

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**  
**(РУТ (МИИТ))**



Рабочая программа дисциплины (модуля),  
как компонент образовательной программы  
высшего образования - программы бакалавриата  
по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика,  
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)  
Тимониным В.С.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Элементы алгебры и теории чисел**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде  
электронного документа выгружена из единой  
корпоративной информационной системы управления  
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)  
ID подписи: 5665  
Подписал: заведующий кафедрой Нутович Вероника  
Евгеньевна  
Дата: 10.04.2025

## 1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

- формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин и в профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- овладение основами высшей алгебры и теории чисел;
- формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

**УК-1** - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

### **Знать:**

- основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

### **Уметь:**

- решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

### **Владеть:**

- методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

## 3. Объем дисциплины (модуля).

### 3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 4 з.е. (144 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами,

привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

| Тип учебных занятий                                       | Количество часов |            |
|-----------------------------------------------------------|------------------|------------|
|                                                           | Всего            | Семестр №3 |
| Контактная работа при проведении учебных занятий (всего): | 64               | 64         |
| В том числе:                                              |                  |            |
| Занятия лекционного типа                                  | 32               | 32         |
| Занятия семинарского типа                                 | 32               | 32         |

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 80 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля).

##### 4.1. Занятия лекционного типа.

| № п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Кольцо целых чисел<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– свойства операций;<br>– определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания;<br>– свойства нуля;<br>– правила знаков;<br>– определение и свойства отношения делимости;<br>– деление с остатком, существование и единственность.                                                            |
| 2     | Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное<br>Рассматриваемые вопросы:<br>– определение наибольшего общего делителя;<br>– существование НОД; линейное представление НОД;<br>– единственность НОД; эквивалентное определение НОД;<br>– алгоритм Евклида;<br>– взаимно простые числа, определение и свойства;<br>– определение наименьшего общего кратного; |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>– существование НОК, выражение его через НОД;</li> <li>– единственность НОК; эквивалентное определение НОК.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                 |
| 3        | <b>Простые и составные числа</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– определения простого и составного числа;</li> <li>– свойства простых чисел;</li> <li>– решето Эратосфена;</li> <li>– бесконечность множества простых чисел;</li> <li>– теорема об интервалах.</li> </ul>                                                                |
| 4        | <b>Основная теорема арифметики</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– доказательство основной теоремы арифметики;</li> <li>– каноническое представление делителя натурального числа;</li> <li>– канонические представления НОД и НОК натуральных чисел;</li> <li>– число и сумма делителей натурального числа.</li> </ul>                   |
| 5        | <b>Отношение сравнимости по модулю</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие сравнимости по модулю;</li> <li>– свойства отношения сравнимости по модулю;</li> <li>– «<math>m</math>-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.</li> </ul>                                                                                      |
| 6        | <b>Три теоремы о сравнениях</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– малая теорема Ферма и ее следствие;</li> <li>– функция Эйлера;</li> <li>– теорема Эйлера;</li> <li>– теорема Вильсона.</li> </ul>                                                                                                                                        |
| 7        | <b>Решение линейных сравнений</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– решение линейных сравнений;</li> <li>– арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).</li> </ul>                                                                   |
| 8        | <b>Цепные дроби</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение цепной дроби;</li> <li>– представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность;</li> <li>– вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.</li> </ul>                                                                         |
| 9        | <b>Виды алгебраических операций</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– понятие алгебраической (бинарной) операции;</li> <li>– операции коммутативные, ассоциативные, обратимые;</li> <li>– дистрибутивность одной операции относительно другой;</li> <li>– нейтральный элемент операции;</li> <li>– обратимые элементы операции.</li> </ul> |
| 10       | <b>Группа</b><br>Рассматриваемые вопросы: <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение группы;</li> <li>– необходимое и достаточное условие;</li> <li>– абелева группа;</li> <li>– группа преобразований;</li> <li>– подстановки, циклы, транспозиции.</li> </ul>                                                                                                     |

| №<br>п/п | Тематика лекционных занятий / краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 11       | <p>Подгруппы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение подгруппы;</li> <li>– степень элемента в группе;</li> <li>– порядок элемента в группе;</li> <li>– циклическая подгруппа.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                     |
| 12       | <p>Отображения групп</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– гомоморфизм групп;</li> <li>– ядро и образ гомоморфизма;</li> <li>– изоморфизм групп.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                            |
| 13       | <p>Циклические группы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определение циклической группы, образующий элемент, порядок;</li> <li>– свойства циклических групп;</li> <li>– изоморфизм циклических групп.</li> </ul>                                                                                                                                                                                    |
| 14       | <p>Кольца и поля</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– аксиомы кольца и следствия из них;</li> <li>– коммутативное кольцо;</li> <li>– кольцо с единицей;</li> <li>– делители нуля в кольце;</li> <li>– аддитивная группа кольца;</li> <li>– аксиомы поля и следствия из них;</li> <li>– мультипликативная группа поля;</li> <li>– примеры числовых колец и полей;</li> <li>– кольцо матриц.</li> </ul> |
| 15       | <p>Кольцо вычетов</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– «<math>m</math>-арифметики» и кольца вычетов по модулю <math>m</math>;</li> <li>– кольца вычетов по простому и составному модулю;</li> <li>– обратимые элементы и делители нуля.</li> </ul>                                                                                                                                                    |
| 16       | <p>Кольцо многочленов</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– кольцо многочленов над полем;</li> <li>– делимость и деление с остатком;</li> <li>– наибольший общий делитель, алгоритм Евклида;</li> <li>– понятие неприводимого многочлена;</li> <li>– неприводимые многочлены над полями <math>C, R, Q</math>.</li> </ul>                                                                               |

## 4.2. Занятия семинарского типа.

### Практические занятия

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | <p>Целые числа. Делимость</p> <p>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком; на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.</p> |

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2        | <b>Простые и составные числа</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.                                                                                                                                   |
| 3        | <b>Основная теорема арифметики</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК, нахождение числа и суммы делителей натурального числа).              |
| 4        | <b>Решение диофантовых уравнений</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.                                                                                                                                 |
| 5        | <b>Решение сравнений</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.                                                                                                                                                             |
| 6        | <b>Арифметические приложения сравнений</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления, к формулированию признаков делимости, к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.                |
| 7        | <b>Цепные дроби</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби, а также навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений. |
| 8        | <b>Виды алгебраических операций</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).                                          |
| 9        | <b>Группа</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.                                                                                                                     |
| 10       | <b>Подстановки</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.                                                     |
| 11       | <b>Подгруппы</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.                                                                                                                        |
| 12       | <b>Отображения групп</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.                                                                                      |
| 13       | <b>Циклические группы</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.                                                                                                                        |
| 14       | <b>Кольца и поля</b><br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо матриц.                                                                                             |

| №<br>п/п | Тематика практических занятий/краткое содержание                                                                                                                                                                                          |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 15       | Кольцо вычетов<br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю $m$ , на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.                                    |
| 16       | Кольцо многочленов<br>В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями $C, R, Q$ . |

#### 4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

| №<br>п/п | Вид самостоятельной работы             |
|----------|----------------------------------------|
| 1        | Изучение учебной литературы.           |
| 2        | Подготовка к практическим занятиям.    |
| 3        | Подготовка к промежуточной аттестации. |
| 4        | Подготовка к текущему контролю.        |

#### 5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

| №<br>п/<br>п | Библиографическое описание                                                                                                                                                          | Место доступа                                                                                                  |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1            | Ряднов, А. В.<br>Теория групп:<br>Практикум :<br>учебное пособие<br>/ А. В. Ряднов, Т.<br>В. Меренкова, В.<br>В. Трубаев. —<br>Москва : РУТ<br>(МИИТ), 2020.<br>— 52 с. ISBN<br>нет | <a href="https://e.lanbook.com/book/175906">https://e.lanbook.com/book/175906</a> (дата обращения: 10.04.2025) |
| 2            | Ряднов, А. В.<br>Алгебраические<br>системы :<br>учебное пособие<br>/ А. В. Ряднов, Т.<br>В. Меренкова, В.<br>В. Трубаев. —<br>Москва : РУТ<br>(МИИТ), 2019.                         | <a href="https://e.lanbook.com/book/175670">https://e.lanbook.com/book/175670</a> (дата обращения: 10.04.2025) |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                           |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | — 193 с. ISBN нет                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                           |
| 3 | <p>Кострикин, А.И. (1929-2000). Введение в алгебру : Ч. 1 : Основы алгебры учебник для студентов университетов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" : в 3-х частях / А. И. Кострикин. — Москва : МЦНМО, 2020. — 272 с.; ISBN 978-5-4439-3264-4</p> | <a href="https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012711199/?ysclid=m9bf572sui718418922">https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012711199/?ysclid=m9bf572sui718418922</a> |
| 4 | <p>Шилин, И. А. Введение в алгебру. Группы : учебное пособие / И. А. Шилин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1419-2.</p>                                                                                                                                  | <a href="https://e.lanbook.com/book/211004">https://e.lanbook.com/book/211004</a> (дата обращения: 23.10.2025).                                                           |
| 5 | <p>Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. — 5-е изд., стереотип. — Москва : МЦНМО, 2021. — 590 с. — ISBN 978-5-4439-2183-9.</p>                                                                                                                                     | <a href="https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012710577/?ysclid=m9bgsn05n5791521512">https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012710577/?ysclid=m9bgsn05n5791521512</a> |
| 6 | <p>Ларин, С. В. Алгебра и</p>                                                                                                                                                                                                                                                       | <a href="https://urait.ru/bcode/540008">https://urait.ru/bcode/540008</a> (дата обращения: 10.04.2025)                                                                    |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                              |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | <p>теория чисел.<br/>Группы, кольца<br/>и поля : учебное<br/>пособие для<br/>вузов / С. В.<br/>Ларин. — 2-е<br/>изд., испр. и доп.<br/>— Москва :<br/>Издательство<br/>Юрайт, 2024. —<br/>160 с. —<br/>(Высшее<br/>образование). —<br/>ISBN 978-5-534-<br/>05567-2</p> |                                                                                                                                                                                                              |
| 7 | <p>Проскуряков, И.<br/>В. Сборник<br/>задач по<br/>линейной<br/>алгебре :<br/>учебное пособие<br/>/ И. В.<br/>Проскуряков. —<br/>13-е изд., стер.<br/>— Санкт-<br/>Петербург :<br/>Лань, 2010. —<br/>480 с. — ISBN<br/>978-5-8114-0707-<br/>1.</p>                     | <p><a href="https://e.lanbook.com/book/529">https://e.lanbook.com/book/529</a> (дата обращения: 30.04.2025)</p>                                                                                              |
| 8 | <p>Аршинов,<br/>Михаил<br/>Наумович.<br/>Грани алгебры /<br/>М. Н. Аршинов,<br/>Л. Е. Садовский<br/>; под ред. Ю. В.<br/>Кузьмина. —<br/>Москва :<br/>Факториал<br/>Пресс, 2008. —<br/>328 с. : ил. : 22<br/>см.; ISBN 978-5-<br/>88688-091-5</p>                      | <p><a href="https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003444364/?ysclid=ma3qciyzlp306409600">https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003444364/?ysclid=ma3qciyzlp306409600</a>, дата обращения: 30.04.2025</p> |

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru));
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования. Для практических занятий – наличие персональных компьютеров.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет в 3 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры  
«Цифровые технологии управления  
транспортными процессами»

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

Заведующий кафедрой ЦТУТП

В.Е. Нутович

Председатель учебно-методической  
комиссии

Н.А. Андриянова