

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ))



Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
базового высшего образования
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониним В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Элементы алгебры и теории чисел

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде
электронного документа выгружена из единой
корпоративной информационной системы управления
университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ
(МИИТ)

ID подписи: 1343395

Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей
Александрович

Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целью освоения дисциплины (модуля) является:

– формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин и в профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

– овладение основами высшей алгебры и теории чисел;
– формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

– основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

Уметь:

– решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

Владеть:

– методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 8 з.е. (288 академических часа(ов)).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов		
	Всего	Семестр	
		№2	№3
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	144	64	80
В том числе:			
Занятия лекционного типа	64	32	32
Занятия семинарского типа	80	32	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 144 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Кольцо целых чисел Рассматриваемые вопросы:– свойства операций;– определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания;– свойства нуля; – правила знаков.
2	Делимость в кольце целых чисел Рассматриваемые вопросы: – определение отношения делимости; – свойства отношения делимости; – деление с остатком, существование и единственность.
3	Наибольший общий делитель в кольце целых чисел Рассматриваемые вопросы: – определение наибольшего общего делителя;– существование НОД; линейное представление НОД;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– единственность НОД; эквивалентное определение НОД; – алгоритм Евклида.
4	Взаимно простые числа Рассматриваемые вопросы: – определение взаимно простых чисел; – свойства взаимно простых чисел; – критерий того, что число делится на произведение взаимно простых чисел.
5	Наименьшее общее кратное в кольце целых чисел Рассматриваемые вопросы: – определение наименьшего общего кратного;– существование НОК, выражение его через НОД; – единственность НОК; эквивалентное определение НОК.
6	Простые и составные числа Рассматриваемые вопросы:– определения простого и составного числа;– свойства простых чисел;– решето Эратосфена.
7	Бесконечность множества простых чисел Рассматриваемые вопросы: –теорема Евклида; –бесконечность множества простых чисел, составляющих арифметическую прогрессию; –теорема об интервалах.
8	Основная теорема арифметики Рассматриваемые вопросы:– доказательство основной теоремы арифметики (существование разложения); –доказательство основной теоремы арифметики (единственность разложения); –каноническое представление натурального числа.
9	Следствия основной теоремы арифметики Рассматриваемые вопросы:– каноническое представление делителя натурального числа;– канонические представления НОД и НОК натуральных чисел;– число и сумма делителей натурального числа.
10	Отношение сравнимости по модулю Рассматриваемые вопросы:– понятие сравнимости по модулю;– свойства отношения сравнимости по данному модулю;–свойства сравнений, связанные с изменением модуля.– « m -арифметики».
11	«m-арифметики». Рассматриваемые вопросы: –арифметики остатков; –противоположные и обратные остатки; –решение уравнений.
12	Кольцо вычетов по данному модулю Рассматриваемые вопросы:– свойства таблицы сложения в « m -арифметике»; – свойства сокращенной таблицы умножения в « m -арифметике при составном m ; – свойства сокращенной таблицы умножения в « m -арифметике» при простом m ; –особенности кольца вычетов по простому и по составному модулю.
13	Три теоремы о сравнениях Рассматриваемые вопросы:– малая теорема Ферма и ее следствие; – функция Эйлера; – теорема Эйлера;– теорема Вильсона.
14	Решение линейных сравнений Рассматриваемые вопросы:– существование и число решений линейного сравнения;– арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков); –признаки делимости.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
15	Цепные дроби Рассматриваемые вопросы:– определение цепной дроби; – представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность;– вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.
16	Применение подходящих дробей Рассматриваемые вопросы: –приближенные значения иррациональных чисел; –решение линейных сравнений; –решение неопределенных уравнений.
17	Виды алгебраических операций Рассматриваемые вопросы:– понятие алгебраической (бинарной) операции; – операции коммутативные, ассоциативные, обратимые; – дистрибутивность одной операции относительно другой; – нейтральный элемент операции; – обратимые элементы операции.
18	Группы Рассматриваемые вопросы:– определение группы; – необходимое и достаточное условие;– абелева группа.
19	Группы преобразований Рассматриваемые вопросы: – группа преобразований произвольного множества; – подстановки; – циклы и транспозиции.
20	Подгруппы Рассматриваемые вопросы:– определение подгруппы; – необходимое и достаточное условие; –степень элемента в группе.
21	Нормальные делители и фактор-группы Рассматриваемые вопросы: –определение нормального делителя –критерий нормального делителя; –определение и свойства фактор-группы.
22	Циклические подгруппы Рассматриваемые вопросы: – порядок элемента в группе; – циклическая подгруппа; –порядок циклической подгруппы.
23	Гомоморфизм групп Рассматриваемые вопросы:– гомоморфизм алгебраических структур; –гомоморфный образ группы; – ядро и образ гомоморфизма.
24	Циклические группы Рассматриваемые вопросы: – определение циклической группы; – образующий элемент, порядок;– свойства циклических групп.
25	Изоморфизм групп Рассматриваемые вопросы: –понятие изоморфизма, примеры;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	–изоморфизм циклических групп одного порядка; –изоморфизм циклических групп бесконечного порядка.
26	Кольца Рассматриваемые вопросы:– аксиомы кольца и следствия из них;– коммутативное кольцо;– кольцо с единицей; – делители нуля в кольце; – аддитивная группа кольца; –кольцо матриц.
27	Идеалы и фактор-кольца Рассматриваемые вопросы: –определение левого и правого идеала; –идеал, необходимое и достаточное условие; –определение и свойства фактор-кольца.
28	Поля Рассматриваемые вопросы:– аксиомы поля и следствия из них;– мультипликативная группа поля; – примеры числовых колец и полей; –поля вычетов.
29	Поле комплексных чисел Рассматриваемые вопросы:– построение поля комплексных чисел;– тригонометрическая форма комплексного числа;– степени и корни в поле комплексных чисел.
30	Кольца многочленов Рассматриваемые вопросы:– кольцо многочленов над полем;– делимость и деление с остатком;– наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; – понятие неприводимого многочлена;– неприводимые многочлены над полями $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$.
31	Алгебраические и трансцендентные числа Рассматриваемые вопросы:– корни многочлена, связь с разложением на множители; – алгебраические числа и трансцендентные числа; – минимальный многочлен алгебраического числа; – простые расширения числовых полей.
32	Поля Галуа Рассматриваемые вопросы: – характеристика поля; – конечные поля (поля Галуа); – порядок и характеристика конечного поля; – примеры построения конечных полей.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Целые числа. Делимость В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком.
2	НОД и НОК целых чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
3	Простые числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.
4	Свойства простых чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, в частности, задач на доказательство.
5	Составные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств составных чисел, в частности, задач на доказательство.
6	Основная теорема арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики, на разложение числа на простые множители.
7	Каноническое разложение натурального числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение канонического разложения числа (нахождение канонического разложения НОД и НОК, нахождение числа и суммы делителей натурального числа).
8	Следствия основной теоремы арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение следствий основной теоремы арифметики.
9	Диофантовы уравнения В результате выполнения заданий студент знакомится с диофантовыми уравнениями и основными утверждениями, связанными с ними.
10	Решение диофантовых уравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.
11	Решение сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.
12	Арифметические приложения сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления, к формулированию признаков делимости, к решению диофантовых уравнений и к проверке результатов арифметических действий.
13	Цепные дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби (а также иррационального числа в виде периодической цепной дроби) и решения обратной задачи.
14	Периодические цепные дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления иррационального числа в виде периодической цепной дроби и решения обратной задачи.
15	Подходящие дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на вычисление подходящих дробей и их применения к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел.
16	Применение подходящих дробей В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение подходящих дробей к решению сравнений и диофантовых уравнений.
17	Виды алгебраических операций В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).
18	Группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.
19	Примеры групп В результате выполнения заданий студент знакомится с основными примерами аддитивных и мультипликативных групп.
20	Подстановки В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками
21	Разложение подстановки В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.
22	Подгруппы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе.
23	Нормальные делители и фактор-группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения нормального делителя и определения фактор-группы.
24	Циклические подгруппы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической подгруппы.
25	Отображения групп В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядра и образа гомоморфизма.
26	Изоморфизм групп В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач, на установление изоморфизма групп.
27	Циклические группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.
28	Кольца и идеалы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и понятия идеала; разбирает примеры числовых колец и кольцо матриц.
29	Фактор-кольца В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств фактор-кольца.
30	Поля В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств поля, разбирает примеры числовых полей.
31	Поле комплексных чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на использование алгебраической формы комплексного числа.
32	Степени и корни в поле комплексных чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на использование тригонометрической формы комплексного числа.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
33	Кольца вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю m , на отыскание обратимых элементов и делителей нуля
34	Поля вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по простому модулю.
35	Делимость в кольце многочленов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями.
36	Деление многочлена на линейный двучлен В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на деление многочлена на линейный двучлен и на нахождение значения многочлена в точке.
37	Многочлены с комплексными коэффициентами В результате выполнения заданий студент приобретает навыки разложения многочлена на множители и применения формул Виета.
38	Неприводимые многочлены В результате выполнения заданий студент приобретает навыки проверки неприводимости многочленов над полями Q, R, C и навыки разложения многочлена на неприводимые множители.
39	Алгебраические и трансцендентные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения алгебраического числа, нахождение минимального многочлена алгебраического числа, построение простых расширений числовых полей.
40	Поля Галуа В результате выполнения заданий студент знакомится с некоторыми примерами построения конечных полей.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Самостоятельное изучение лекционного материала.
2	Изучение учебной литературы из приведённых источников.
3	Подготовка к практическим занятиям.
4	Подготовка к промежуточной аттестации.
5	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Глухова, Н. В. Алгебра многочленов : учебное пособие / Н. В. Глухова, О. И. Череватенко, А. Н. Кувшинова. — Ульяновск : УлГПУ им. И.Н.	https://e.lanbook.com/book/338063

	Ульянова, 2022. — 60 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	
2	Ермолаева, Н. Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры : учебное пособие / Н. Н. Ермолаева, В. А. Козынченко, Г. И. Курбатова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1657-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/211595
3	Крылов, П. А. Упражнения по группам, кольцам и полям : учебное пособие / П. А. Крылов, А. А. Туганбаев, А. Р. Чехлов. — 3-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2025. — 212 с. — ISBN 978-5-9765-1506-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/504955
4	Лазарева, Е. А. Избранные вопросы алгебры и теории чисел : учебно-методическое пособие / Е. А. Лазарева, Е. А. Панасенко. — Тамбов : ТГУ им. Г.Р.Державина, 2023. — 99 с. — ISBN 978-5-00078-881-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/504495
5	Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии : учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 456 с. — ISBN 978-5-507-54092-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/505394

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

- Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (<http://library.mii.ru>);
- Информационный портал Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (www.elibrary.ru);
- Образовательная платформа «Юрайт» (<https://urait.ru/>);
- Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com/>);
- Интернет-университет информационных технологий (<http://www.intuit.ru/>).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

- Операционная система Windows;
- Microsoft Office;
- MS Teams;
- Поисковые системы.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования. Для практических занятий – наличие персональных компьютеров.

9. Форма промежуточной аттестации:

Зачет во 2 семестре.

Экзамен в 3 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Математическое моделирование
сложных систем» Института
железнодорожного транспорта

Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ПМ

С.А. Тищенко

и.о. заведующего кафедрой ММСС

С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии

Н.А. Андриянова