

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Элементы алгебры и теории чисел**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 02.04.2024

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

- формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин;
- формирование компетенций, применяемых для научно-исследовательской деятельности.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

- овладение основами высшей алгебры и теории чисел;
- формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

### **Уметь:**

- решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

### **Владеть:**

- методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №3
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	96	96
В том числе:		
Занятия лекционного типа	48	48
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 48 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Кольцо целых чисел Рассматриваемые вопросы: – свойства операций; – определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания; – свойства нуля; – правила знаков.
2	Делимость целых чисел Рассматриваемые вопросы: – определение и свойства отношения делимости; – деление с остатком, существование и единственность.
3	Наибольший общий делитель Рассматриваемые вопросы: – определение наибольшего общего делителя;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– существование НОД; линейное представление НОД;</li> <li>– единственность НОД; эквивалентное определение НОД;</li> <li>– алгоритм Евклида.</li> </ul>
4	<b>Наименьшее общее кратное</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– взаимно простые числа, определение и свойства;</li> <li>– определение наименьшего общего кратного;</li> <li>– существование НОК, выражение его через НОД;</li> <li>– единственность НОК; эквивалентное определение НОК.</li> </ul>
5	<b>Простые и составные числа</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– определения простого и составного числа;</li> <li>– свойства простых чисел;</li> <li>– решето Эратосфена;</li> <li>– бесконечность множества простых чисел;</li> <li>– теорема об интервалах.</li> </ul>
6	<b>Основная теорема арифметики</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– доказательство основной теоремы арифметики;</li> <li>– каноническое представление делителя натурального числа;</li> <li>– канонические представления НОД и НОК натуральных чисел;</li> <li>– число и сумма делителей натурального числа.</li> </ul>
7	<b>Отношение сравнимости по модулю</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие сравнимости по модулю;</li> <li>– свойства отношения сравнимости по модулю;</li> <li>– «<math>m</math>-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.</li> </ul>
8	<b>Три теоремы о сравнениях</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– малая теорема Ферма и ее следствие;</li> <li>– функция Эйлера;</li> <li>– теорема Эйлера;</li> <li>– теорема Вильсона.</li> </ul>
9	<b>Решение линейных сравнений</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– решение линейных сравнений;</li> <li>– арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).</li> </ul>
10	<b>Цепные дроби</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение цепной дроби;</li> <li>– представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность;</li> <li>– вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.</li> </ul>
11	<b>Применение подходящих дробей</b> Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– приближенные значения рациональных чисел;</li> <li>– представление квадратных корней;</li> <li>– представление иррациональных чисел;</li> <li>– решение диофантовых уравнений и линейных сравнений.</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
12	<p><b>Виды алгебраических операций</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие алгебраической (бинарной) операции;</li> <li>– операции коммутативные, ассоциативные, обратимые;</li> <li>– дистрибутивность одной операции относительно другой;</li> <li>– нейтральный элемент операции;</li> <li>– обратимые элементы операции.</li> </ul>
13	<p><b>Группа</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение группы;</li> <li>– необходимое и достаточное условие;</li> <li>– абелева группа.</li> </ul>
14	<p><b>Группа преобразований</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– отображение;</li> <li>– взаимно-однозначное соответствие;</li> <li>– преобразование;</li> <li>– композиция преобразований;</li> <li>– группа преобразований данного множества.</li> </ul>
15	<p><b>Преобразования конечного множества</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– подстановки;</li> <li>– циклы;</li> <li>– транспозиции.</li> </ul>
16	<p><b>Подгруппы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение подгруппы;</li> <li>– степень элемента в группе;</li> <li>– порядок элемента в группе;</li> <li>– циклическая подгруппа.</li> </ul>
17	<p><b>Отображения групп</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– гомоморфизм групп;</li> <li>– ядро и образ гомоморфизма;</li> <li>– изоморфизм групп.</li> </ul>
18	<p><b>Циклические группы</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение циклической группы, образующий элемент, порядок;</li> <li>– свойства циклических групп;</li> <li>– изоморфизм циклических групп.</li> </ul>
19	<p><b>Кольца и поля</b></p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– аксиомы кольца и следствия из них;</li> <li>– коммутативное кольцо;</li> <li>– кольцо с единицей;</li> <li>– делители нуля в кольце;</li> <li>– аддитивная группа кольца;</li> <li>– аксиомы поля и следствия из них;</li> <li>– мультипликативная группа поля;</li> </ul>

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– примеры числовых колец и полей; – кольцо матриц.
20	<b>Кольцо вычетов</b> Рассматриваемые вопросы: – « $m$ -арифметики» и кольца вычетов по модулю $m$ ; – кольца вычетов по простому и составному модулю; – обратимые элементы и делители нуля.
21	<b>Поле комплексных чисел</b> Рассматриваемые вопросы: – построение поля комплексных чисел; – комплексно-сопряженные числа; – алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа; – извлечение корней в поле комплексных чисел.
22	<b>Кольцо многочленов</b> Рассматриваемые вопросы: – кольцо многочленов над полем; – делимость и деление с остатком; – наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; – понятие неприводимого многочлена; – неприводимые многочлены над полями $C, R, Q$ .
23	<b>Алгебраические и трансцендентные числа</b> Рассматриваемые вопросы: – корни многочлена, связь с разложением на множители; – алгебраические числа и трансцендентные числа; – минимальный многочлен алгебраического числа; – простые расширения числовых полей.
24	<b>Поля Галуа</b> Рассматриваемые вопросы: – характеристика поля; – конечные поля (поля Галуа); – порядок и характеристика конечного поля; – примеры построения конечных полей.

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<b>Целые числа. Делимость</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком.
2	<b>Алгоритм Евклида</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.
3	<b>Простые и составные числа</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.
4	<b>Основная теорема арифметики</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК).
5	<b>Основная теорема арифметики</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (нахождение числа и суммы делителей натурального числа).
6	<b>Решение диофантовых уравнений</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.
7	<b>Решение сравнений</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.
8	<b>Арифметические приложения сравнений</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления и к формулированию признаков делимости.
9	<b>Арифметические приложения сравнений</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.
10	<b>Цепные дроби</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби.
11	<b>Подходящие дроби</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений.
12	<b>Виды алгебраических операций</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).
13	<b>Группа</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.
14	<b>Группа преобразований</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на исследование групп преобразований данных множеств.
15	<b>Подстановки</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.
16	<b>Подгруппы</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.
17	<b>Отображения групп</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.
18	<b>Циклические группы</b> В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
19	Кольца и поля В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо матриц.
20	Кольцо вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю $m$ , на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.
21	Поле комплексных чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, на извлечение корней в поле комплексных чисел.
22	Кольцо многочленов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями $C, R, Q$ .
23	Алгебраические и трансцендентные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения алгебраического числа, нахождение минимального многочлена алгебраического числа, построение простых расширений числовых полей.
24	Поля Галуа В результате выполнения заданий студент знакомится с некоторыми примерами построения конечных полей.

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Ряднов, А. В. Теория групп: Практикум : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2020. — 52 с. ISBN нет	<a href="https://e.lanbook.com/book/175906">https://e.lanbook.com/book/175906</a> (дата обращения: 02.05.2024).
2	Ряднов, А. В. Алгебраические системы : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019. — 193 с. ISBN нет	<a href="https://e.lanbook.com/book/175670">https://e.lanbook.com/book/175670</a> (дата обращения: 02.05.2024).



3	Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 27-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2026. — 432 с. — ISBN 978-5-507-54342-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система	<a href="https://e.lanbook.com/book/507517">https://e.lanbook.com/book/507517</a> (дата обращения: 05.11.2025).
4	Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2	<a href="https://urait.ru/bcode/540008">https://urait.ru/bcode/540008</a> (дата обращения: 02.05.2024)

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Электронно-библиотечная система ibooks.ru (<http://ibooks.ru/>).
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 3 семестре.

## 10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова