МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программы бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Элементы алгебры и теории чисел

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 5665
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника Евгеньевна
Дата: 10.04.2025

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

– формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин и в профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

– овладение основами высшей алгебры и теории чисел;

– формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

– основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

Уметь:

– решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

Владеть:

– методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами,

привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №3
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	64	64
В том числе:		
Занятия лекционного типа	32	32
Занятия семинарского типа	32	32

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Кольцо целых чисел Рассматриваемые вопросы: – свойства операций; – определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания; – свойства нуля; – правила знаков; – определение и свойства отношения делимости; – деление с остатком, существование и единственность.
2	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное Рассматриваемые вопросы: – определение наибольшего общего делителя; – существование НОД; линейное представление НОД; – единственность НОД; эквивалентное определение НОД; – алгоритм Евклида; – взаимно простые числа, определение и свойства; – определение наименьшего общего кратного;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– существование НОК, выражение его через НОД; – единственность НОК; эквивалентное определение НОК.
3	Простые и составные числа Рассматриваемые вопросы: – определения простого и составного числа; – свойства простых чисел; – решето Эратосфена; – бесконечность множества простых чисел; – теорема об интервалах.
4	Основная теорема арифметики Рассматриваемые вопросы: – доказательство основной теоремы арифметики; – каноническое представление делителя натурального числа; – канонические представления НОД и НОК натуральных чисел; – число и сумма делителей натурального числа.
5	Отношение сравнимости по модулю Рассматриваемые вопросы: – понятие сравнимости по модулю; – свойства отношения сравнимости по модулю; – «m-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.
6	Три теоремы о сравнениях Рассматриваемые вопросы: – малая теорема Ферма и ее следствие; – функция Эйлера; – теорема Эйлера; – теорема Вильсона.
7	Решение линейных сравнений Рассматриваемые вопросы: – решение линейных сравнений; – арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).
8	Цепные дроби Рассматриваемые вопросы: – определение цепной дроби; – представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность; – вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.
9	Виды алгебраических операций Рассматриваемые вопросы: – понятие алгебраической (бинарной) операции; – операции коммутативные, ассоциативные, обратимые; – дистрибутивность одной операции относительно другой; – нейтральный элемент операции; – обратимые элементы операции.
10	Группа Рассматриваемые вопросы: – определение группы; – необходимое и достаточное условие; – абелева группа; – группа преобразований; – подстановки, циклы, транспозиции.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
11	Подгруппы Рассматриваемые вопросы: – определение подгруппы; – степень элемента в группе; – порядок элемента в группе; – циклическая подгруппа.
12	Отображения групп Рассматриваемые вопросы: – гомоморфизм групп; – ядро и образ гомоморфизма; – изоморфизм групп.
13	Циклические группы Рассматриваемые вопросы: – определение циклической группы, образующий элемент, порядок; – свойства циклических групп; – изоморфизм циклических групп.
14	Кольца и поля Рассматриваемые вопросы: – аксиомы кольца и следствия из них; – коммутативное кольцо; – кольцо с единицей; – делители нуля в кольце; – аддитивная группа кольца; – аксиомы поля и следствия из них; – мультипликативная группа поля; – примеры числовых колец и полей; – кольцо матриц.
15	Кольцо вычетов Рассматриваемые вопросы: – «m-арифметики» и кольца вычетов по модулю m; – кольца вычетов по простому и составному модулю; – обратимые элементы и делители нуля.
16	Кольцо многочленов Рассматриваемые вопросы: – кольцо многочленов над полем; – делимость и деление с остатком; – наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; – понятие неприводимого многочлена; – неприводимые многочлены над полями C, R, Q.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Целые числа. Делимость В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком; на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
2	Простые и составные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.
3	Основная теорема арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК, нахождение числа и суммы делителей натурального числа).
4	Решение диофантовых уравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.
5	Решение сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.
6	Арифметические приложения сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления, к формулированию признаков делимости, к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.
7	Цепные дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби, а также навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений.
8	Виды алгебраических операций В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).
9	Группа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.
10	Подстановки В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.
11	Подгруппы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.
12	Отображения групп В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.
13	Циклические группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.
14	Кольца и поля В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо матриц.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
15	Кольцо вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю m, на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.
16	Кольцо многочленов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями C, R, Q.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Ряднов, А. В. Теория групп: Практикум : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2020. — 52 с. ISBN нет	https://e.lanbook.com/book/175906 (дата обращения: 10.04.2025)
2	Ряднов, А. В. Алгебраические системы : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019.	https://e.lanbook.com/book/175670 (дата обращения: 10.04.2025)

	— 193 с. ISBN нет	
3	острикин, Алексей Иванович (1929-2000). Введение в алгебру : Ч. 1 : Основы алгебры учебник для студентов университетов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" : в 3-х частях / А. И. Кострикин. — Москва : МЦНМО, 2020. — 272 с..; ISBN 978-5-4439-3264-4	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012711199/?ysclid=m9bf572sui718418922
4	Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник : в 3 частях / А. И. Кострикин. — 3-е изд., стер. — Москва : МЦНМО, 2020 — Часть II : Линейная алгебра — 2020. — 367 с. — ISBN 978-5-4439-3265-1	https://e.lanbook.com/book/146750 (дата обращения: 02.05.2024).
5	Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник : в 3 частях / А. И. Кострикин. — 3-е изд., стер. —	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012711199/?ysclid=m9bgpmsdkt825686814

	Москва : МЦНМО, 2020 — Часть III : Основные структуры алгебры — 2020. — 271 с. — ISBN 978-5-4439-3266-8	
6	Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. — 5-е изд., стереотип. — Москва : МЦНМО, 2021. — 590 с. — ISBN 978-5-4439-2183-9.	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012710577/?ysclid=m9bgsn05n5791521512
7	Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2	https://urait.ru/bcode/540008 (дата обращения: 10.04.2025)
8	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. — 13-е изд., стер.	https://e.lanbook.com/book/529 (дата обращения: 30.04.2025)

	— Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-0707-1.	
9	Аршинов, Михаил Наумович. Грани алгебры / М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский ; под ред. Ю. В. Кузьмина. — Москва : Факториал Пресс, 2008. — 328 с. : ил. : 22 см.; ISBN 978-5-88688-091-5	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003444364/?ysclid=ma3qciyzlp306409600, дата обращения: 30.04.2025

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http://library.miit.ru);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (http://ibooks.ru/).
- Интернет-университет информационных технологий (http://www.intuit.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования. Для практических занятий – наличие персональных компьютеров.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 3 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Цифровые технологии управления
транспортными процессами» Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической
комиссии Н.А. Андриянова