

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором РУТ (МИИТ)
Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Элементы алгебры и теории чисел

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 18.06.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

– формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин и в профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

– овладение основами высшей алгебры и теории чисел;
– формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

– основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

Уметь:

– решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

Владеть:

– методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 8 з.е. (288 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов		
	Всего	Семестр	
		№2	№3
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	144	64	80
В том числе:			
Занятия лекционного типа	64	32	32
Занятия семинарского типа	80	32	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 144 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Кольцо целых чисел Рассматриваемые вопросы: – свойства операций; – определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания; – свойства нуля; – правила знаков; – определение и свойства отношения делимости; – деление с остатком, существование и единственность.
2	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное Рассматриваемые вопросы: – определение наибольшего общего делителя; – существование НОД; линейное представление НОД; – единственность НОД; эквивалентное определение НОД;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> – алгоритм Евклида; – взаимно простые числа, определение и свойства; – определение наименьшего общего кратного; – существование НОК, выражение его через НОД; – единственность НОК; эквивалентное определение НОК.
3	<p>Простые и составные числа</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определения простого и составного числа; – свойства простых чисел; – решето Эратосфена; – бесконечность множества простых чисел; – теорема об интервалах.
4	<p>Основная теорема арифметики</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – доказательство основной теоремы арифметики; – каноническое представление делителя натурального числа; – канонические представления НОД и НОК натуральных чисел; – число и сумма делителей натурального числа.
5	<p>Отношение сравнимости по модулю</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – понятие сравнимости по модулю; – свойства отношения сравнимости по модулю; – «m-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.
6	<p>Три теоремы о сравнениях</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – малая теорема Ферма и ее следствие; – функция Эйлера; – теорема Эйлера; – теорема Вильсона.
7	<p>Решение линейных сравнений</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решение линейных сравнений; – арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).
8	<p>Цепные дроби</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определение цепной дроби; – представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность; – вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.
9	<p>Виды алгебраических операций</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – понятие алгебраической (бинарной) операции; – операции коммутативные, ассоциативные, обратимые; – дистрибутивность одной операции относительно другой; – нейтральный элемент операции; – обратимые элементы операции.
10	<p>Группа</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определение группы; – необходимое и достаточное условие;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	<ul style="list-style-type: none"> – абелева группа; – группа преобразований; – подстановки, циклы, транспозиции.
11	<p>Подгруппы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определение подгруппы; – степень элемента в группе; – порядок элемента в группе; – циклическая подгруппа.
12	<p>Отображения групп</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – гомоморфизм групп; – ядро и образ гомоморфизма; – изоморфизм групп.
13	<p>Циклические группы</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – определение циклической группы, образующий элемент, порядок; – свойства циклических групп; – изоморфизм циклических групп.
14	<p>Кольца и поля</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – аксиомы кольца и следствия из них; – коммутативное кольцо; – кольцо с единицей; – делители нуля в кольце; – аддитивная группа кольца; – аксиомы поля и следствия из них; – мультипликативная группа поля; – примеры числовых колец и полей; – кольцо матриц.
15	<p>Кольцо вычетов</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – «m-арифметики» и кольца вычетов по модулю m; – кольца вычетов по простому и составному модулю; – обратимые элементы и делители нуля.
16	<p>Кольцо многочленов</p> <p>Рассматриваемые вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> – кольцо многочленов над полем; – делимость и деление с остатком; – наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; – понятие неприводимого многочлена; – неприводимые многочлены над полями C, R, Q.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	<p>Целые числа. Делимость В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком; на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.</p>
2	<p>Простые и составные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.</p>
3	<p>Основная теорема арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК, нахождение числа и суммы делителей натурального числа).</p>
4	<p>Решение диофантовых уравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.</p>
5	<p>Решение сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.</p>
6	<p>Арифметические приложения сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления, к формулированию признаков делимости, к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.</p>
7	<p>Цепные дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби, а также навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений.</p>
8	<p>Виды алгебраических операций В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).</p>
9	<p>Группа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.</p>
10	<p>Подстановки В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.</p>
11	<p>Подгруппы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.</p>
12	<p>Отображения групп В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.</p>
13	<p>Циклические группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.</p>

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
14	Кольца и поля В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо матриц.
15	Кольцо вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю m , на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.
16	Кольцо многочленов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями C, R, Q .

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение учебной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/ п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Ряднов, А. В. Теория групп: Практикум : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2020. — 52 с. ISBN нет	https://e.lanbook.com/book/175906 (дата обращения: 10.04.2025)
2	Ряднов, А. В. Алгебраические системы : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т.	https://e.lanbook.com/book/175670 (дата обращения: 10.04.2025)

	В. Меренкова, В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019. — 193 с. ISBN нет	
3	Кострикин, А.И. (1929-2000). Введение в алгебру : Ч. 1 : Основы алгебры учебник для студентов университетов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" : в 3-х частях / А. И. Кострикин. — Москва : МЦНМО, 2020. — 272 с.; ISBN 978-5-4439-3264-4	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012711199/?ysclid=m9bf572sui718418922
4	Шилин, И. А. Введение в алгебру. Группы : учебное пособие / И. А. Шилин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1419-2.	https://e.lanbook.com/book/211004 (дата обращения: 23.10.2025).
5	Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. — 5-е изд., стереотип. — Москва : МЦНМО, 2021. — 590 с. —	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_012710577/?ysclid=m9bgsn05n5791521512

	ISBN 978-5-4439-2183-9.	
6	Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534- 05567-2	https://urait.ru/bcode/540008 (дата обращения: 10.04.2025)
7	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. — 13-е изд., стер. — Санкт- Петербург : Лань, 2010. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-0707- 1.	https://e.lanbook.com/book/529 (дата обращения: 30.04.2025)
8	Аршинов, Михаил Наумович. Грани алгебры / М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский ; под ред. Ю. В. Кузьмина. — Москва : Факториал Пресс, 2008. —	https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003444364/?ysclid=ma3qciyzlp306409600 , дата обращения: 30.04.2025

328 с. : ил. : 22 см.; ISBN 978-5- 88688-091-5	
--	--

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.miit.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования. Для практических занятий – наличие персональных компьютеров.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет во 2 семестре.

Экзамен в 3 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ
Председатель учебно-методической
комиссии

С.А. Тищенко

Н.А. Андриянова