

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Численные методы**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 11.08.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения учебной дисциплины (модуля) являются:

- ознакомление с основными методами численного решения задач линейной алгебры, методами аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования, приближённого решения ОДУ и уравнений в частных производных;

- изучение влияния погрешности вычислений, метода и исходных данных на результат решения, исследование устойчивости численных алгоритмов.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- развитие навыков технологии программирования применительно к решению вычислительных задач (в том числе и большой размерности);

- формирование навыков представления решения математических задач в виде численных алгоритмов;

- развитие компетенций в сфере использования методов прикладной математики и компьютерных технологий, включая системы автоматизированных математических вычислений;

- формирование навыков организации и управления разработкой программного обеспечения, использующего методы численного анализа и компьютерного моделирования.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**ПК-2** - Уметь ставить и решать задачу по полученным в результате эксперимента или исследования результатам.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- уровень развития вычислительной техники и численных методов на текущий момент времени

### **Уметь:**

- применять новые информационные технологии и методы вычислений для решения прикладных задач

### **Владеть:**

- новыми численными методами и алгоритмами, приобретаемыми в

результате периодического повышения своей квалификации и мастерства

### 3. Объем дисциплины (модуля).

#### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 10 з.е. (360 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов		
	Всего	Семестр	
		№4	№5
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	192	96	96
В том числе:			
Занятия лекционного типа	96	48	48
Занятия семинарского типа	96	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 168 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля).

#### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	<p><b>Погрешность</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- абсолютная и относительная погрешности;</li> <li>- классификация погрешностей;</li> <li>- неустранимая погрешность функции.</li> <li>- вычислительная погрешность.</li> </ul>
2	<p><b>Неустранимая погрешность решения СЛАУ</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- число обусловленности матрицы;</li> <li>- плохо обусловленные СЛАУ.</li> </ul>
3	<p><b>Матрицы специального вида</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- N и M – матрицы;</li> <li>- треугольные матрицы, матрицы с ортогональными столбцами;</li> <li>- матрицы вращений, отражений и перестановок.</li> </ul>
4	<p><b>Точные методы решения СЛАУ</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Метод Гаусса и метод Гаусса с выбором главного элемента;</li> <li>- LU и NPU разложения матрицы;</li> <li>- метод квадратного корня (Холецкого)</li> <li>- методы ортогонализации, вращений и отражений.</li> </ul>
5	<p><b>Приближенные методы решения СЛАУ</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- метод простой итерации;</li> <li>- условия сходимости метода;</li> <li>- способы приведения к виду удобному для итерации;</li> <li>- метод Зейделя, условия сходимости.</li> </ul>
6	<p><b>Конечноразностные уравнения</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- конечноразностные уравнения первого порядка;</li> <li>- линейные конечноразностные уравнения второго порядка, метод прогонки;</li> <li>- линейные конечноразностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами;</li> <li>- метод вариации постоянной.</li> </ul>
7	<p><b>Задача на собственные числа и собственные векторы для симметричной матрицы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- метод вращений Якоби, сходимость метода.</li> </ul>
8	<p><b>Интерполирование</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановка задачи аппроксимации функций интерполяционным многочленом;</li> <li>- системы функций Чебышева;</li> <li>- интерполяционный многочлен Лагранжа, формула остаточного члена;</li> <li>- конечные разности, интерполяционный многочлен Ньютона, формула остаточного члена.</li> <li>- схема Эйткена, вопрос о сходимости интерполяционного процесса.</li> </ul>
9	<p><b>Аппроксимация функций</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- многочлены наилучшего приближения (МНП), теорема существования и единственности;</li> <li>- равномерные приближения;</li> <li>- теоремы Хаара и Чебышева;</li> <li>- простейшие примеры построения МНРП;</li> <li>- многочлены Чебышева, их свойства;</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- интерполирование по чебышевским узлам, наилучшая равномерная оценка погрешности;</li> <li>- среднеквадратические приближения, основная теорема;</li> <li>- метод наименьших квадратов;</li> <li>- системы ортогональных многочленов.</li> </ul>
10	<p><b>Сплайны</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- происхождение задачи о сплайнах, ее общая постановка, основные теоремы;</li> <li>- сплайны 1-го и 3-го порядка;</li> <li>- базисные сплайны.</li> </ul>
11	<p><b>Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ДПФ для периодической функции. ДПФ для производных;</li> <li>- ДПФ для непериодической функции. Понятие о БПФ.</li> </ul>
12	<p><b>Численное интегрирование</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- квадратурные формулы;</li> <li>- формулы Ньютона-Котеса, оценка погрешности;</li> <li>- формулы Гаусса, теорема об оптимальном выборе узлов.</li> </ul>
13	<p><b>Численное дифференцирование</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- аппроксимация производных, вывод формул численного дифференцирования;</li> <li>- остаточные члены формул численного дифференцирования;</li> <li>- оптимизация выбора шага численного дифференцирования.</li> </ul>
14	<p><b>Приближенные методы решения ОДУ</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методы Рунге-Кутты решения ОДУ первого порядка;</li> <li>- пошаговый контроль точности в методах Рунге-Кутты.</li> </ul>
15	<p><b>Метод сеток</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- метод сеток решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка;</li> <li>- метод сеток решения уравнений с частными производными гиперболического типа;</li> <li>- метод сеток решения уравнений с частными производными параболического типа;</li> <li>- метод сеток решения уравнений с частными производными эллиптического типа.</li> </ul>
16	<p><b>Вариационные методы решения краевых задач</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- три теоремы о сведении краевой задачи к вариационной;</li> <li>- метод Ритца решения вариационной задачи;</li> <li>- применение метода Ритца для решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка;</li> <li>- применение метода Ритца для решения задачи Дирихле;</li> <li>- метод Галеркина. Эквивалентность методов Ритца и Галеркина;</li> <li>- метод конечных элементов решения краевых и вариационных задач;</li> <li>- применение метода конечных элементов для решения краевой задачи ОДУ 2-го порядка.</li> </ul>
17	<p><b>Метод разделения переменных</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- оператор второй разностной производной и задача на собственные значения;</li> <li>- свойства собственных значений и собственных функций оператора второй разностной производной;</li> <li>- применение метода разделения переменных для исследования разностных схем уравнений в частных производных.</li> </ul>

#### 4.2. Занятия семинарского типа.

## Лабораторные работы

№ п/п	Наименование лабораторных работ / краткое содержание
1	Точные методы решения СЛАУ. Метод Гаусса с выбором главного элемента и NPU – разложение В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии погрешности в исходных данных на решение СЛАУ.
2	Точные методы решения СЛАУ. Метод квадратного корня. В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности решения систем с симметричными матрицами.
3	Решение СЛАУ методом Зейделя В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление условия сходимости метода Зейделя и изучает особенности оценки погрешности процесса Зейделя
4	Приближенные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации и метод Зейделя В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии числа обусловленности матрицы на рост количества итераций.
5	Конечноразностные уравнения. Метод прогонки решения линейного уравнения второго порядка. При выполнении лабораторной работы студент изучает зависимость устойчивости решения уравнения от его параметров.
6	Метод вращений Якоби решения задачи на собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности ортогональных преобразований.
7	Интерполирование. Интерполяционные многочлены Лагранжа В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций интерполяционными многочленами.
8	Интерполирование. Интерполяционные многочлены Ньютона В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций интерполяционными многочленами полиномом Ньютона.
9	Интерполирование. Интерполяционные многочлен Эрмита При выполнении лабораторной работы студент изучает возможность интерполяции по кратным узлам.
10	Многочлены наилучшего равномерного приближения В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности решения систем с симметричными матрицами.
11	Метод наименьших квадратов В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности среднеквадратического приближения функций.
12	Дискретное преобразование Фурье В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает особенности приближения функций тригонометрическими интерполяционными многочленами.
13	Быстрое преобразование Фурье В процессе выполнения лабораторной работы студент знакомится с технологиями, позволяющими ускорить процесс вычисления ДПФ.
14	Численное интегрирование При выполнении лабораторной работы студент изучает особенности применения методов Ньютона - Котеса для приближенного вычисления определенных интегралов.
15	Методы приближенного решения задачи Коши для ОДУ В ходе выполнения лабораторной работы студент изучает возможности уточнения приближенного решения за счет автоматического выбора шага метода.

№ п/п	Наименование лабораторных работ / краткое содержание
16	Методы Рунге Кутты В результате выполнения лабораторной работы студент получает навык решения задач с помощью численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений
17	Методы приближенного решения жестких ОДУ В результате выполнения лабораторной работы студент получает представление о влиянии вычислительной погрешности на точность решения задачи.
18	Метод сеток решения ОДУ 2-го порядка При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода сеток для решения ОДУ.
19	Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода сеток для решения УЧП.
20	Метод конечных элементов решения краевой задачи для ОДУ 2-го порядка При выполнении лабораторной работы студент изучает технологию применения метода конечных элементов для решения ОДУ.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы
2	Подготовка к лабораторным работам
3	Выполнение курсовой работы.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

#### 4.4. Примерный перечень тем курсовых работ

1. Метод характеристик решения гиперболических систем квазилинейных дифференциальных уравнений с частными производными.
2. Приближенное вычисление кратных интегралов.
3. Приближенное построение многочленов наилучшего равномерного приближения.
4. Метод Адамса решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Метод прямых решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.
6. Приближенные методы решения интегральных уравнений.
7. Приближение функций сплайнами третьего порядка.
8. Численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

9. Многомерное интерполирование.

10. Численное исследование устойчивости простейших разностных схем для уравнений параболического типа.

11. Численное исследование устойчивости простейших разностных схем для уравнений эллиптического типа.

12. Теорема Тихонова-Самарского и решение некорректно поставленных задач.

13. Численное решение некорректно поставленных задач. Квазирешение.

14. Разностные схемы для уравнений газовой динамики.

15. Метод конечных элементов, основанный на методе Галеркина.

16. Построение функциональных подпространств в одномерном случае в методе конечных элементов.

17. Построение функциональных подпространств в двумерном случае в методе конечных элементов.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0	<a href="https://e.lanbook.com/book/126099">https://e.lanbook.com/book/126099</a>
2	Сухарев, А. Г. Численные методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 367 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04449-2	<a href="https://urait.ru/bcode/487195">https://urait.ru/bcode/487195</a>
3	Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2002. – 840 с., ISBN 5-06-004020-8	НТБ РУТ(МИИТ)
4	Численные методы : учебник и практикум для вузов / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6	<a href="https://urait.ru/bcode/510769">https://urait.ru/bcode/510769</a>
5	Самарский А.А. Введение в численные методы. – СПб.: Издательство "Лань", 2005. – 288 с., ISBN 5-8114-0602-9	НТБ РУТ(МИИТ)
6	Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.	НТБ РУТ(МИИТ)



	– 512 с., ISBN нет	
7	Жидков Е.Н. Вычислительная математика. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 208 с., ISBN 978-5-4468-0222-7	НТБ РУТ(МИИТ)
8	Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – М.: Наука, 1967. – 368 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
9	Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 672 с. — ISBN 978-5-8114-0695-1	<a href="https://e.lanbook.com/book/210674">https://e.lanbook.com/book/210674</a>
10	Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Численные методы. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 384 с., ISBN 5-7695-1339-X	НТБ РУТ(МИИТ)
11	Власов Ю.П., Логинова Н.Б. Погрешности. Аппроксимация функций: Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2011. – 46 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
12	Власов Ю.П., Посвянский В.П. Аппроксимация функций: Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2008. – 36 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
13	Власов Ю.П., Посвянский В.П. Задачи линейной алгебры: Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Численные методы». – М.: МИИТ, 2003. – 12 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
14	Власов Ю.П., Посвянский В.П. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Численные методы». Раздел «Линейная алгебра»: методические указания. – М.: МИИТ, 2002. – 36 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)
15	Братусь А.С., Власов Ю.П., Посвянский В.П., Чумерина Е.С. Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: МИИТ, 2020. – 31 с., ISBN нет	НТБ РУТ(МИИТ)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

(<https://e.lanbook.com/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer

Операционная система Microsoft Windows

Microsoft Office

инструментальная среда MS Visual Studio.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Курсовая работа в 4 семестре.

Зачет в 4, 5 семестрах.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

старший преподаватель кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

В.П. Посвянский

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева