

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Элементы алгебры и теории чисел**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна  
Дата: 01.09.2023

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

– формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин;

– формирование компетенций, применяемых для научно-исследовательской деятельности.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

– овладение основами высшей алгебры и теории чисел;

– формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

– основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

### **Уметь:**

– решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

### **Владеть:**

– методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |           |
|---|------------------|-----------|
|   | Всего            | Семестр 1 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 96               | 96        |
| В том числе:  |                  |           |
| Занятия лекционного типа                                  | 48               | 48        |
| Занятия семинарского типа                                 | 48               | 48        |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 12 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

| № п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание   |
|-------|--|
| 1     | Кольцо целых чисел<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– свойства операций;<br>– определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания;<br>– свойства нуля;<br>– правила знаков. |
| 2     | Делимость целых чисел<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определение и свойства отношения делимости;<br>– деление с остатком, существование и единственность.                                    |
| 3     | Наибольший общий делитель<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определение наибольшего общего делителя;  |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание   |
|----------|--|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>– существование НОД; линейное представление НОД;</li> <li>– единственность НОД; эквивалентное определение НОД;</li> <li>– алгоритм Евклида.</li> </ul>  |
| 4        | <p><b>Наименьшее общее кратное</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– взаимно простые числа, определение и свойства;</li> <li>– определение наименьшего общего кратного;</li> <li>– существование НОК, выражение его через НОД;</li> <li>– единственность НОК; эквивалентное определение НОК.</li> </ul>                     |
| 5        | <p><b>Простые и составные числа</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определения простого и составного числа;</li> <li>– свойства простых чисел;</li> <li>– решето Эратосфена;</li> <li>– бесконечность множества простых чисел;</li> <li>– теорема об интервалах.</li> </ul>  |
| 6        | <p><b>Основная теорема арифметики</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– доказательство основной теоремы арифметики;</li> <li>– каноническое представление делителя натурального числа;</li> <li>– канонические представления НОД и НОК натуральных чисел;</li> <li>– число и сумма делителей натурального числа.</li> </ul> |
| 7        | <p><b>Отношение сравнимости по модулю</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие сравнимости по модулю;</li> <li>– свойства отношения сравнимости по модулю;</li> <li>– «<math>m</math>-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.</li> </ul>  |
| 8        | <p><b>Три теоремы о сравнениях</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– малая теорема Ферма и ее следствие;</li> <li>– функция Эйлера;</li> <li>– теорема Эйлера;</li> <li>– теорема Вильсона.</li> </ul>  |
| 9        | <p><b>Решение линейных сравнений</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решение линейных сравнений;</li> <li>– арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).</li> </ul>   |
| 10       | <p><b>Цепные дроби</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение цепной дроби;</li> <li>– представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность;</li> <li>– вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.</li> </ul>   |
| 11       | <p><b>Применение подходящих дробей</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– приближенные значения рациональных чисел;</li> <li>– представление квадратных корней;</li> <li>– представление иррациональных чисел;</li> <li>– решение диофантовых уравнений и линейных сравнений.</li> </ul>                                     |
| 12       | <p><b>Виды алгебраических операций</b></p>   |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание   |
|----------|--|
|          | <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие алгебраической (бинарной) операции;</li> <li>– операции коммутативные, ассоциативные, обратимые;</li> <li>– дистрибутивность одной операции относительно другой;</li> <li>– нейтральный элемент операции;</li> <li>– обратимые элементы операции.</li> </ul>  |
| 13       | <p><b>Группа</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение группы;</li> <li>– необходимое и достаточное условие;</li> <li>– абелева группа.</li> </ul>  |
| 14       | <p><b>Группа преобразований</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– отображение;</li> <li>– взаимно-однозначное соответствие;</li> <li>– преобразование;</li> <li>– композиция преобразований;</li> <li>– группа преобразований данного множества.</li> </ul>   |
| 15       | <p><b>Преобразования конечного множества</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– подстановки;</li> <li>– циклы;</li> <li>– транспозиции.</li> </ul>   |
| 16       | <p><b>Подгруппы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение подгруппы;</li> <li>– степень элемента в группе;</li> <li>– порядок элемента в группе;</li> <li>– циклическая подгруппа.</li> </ul>   |
| 17       | <p><b>Отображения групп</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– гомоморфизм групп;</li> <li>– ядро и образ гомоморфизма;</li> <li>– изоморфизм групп.</li> </ul>  |
| 18       | <p><b>Циклические группы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение циклической группы, образующий элемент, порядок;</li> <li>– свойства циклических групп;</li> <li>– изоморфизм циклических групп.</li> </ul>  |
| 19       | <p><b>Кольца и поля</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– аксиомы кольца и следствия из них;</li> <li>– коммутативное кольцо;</li> <li>– кольцо с единицей;</li> <li>– делители нуля в кольце;</li> <li>– аддитивная группа кольца;</li> <li>– аксиомы поля и следствия из них;</li> <li>– мультипликативная группа поля;</li> <li>– примеры числовых колец и полей;</li> <li>– кольцо матриц.</li> </ul> |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание  |
|----------|---|
| 20       | <b>Кольцо вычетов</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– « $m$ -арифметики» и кольца вычетов по модулю $m$ ;<br>– кольца вычетов по простому и составному модулю;<br>– обратимые элементы и делители нуля.  |
| 21       | <b>Поле комплексных чисел</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– построение поля комплексных чисел;<br>– комплексно-сопряженные числа;<br>– алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа;<br>– извлечение корней в поле комплексных чисел.                        |
| 22       | <b>Кольцо многочленов</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– кольцо многочленов над полем;<br>– делимость и деление с остатком;<br>– наибольший общий делитель, алгоритм Евклида;<br>– понятие неприводимого многочлена;<br>– неприводимые многочлены над полями $C, R, Q$ .      |
| 23       | <b>Алгебраические и трансцендентные числа</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– корни многочлена, связь с разложением на множители;<br>– алгебраические числа и трансцендентные числа;<br>– минимальный многочлен алгебраического числа;<br>– простые расширения числовых полей. |
| 24       | <b>Поля Галуа</b><br>Рассматриваемые вопросы:<br>– характеристика поля;<br>– конечные поля (поля Галуа);<br>– порядок и характеристика конечного поля;<br>– примеры построения конечных полей.  |

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание   |
|----------|--|
| 1        | <b>Целые числа. Делимость</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком.  |
| 2        | <b>Алгоритм Евклида</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.  |
| 3        | <b>Простые и составные числа</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.   |
| 4        | <b>Основная теорема арифметики</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК). |

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание   |
|----------|--|
| 5        | <p><b>Основная теорема арифметики</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (нахождение числа и суммы делителей натурального числа).</p>   |
| 6        | <p><b>Решение диофантовых уравнений</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.</p>  |
| 7        | <p><b>Решение сравнений</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.</p>  |
| 8        | <p><b>Арифметические приложения сравнений</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления и к формулированию признаков делимости.</p>   |
| 9        | <p><b>Арифметические приложения сравнений</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.</p>   |
| 10       | <p><b>Цепные дроби</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби.</p>  |
| 11       | <p><b>Подходящие дроби</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений.</p>                          |
| 12       | <p><b>Виды алгебраических операций</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).</p> |
| 13       | <p><b>Группа</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.</p>  |
| 14       | <p><b>Группа преобразований</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на исследование групп преобразований данных множеств.</p>  |
| 15       | <p><b>Подстановки</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.</p>            |
| 16       | <p><b>Подгруппы</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.</p>   |
| 17       | <p><b>Отображения групп</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.</p>   |
| 18       | <p><b>Циклические группы</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.</p>   |
| 19       | <p><b>Кольца и поля</b><br/> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо</p>  |

| № п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание   |
|-------|--|
|       | матриц.  |
| 20    | <b>Кольцо вычетов</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю $m$ , на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.  |
| 21    | <b>Поле комплексных чисел</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, на извлечение корней в поле комплексных чисел.                                |
| 22    | <b>Кольцо многочленов</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями $C, R, Q$ .                                   |
| 23    | <b>Алгебраические и трансцендентные числа</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения алгебраического числа, нахождение минимального многочлена алгебраического числа, построение простых расширений числовых полей. |
| 24    | <b>Поля Галуа</b><br>В результате выполнения заданий студент знакомится с некоторыми примерами построения конечных полей.  |

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| № п/п | Вид самостоятельной работы             |
|-------|--|
| 1     | Изучение дополнительной литературы.    |
| 2     | Подготовка к практическим занятиям.    |
| 3     | Подготовка к промежуточной аттестации. |
| 4     | Подготовка к текущему контролю.        |

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| № п/п | Библиографическое описание  | Место доступа   |
|-------|---|---|
| 1     | Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для студентов-заочников II курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов (Н. А. Казачек, Г. Н. Перлатов, Н. Я. Виленкин, А. И. Бородин; Под ред. Н. Я. Виленкина. 2-е изд. – М.: Просвещение, 1984 –192 с. | <a href="http://publ.lib.ru">http://publ.lib.ru</a>           |
| 2     | Грани алгебры / М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский ; под ред. Ю. В. Кузьмина. - Москва : Факториал Пресс, 2008. - 328 с. : ил.; 22 см.; ISBN 978-5-88688-091-5  | <a href="http://library.miiit.ru">http://library.miiit.ru</a> |
| 3     | Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. – М.,   | <a href="http://reallib.org">http://reallib.org</a>           |



|   |  |   |
|---|--|---|
|   | Просвещение, 1980. – 176 с.  |   |
| 4 | Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник : в 3 частях / А. И. Кострикин. — 4-е изд. — Москва : МЦНМО, 2020 — Часть I : Основы алгебры — 2020. — 271 с. — ISBN 978-5-4439-3264-4       | <a href="http://library.miit.ru">http://library.miit.ru</a>   |
| 5 | Проскураков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскураков. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9039-4 | <a href="https://e.lanbook.com/book/183752">https://e.lanbook.com/book/183752</a><br>(дата обращения: 30.01.2024) |
| 6 | Ряднов А.В. Алгебраические системы: Учебное пособие. – М.: РУТ (МИИТ), 2019. – 193 с.  | <a href="http://library.miit.ru">http://library.miit.ru</a>   |
| 7 | Ряднов А.В. Теория групп: Практикум. – М.:РУТ(МИИТ), 2020. – 52 с.   | <a href="http://library.miit.ru">http://library.miit.ru</a>   |

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (<https://www.miit.ru/>).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>).

Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](http://ibooks.ru) (<http://ibooks.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А.Клычева