метода разделения переменных для исследования разностных схем уравнений в частных производных.

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

##### Лабораторные работы

№ п/п	Наименование лабораторных работ / краткое содержание
1	Точные методы решения СЛАУ. Метод Гаусса с выбором главного элемента и NPU – разложение В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии погрешности в исходных данных на решение СЛАУ.
2	Точные методы решения СЛАУ. Метод квадратного корня. В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности решения систем с симметричными матрицами.
3	Решение СЛАУ методом Зейделя В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление условия сходимости метода Зейделя и изучает особенности оценки погрешности процесса Зейделя
4	Приближенные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации и метод Зейделя В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии числа обусловленности матрицы на рост количества итераций.
5	Конечноразностные уравнения. Метод прогонки решения линейного уравнения второго порядка. При выполнении лабораторной работы студент изучает зависимость устойчивости решения уравнения от его параметров.
6	Метод вращений Якоби решения задачи на собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности ортогональных преобразований.
7	Интерполирование. Интерполяционные многочлены Лагранжа В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций интерполяционными многочленами.
8	Интерполирование. Интерполяционные многочлены Ньютона В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций интерполяционными многочленами полиномом Ньютона.

№ п/п	Наименование лабораторных работ / краткое содержание
9	Интерполирование. Интерполяционные многочлен Эрмита При выполнении лабораторной работы студент изучает возможность интерполяции по кратным узлам.
10	Многочлены наилучшего равномерного приближения В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности решения систем с симметричными матрицами.
11	Метод наименьших квадратов В процессе выполнения лабораторной работы студент изучает методы построения МНРП.
12	Дискретное преобразование Фурье В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций тригонометрическими интерполяционными многочленами.
13	Быстрое преобразование Фурье В процессе выполнения лабораторной работы студент знакомится с технологиями, позволяющими ускорить процесс вычисления ДПФ.
14	Численное интегрирование При выполнении лабораторной работы студент изучает особенности применения методов Ньютона - Котеса для приближенного вычисления определенных интегралов.
15	Методы приближенного решения задачи Коши для ОДУ В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает возможности уточнения приближенного решения за счет автоматического выбора шага метода.
16	Методы Рунге Кутты В результате выполнения лабораторной работы студент получает навык решения задач с помощью численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений
17	Методы приближенного решения жестких ОДУ В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии вычислительной погрешности на точность решения задачи.
18	Метод сеток решения ОДУ 2-го порядка При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода сеток для решения ОДУ.
19	Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода сеток для решения УЧП.
20	Метод конечных элементов решения краевой задачи для ОДУ 2-го порядка При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода конечных элементов для решения ОДУ.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы
2	Подготовка к лабораторным работам
3	Выполнение самостоятельных работ
4	Выполнение курсовой работы
5	Выполнение курсового проекта.
6	Подготовка к промежуточной аттестации.

## 4.4. Примерный перечень тем курсовых проектов

1. Метод характеристик решения гиперболических систем квазилинейных дифференциальных уравнений с частными производными.
2. Приближенное вычисление кратных интегралов.
3. Приближенное построение многочленов наилучшего равномерного приближения.
4. Метод Адамса решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Метод прямых решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.
6. Приближенные методы решения интегральных уравнений.
7. Приближение функций сплайнами третьего порядка.
8. Численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Многомерное интерполирование.
10. Численное исследование устойчивости простейших разностных схем для уравнений параболического типа.
11. Численное исследование устойчивости простейших разностных схем для уравнений эллиптического типа.
12. Теорема Тихонова – Самарского и решение некорректно поставленных задач.
13. Численное решение некорректно поставленных задач. Квазирешение.
14. Разностные схемы для уравнений газовой динамики.
15. Метод конечных элементов, основанный на методе Галеркина.
16. Построение функциональных подпространств в одномерном случае в методе конечных элементов.
17. Построение функциональных подпространств в двумерном случае в методе конечных элементов.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0 Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М.	НТБ (уч.2); НТБ (уч.4)

	Кобельков Однотомное издание Бином. Лаборатория знаний , 2020	
2	Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2002. – 840 с. ISBN 5-06-004020-8 В.М. Вержбицкий Однотомное издание Высшая школа , 2002	НТБ
3	Численные методы : учебник и практикум для вузов / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6 У. Г. Пирумов 2023	Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/510769">https://urait.ru/bcode/510769</a> (дата обращения: 30.03.2023).
4	Численные методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 367 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04449-2 Сухарев, А. Г. Однотомное издание "Лань" , 2021	Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/487195">https://urait.ru/bcode/487195</a> (дата обращения: 30.03.2023).
5	Введение в численные методы. – СПб.: Издательство "Лань", 2005. – 288 с., ISBN 5-8114-0602-9 Самарский А.А. Однотомное издание Издательство "Лань" , 2005	НТБ РУТ(МИИТ)
6	Численные методы Н.Н. Калиткин; Ред. А.А. Самарский; Под Ред. А.А. Самарский Однотомное издание Наука , 1978	НТБ (фб.)
7	Жидков Е.Н. Вычислительная математика. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 208 с., ISBN 978-5-4468-0222-7 Жидков Е.Н. Однотомное издание Академия , 2013	НТБ
8	Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Численные методы». Раздел «Линейная алгебра»: методические указания. – М.: МИИТ, 2002. – 36 с., ISBN нет. Власов Ю.П., Посвянский В.П. 2002	НТБ РУТ(МИИТ)
9	Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: МИИТ, 2020. – 31 с., ISBN нет. Братусь А.С., Власов Ю.П., Посвянский В.П., Чумерина Е.С. МИИТ , 2020	НТБ РУТ(МИИТ)
1	Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. –Н М.: Наука, 1967. – 368 с. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Однотомное издание Наука , 1967	НТБ
2	Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 672 с. — ISBN 978-5-8114-0695- Демидович, Б. П. Однотомное издание "Лань" ,	НТБ



	2022	
3	Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Численные методы. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 384 с. ISBN 5-7695-1339-X Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Однотомное издание «Академия», , 2004	НТБ (уч.4)
4	Аппроксимация функций. Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2008. – 36 с. Ю.П. Власов; В.П. Посвянский; МИИТ. Каф. "Прикладная математика-1" Однотомное издание МИИТ , 2008	НТБ (уч.4)
5	Погрешности. Аппроксимация функций: Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2011. – 46 с. Ю.П. Власов, Н.Б. Логинова Методические указания Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ) , 2011	НТБ
6	Задачи линейной алгебры: Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2003. – 12 с. Власов Ю.П., Посвянский В.П. Однотомное издание МИИТ , 2003	НТБ (фб.); НТБ (чз.1); НТБ (чз.2); НТБ (чз.4)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или аналог).

Операционная система Microsoft Windows (или аналог).

Microsoft Office (или аналог).

инструментальная среда MS Visual Studio.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные

компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 5, 6 семестрах.

Курсовой проект в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

старший преподаватель кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

В.П. Посвянский

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева