МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)

Рабочая программа дисциплины (модуля),
как компонент образовательной программы
высшего образования - программа бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
утвержденной первым проректором ФГАОУ ВО
РУТ (МИИТ) Тимониным В.С.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Элементы алгебры и теории чисел

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Математическое моделирование и системный анализ

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины (модуля) в виде электронного документа выгружена из единой корпоративной информационной системы управления университетом и соответствует оригиналу

Простая электронная подпись, выданная ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
ID подписи: 1343395
Подписал: И.о. заведующего кафедрой Тищенко Сергей Александрович
Дата: 01.09.2026

1. Общие сведения о дисциплине (модуле).

Целями освоения дисциплины (модуля) являются:

– формирование основ алгебраической и теоретико-числовой подготовки студентов для их последующего использования при изучении других профессиональных дисциплин;

– формирование компетенций, применяемых для научно-исследовательской деятельности.

Задачами дисциплины (модуля) являются:

– овладение основами высшей алгебры и теории чисел;

– формирование навыков решения задач, связанных с делимостью чисел и многочленов, построением конечных полей, работой с группами обратимых элементов конечных полей.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю).

Перечень формируемых результатов освоения образовательной программы (компетенций) в результате обучения по дисциплине (модулю):

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине (модулю) предполагает, что по его результатам обучающийся будет:

Знать:

– основные понятия и теоремы из области высшей алгебры и теории чисел, взаимосвязи между их отдельными элементами.

Уметь:

– решать задачи, связанные с делимостью чисел и многочленов, группами, кольцами многочленов, конечными полями.

Владеть:

– методами решения основных задач из области высшей алгебры и теории чисел.

3. Объем дисциплины (модуля).

3.1. Общая трудоемкость дисциплины (модуля).

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академических часа(ов).

3.2. Объем дисциплины (модуля) в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Тип учебных занятий	Количество часов	
	Всего	Семестр №6
Контактная работа при проведении учебных занятий (всего):	96	96
В том числе:		
Занятия лекционного типа	48	48
Занятия семинарского типа	48	48

3.3. Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации составляет 12 академических часа (ов).

3.4. При обучении по индивидуальному учебному плану, в том числе при ускоренном обучении, объем дисциплины (модуля) может быть реализован полностью в форме самостоятельной работы обучающихся, а также в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении промежуточной аттестации.

4. Содержание дисциплины (модуля).

4.1. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
1	Кольцо целых чисел Рассматриваемые вопросы: – свойства операций; – определение вычитания, дистрибутивность умножения относительно вычитания; – свойства нуля; – правила знаков.
2	Делимость целых чисел Рассматриваемые вопросы: – определение и свойства отношения делимости; – деление с остатком, существование и единственность.
3	Наибольший общий делитель Рассматриваемые вопросы: – определение наибольшего общего делителя;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– существование НОД; линейное представление НОД; – единственность НОД; эквивалентное определение НОД; – алгоритм Евклида.
4	Наименьшее общее кратное Рассматриваемые вопросы: – взаимно простые числа, определение и свойства; – определение наименьшего общего кратного; – существование НОК, выражение его через НОД; – единственность НОК; эквивалентное определение НОК.
5	Простые и составные числа Рассматриваемые вопросы: – определения простого и составного числа; – свойства простых чисел; – решето Эратосфена; – бесконечность множества простых чисел; – теорема об интервалах.
6	Основная теорема арифметики Рассматриваемые вопросы: – доказательство основной теоремы арифметики; – каноническое представление делителя натурального числа; – канонические представления НОД и НОК натуральных чисел; – число и сумма делителей натурального числа.
7	Отношение сравнимости по модулю Рассматриваемые вопросы: – понятие сравнимости по модулю; – свойства отношения сравнимости по модулю; – «m-арифметики», свойства таблиц сложения и умножения.
8	Три теоремы о сравнениях Рассматриваемые вопросы: – малая теорема Ферма и ее следствие; – функция Эйлера; – теорема Эйлера; – теорема Вильсона.
9	Решение линейных сравнений Рассматриваемые вопросы: – решение линейных сравнений; – арифметические приложения сравнений (диофантовы уравнения, вычисление остатков, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий).
10	Цепные дроби Рассматриваемые вопросы: – определение цепной дроби; – представление рационального числа в виде цепной дроби – существование и единственность; – вычисление подходящих дробей; свойства подходящих дробей.
11	Применение подходящих дробей Рассматриваемые вопросы: – приближенные значения рациональных чисел; – представление квадратных корней; – представление иррациональных чисел; – решение диофантовых уравнений и линейных сравнений.

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
12	Виды алгебраических операций Рассматриваемые вопросы: – понятие алгебраической (бинарной) операции; – операции коммутативные, ассоциативные, обратимые; – дистрибутивность одной операции относительно другой; – нейтральный элемент операции; – обратимые элементы операции.
13	Группа Рассматриваемые вопросы: – определение группы; – необходимое и достаточное условие; – абелева группа.
14	Группа преобразований Рассматриваемые вопросы: – отображение; – взаимно-однозначное соответствие; – преобразование; – композиция преобразований; – группа преобразований данного множества.
15	Преобразования конечного множества Рассматриваемые вопросы: – подстановки; – циклы; – транспозиции.
16	Подгруппы Рассматриваемые вопросы: – определение подгруппы; – степень элемента в группе; – порядок элемента в группе; – циклическая подгруппа.
17	Отображения групп Рассматриваемые вопросы: – гомоморфизм групп; – ядро и образ гомоморфизма; – изоморфизм групп.
18	Циклические группы Рассматриваемые вопросы: – определение циклической группы, образующий элемент, порядок; – свойства циклических групп; – изоморфизм циклических групп.
19	Кольца и поля Рассматриваемые вопросы: – аксиомы кольца и следствия из них; – коммутативное кольцо; – кольцо с единицей; – делители нуля в кольце; – аддитивная группа кольца; – аксиомы поля и следствия из них; – мультипликативная группа поля;

№ п/п	Тематика лекционных занятий / краткое содержание
	– примеры числовых колец и полей; – кольцо матриц.
20	Кольцо вычетов Рассматриваемые вопросы: – «m-арифметики» и кольца вычетов по модулю m; – кольца вычетов по простому и составному модулю; – обратимые элементы и делители нуля.
21	Поле комплексных чисел Рассматриваемые вопросы: – построение поля комплексных чисел; – комплексно-сопряженные числа; – алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа; – извлечение корней в поле комплексных чисел.
22	Кольцо многочленов Рассматриваемые вопросы: – кольцо многочленов над полем; – делимость и деление с остатком; – наибольший общий делитель, алгоритм Евклида; – понятие неприводимого многочлена; – неприводимые многочлены над полями C, R, Q.
23	Алгебраические и трансцендентные числа Рассматриваемые вопросы: – корни многочлена, связь с разложением на множители; – алгебраические числа и трансцендентные числа; – минимальный многочлен алгебраического числа; – простые расширения числовых полей.
24	Поля Галуа Рассматриваемые вопросы: – характеристика поля; – конечные поля (поля Галуа); – порядок и характеристика конечного поля; – примеры построения конечных полей.

4.2. Занятия семинарского типа.

Практические занятия

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
1	Целые числа. Делимость В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на определение и свойства отношения делимости; на деление с остатком.
2	Алгоритм Евклида В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение алгоритма Евклида, нахождение линейного представления НОД, на вычисление НОК.
3	Простые и составные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение свойств простых чисел, на применение решета Эратосфена.
4	Основная теорема арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
	основной теоремы арифметики (разложение числа на простые множители, нахождение канонического разложения НОД и НОК).
5	Основная теорема арифметики В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение основной теоремы арифметики (нахождение числа и суммы делителей натурального числа).
6	Решение диофантовых уравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения диофантовых уравнений и связанных с ними задач.
7	Решение сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки применения разных методов решения линейных сравнений и их систем.
8	Арифметические приложения сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к нахождению остатков от деления и к формулированию признаков делимости.
9	Арифметические приложения сравнений В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение сравнений к решению линейных сравнений и к проверке результатов арифметических действий.
10	Цепные дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки представления рационального числа в виде цепной дроби.
11	Подходящие дроби В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение подходящих дробей к нахождению приближенных значений дробей и иррациональных чисел, к решению сравнений и диофантовых уравнений.
12	Виды алгебраических операций В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выявление свойств алгебраической (бинарной) операции (коммутативность, ассоциативность, обратимость, дистрибутивность, нейтральный и обратимый элемент).
13	Группа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения группы, необходимого и достаточного условия группы, понятия абелевой группы.
14	Группа преобразований В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на исследование групп преобразований данных множеств.
15	Подстановки В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с подстановками, определение четности подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов и в произведение транспозиций.
16	Подгруппы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения подгруппы, степени и порядка элемента в группе, циклической подгруппы.
17	Отображения групп В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения гомоморфизма групп, на нахождение ядро и образа гомоморфизма, на установление изоморфизма групп.
18	Циклические группы В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения и свойств циклической группы, на нахождение порядка элемента.

№ п/п	Тематика практических занятий/краткое содержание
19	Кольца и поля В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение аксиом кольца и аксиом поля и следствий из них; разбирают примеры числовых колец и полей и кольцо матриц.
20	Кольцо вычетов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение действий в кольце вычетов по модулю m, на нахождение обратимых элементов и делителей нуля.
21	Поле комплексных чисел В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на выполнение операций с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, на извлечение корней в поле комплексных чисел.
22	Кольцо многочленов В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на делимость и деление с остатком в кольцах многочленов над числовыми полями, на проверку неприводимости многочлена над полями C, R, Q.
23	Алгебраические и трансцендентные числа В результате выполнения заданий студент приобретает навыки решения задач на применение определения алгебраического числа, нахождение минимального многочлена алгебраического числа, построение простых расширений числовых полей.
24	Поля Галуа В результате выполнения заданий студент знакомится с некоторыми примерами построения конечных полей.

4.3. Самостоятельная работа обучающихся.

№ п/п	Вид самостоятельной работы
1	Изучение дополнительной литературы.
2	Подготовка к практическим занятиям.
3	Подготовка к промежуточной аттестации.
4	Подготовка к текущему контролю.

5. Перечень изданий, которые рекомендуется использовать при освоении дисциплины (модуля).

№ п/п	Библиографическое описание	Место доступа
1	Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для студентов-заочников II курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов (Н. А. Казачек, Г. Н. Перлатов, Н. Я. Виленкин, А. И. Бородин; Под ред. Н. Я. Виленкина. 2-е изд. – М.: Просвещение, 1984 –192 с.	http://publ.lib.ru
2	Грани алгебры / М. Н. Аршинов, Л. Е. Садовский ; под ред. Ю. В. Кузьмина. - Москва : Факториал	http:/library.miit.ru

	Пресс, 2008. - 328 с. : ил.; 22 см.; ISBN 978-5-88688-091-5	
3	Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. – М., Просвещение, 1980. – 176 с.	http:/reallib.org
4	Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник : в 3 частях / А. И. Кострикин. — 4-е изд. — Москва : МЦНМО, 2020 — Часть I : Основы алгебры — 2020. — 271 с. — ISBN 978-5-4439-3264-4	http:/library.miit.ru
5	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9039-4	https://e.lanbook.com/book/183752 (дата обращения: 30.01.2024)
6	Ряднов А.В. Алгебраические системы: Учебное пособие. – М.: РУТ (МИИТ), 2019. – 193 с.	http:/library.miit.ru
7	Ряднов А.В. Теория групп: Практикум. – М.:РУТ(МИИТ), 2020. – 52 с.	http:/library.miit.ru

6. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, которые могут использоваться при освоении дисциплины (модуля).

Официальный сайт РУТ (МИИТ) (https://www.miit.ru/).

Научно-техническая библиотека РУТ (МИИТ) (http:/library.miit.ru).

Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/).

Общие информационные, справочные и поисковые системы «Консультант Плюс», «Гарант».

Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (http://e.lanbook.com/).

Электронно-библиотечная система ibooks.ru (http://ibooks.ru/).

7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины (модуля).

Microsoft Internet Explorer (или другой браузер).

Операционная система Microsoft Windows.

Microsoft Office.

8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные компьютерной техникой и наборами демонстрационного оборудования.

9. Форма промежуточной аттестации:

Экзамен в 6 семестре.

10. Оценочные материалы.

Оценочные материалы, применяемые при проведении промежуточной аттестации, разрабатываются в соответствии с локальным нормативным актом РУТ (МИИТ).

Авторы:

доцент, доцент, к.н. кафедры
«Цифровые технологии управления
транспортными процессами» Е.Б. Арутюнян

Согласовано:

и.о. заведующего кафедрой ММСС С.А. Тищенко

Председатель учебно-методической
комиссии Н.А.Клычева