

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№5. x - потрачено на рисе $(x + z + y)$ - потрачено всего
 y - потрачено на сахар
 z - потрачено на рафинированную

$$\begin{cases} 1,5y + 2z + x = 6 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2z + 1,5y = 6 \quad / \cdot 2 \\ 3x + z + 2y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 4z + 3y = 12 \\ 3x + z + 2y = 8 \end{cases}$$

Складываем 2 уравнения:

$$5x + 5z + 5y = 20$$

$$5(x + z + y) = 20$$

$$x + z + y = 4$$

Ответ: 4 фунта стерлингов.

$$\sqrt[3]{\begin{cases} \left| \frac{x-y}{2x+2y} \right| \geq 1 \\ |y-2| \leq 1 \end{cases}} \quad \begin{cases} y \neq -x \\ y \leq -\frac{1}{3}x \\ y \leq -3x \\ y \in [1; 3] \end{cases}$$

$$|y-2| \leq 1$$

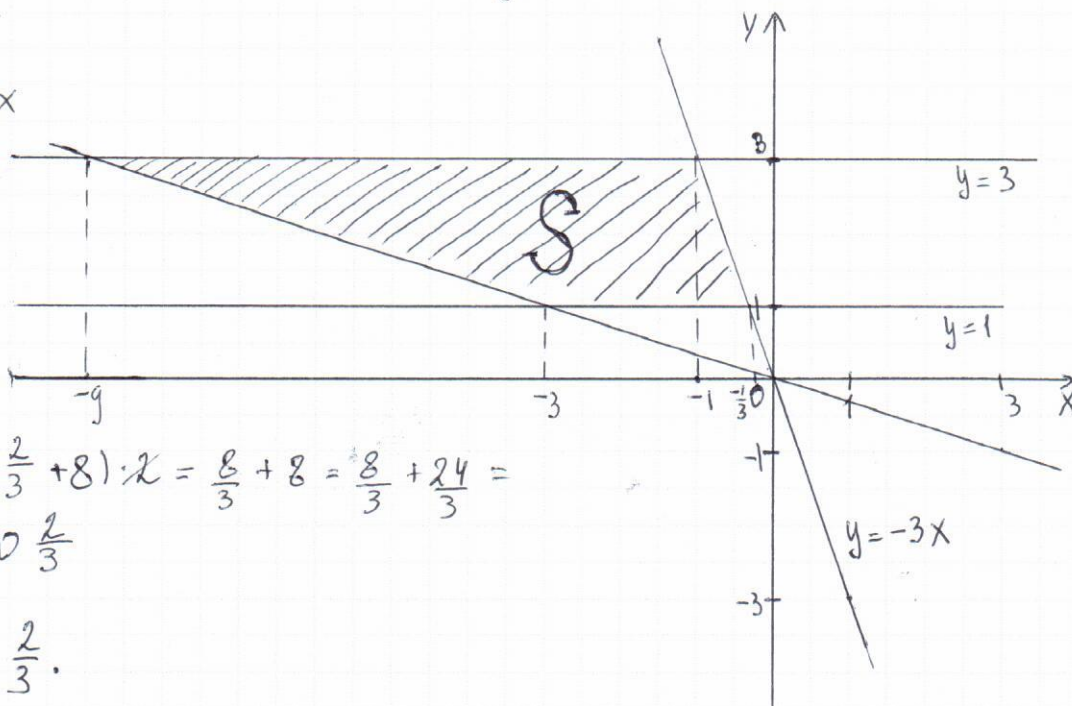
$$\begin{cases} y-2 > 0 \\ y-2 \leq 1 \\ y-2 < 0 \\ y-2 \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 2 \\ y \leq 3 \\ y < 2 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \in [2; 3] \\ y \in [1; 2) \\ y \in [1; 3] \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$$\left| \frac{x-y}{2x+2y} \right| \geq 1 \quad \begin{cases} \frac{x-y}{2x+2y} \geq 0 \\ \frac{x-y}{2x+2y} \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x-y}{2x+2y} \geq 1 \\ \frac{x-y}{x+y} \geq 2 \end{cases}$$

Место проведения ФГБОУ ВО ИРГУПС - г.Иркутск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned}
 (x-y) &\geq 2(x+y) & 2) \begin{cases} \frac{x-y}{2x+y} < 0 \\ \frac{x-y}{2x+y} \leq 1 \end{cases} & (x-y) \leq -2(x+y) \\
 x-y-2x-2y &\geq 0 & & x-y+2x+2y \leq 0 \\
 -x-3y &\geq 0 & & 3x+y \leq 0 \\
 x+3y &\leq 0 & & y \leq -3x \\
 3y &\leq -x & & \\
 y &\leq -\frac{1}{3}x & &
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} (2\frac{2}{3} + 8) \cdot 2 = \frac{8}{3} + 8 = \frac{8}{3} + \frac{24}{3} = \\
 &= \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Ответ: $10\frac{2}{3}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №1.

Вариант 4

Пусть у нас есть 5 гирь массами $m; m+1; m+2; m+4; m+7$ соответственно; где $m=1000г$.

Т.к весы показывают массу в граммах, гирь 5, то за взвешиванием, где по одной гире измерить нельзя. Тогда, будем брать по 2 гири и ставить их на одну чашу весов.

Рассмотрим всевозможные исходы, и докажем, что 3 взвешиваний хватит, для определения гири в 1000г.

I) Пусть мы взяли произвольную пару $m; m+1$, стрелки весов покажут 2002 грамма, т.к не из каких других гирь такое число мы получить не можем, то за 2-ое взвешивание мы точно определим гирю в 1000г.

б) Пусть, как "кеговзю" и мы взяли $(m+1)$ и $(m+2)$, тогда стрелки весов покажут 2003 г; т.к никакие 2 другие гири не дадут таких же результатов, кроме 1001 г и 1002 г, то, очевидно, что мы взяли именно их. - 1-е взвешивание; Вторым взвешиванием мы берем две другие гири, например 1) $(m+4)$ и m , стрелки покажут 2004 \Rightarrow третьим взвешиванием мы определим гирю в 1000г.

2) Если мы взяли $(m+4)$ и $(m+7)$, стрелки покажут 2011 г, значит оставшаяся гиря - исконая.

в) Рассмотрим аналогично букве (б), возьмем случай $(m+1)$ и $(m+4)$, где 2005 г может быть получено лишь единственным образом, как и $(m+1)+(m+7) = 2008 г$. Таким образом, используя способ (б) для новых масс найдем гирю в 1000г.

II. Пусть мы взяли $(m+2)$ и $(m+4)$, тогда стрелки покажут 2006 г, что опять может быть получено единственным образом, используя способ (б) найдем гирю 1000г, аналогично для $(m+2)$ и $(m+7)$, 2009 г может быть получена един-

Иван

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Степеньным образом. => найдем 10002.

III. Пусть мы взяли $(m+4)$ и $(m+7)$ - последний возможный случай. 2012 - единственным образом => берем $(m+1)(m+2)$ вторым взвешиванием => 2003 - единственным образом. => оставшаяся треть - исконая.

Если берем m и $(m+1)$, то 2001 - единственным образом => третьим взв-ем находим m . Если берем m и $(m+2)$, то 2002 - может быть получено, также единственным образом для этих 5 гирь => находим 10002.

Ответ: Да, за 3 взвешивание можно определить гирю в 10002.

(+)

Задача №2.

$2^{1995} : 7$, перейдем в (7-арифметику) - остаток от деления числа на 7, тогда:

$2^1 \equiv 2 \pmod{7}$

$2^2 \equiv 4 \pmod{7}$

$2^3 \equiv 1 \pmod{7}$, по свойству степеней:

$(2^3)^{665} \equiv 1^{665} \pmod{7}$, т.е. $2^{1995} \equiv 1 \pmod{7}$, значит,

остаток от деления числа 2^{1995} на 7 будет 1.

Ответ: 1.

(+)

Задача №3.

$$\begin{cases} \frac{|y-3x|}{|x+2y|} \geq 1 \quad (1) \\ |y-3| \leq 1 \quad (2) \end{cases}$$
 - использовано $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

УБ
Реш

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	+	7	+	7	+	7	+	0	0

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Решим неравенство (2):

$$|y-3| \leq 1$$

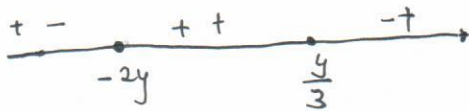
1) При $y \geq 3$: $y \leq 4 \Rightarrow y \in [3; 4]$ 2) При $y \leq 3$: $y \geq 2 \Rightarrow y \in [2; 3]$

Взяв совокупность, получим: $y \in [2; 4]$.

Решим неравенство (1):

$$|y-3x| \geq |x+2y|$$

1) Найдём нули модулей; для x : (т.к мы знаем y).



т.е рассмотрим 3 возможных случая:

I) $y-3x \geq -x-2y$

$$3y \geq 2x$$

$$y \geq \frac{2x}{3}$$

$$y = \frac{2x}{3} \text{ - лин. ф; гр-прямая } \Rightarrow$$

x	3	6
y	2	4

$$x \in (-\infty; -2y], \text{ т.е}$$

$$x_{\max} \in (-\infty; -4]$$

не удов
или $x'_{\max} \in (-\infty; -8]$

II) $y-3x \geq x+2y, x \in (-2y; \frac{y}{3}]$

$$-4x \geq y$$

$$y = -4x \text{ - лин. ф; гр-прям}$$

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
y	2	4

$$x_{\max} \in (-4; \frac{2}{3}] \text{ или}$$

$$x'_{\max} \in (-8; \frac{4}{3}]$$

↑
удов.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\text{III. } \begin{cases} 3x - y \geq x + 2y \\ 2x \geq 3y \\ y \leq \frac{2x}{3} \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$$

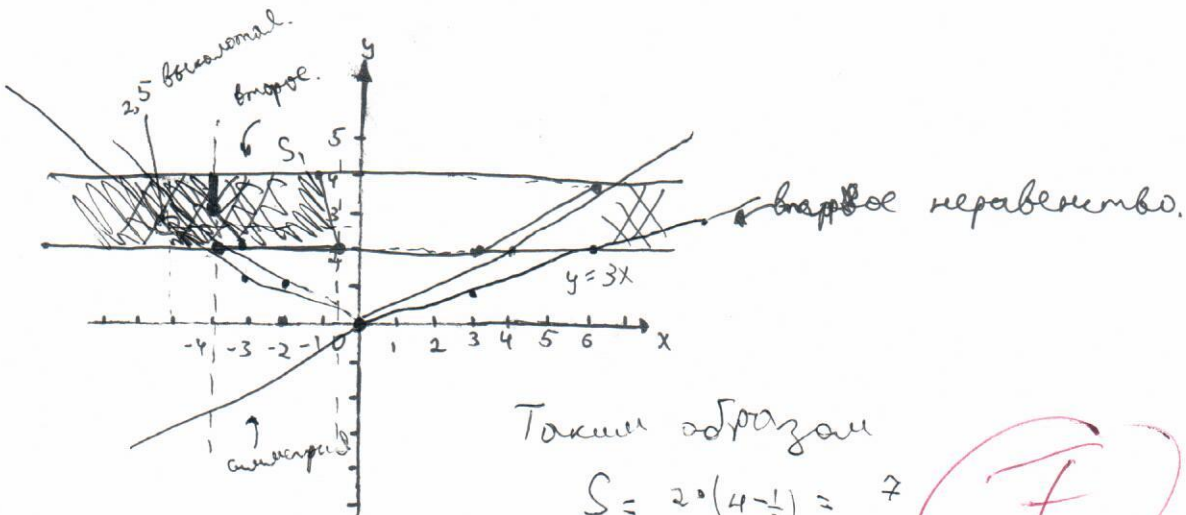
$$y = \frac{2x}{3} - \text{лин. фр}; \text{ } z\text{-прямая.}$$

x	3	6
y	2	4

$$x_{\min} \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$$

$$x_{\max} \in \left(\frac{4}{3}; +\infty\right) \text{ - ур.ов.}$$

Ввиду отсутствующих линейки и клеточек на листочке, построю как слугу график xOy :



Таким образом

$$S = 2 \cdot \left(4 - \frac{1}{2}\right) = 7$$

Ответ: $S = 7$.

7

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задание №4.

$x^2 + 2x = y^4 + y^2$, преобразуем:

$(x+1)^2 = y^4 + y^2 + 1$

$(x+1)^2 = (y^2+1)^2 - y^2$

$(x+1)^2 = (y^2+1-y)(y^2+1+y)$

Т.е. $(y^2+1-y)(y^2+1+y)$ - должно являться точечным квадратом любого целого числа, покажем, что решение возможно лишь при $(0;0)$ и $(-2;0)$, и ^{еще пару,} ввиду того, что (y^2-y+1) и y^2+y+1 больше 0 при любых значениях y , при $y=2; z=(y^2+y+1)(y^2-y+1) z=21;$

$y=3; \Rightarrow z=91$

$y=10; z=10101$

$y=4; \Rightarrow z=273$

$y=1; z=3 \Rightarrow x \neq 0$ ~~⊗~~

$y=5; z=651$

$y=-1; z=3$

$y=6; z=1333$

$y=-2; z=21$

$y=7; z=2451$

$y=-3; z=91$

$y=8; z=4161$

↓

Заметим, что z всегда заканчивается на 1 или 3, т.к. в его разложении только числа по четности ⊕; т.к. квадраты заканчиваются на 1 только тогда, когда на конце, то возможные ~~$x \neq$~~ $x: 10, 20, 30$, т.е. $x = 10k$, где $k \in z$

При $x=20; y \notin z$, при $x=30; y \notin z; x=40; y \notin z$

$x=50; y \notin z; x=60; y \notin z; x=70; y \notin z; x=80; y \notin z$

нет таких чисел.

Ответ: $(0;0) (-2;0)$

+

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №5.

Пусть $v_в$ - скорость Вили, $v_т$ - скорость Тигра, тогда, т.к. они прошли одинаковые расстояния, то, пусть t - время движения Пука, тогда $(t-1)$ - Тигра, т.е.

$$v_в \cdot t = v_т (t-1) = S \quad (1)$$

Из второго условия, получаем;

$$v_в \cdot \Delta t + v_т \Delta t = S, \text{ где } \Delta t = \frac{2}{3}t \quad (2)$$

Тогда, из (1)-го урав-я:

$$\frac{v_в}{v_т} = \frac{t-1}{t}, \text{ т.е. } v_т = \frac{t v_в}{t-1}, \text{ подставив в (2):}$$

$$(v_в + \frac{v_в t}{t-1}) \frac{2}{3} = v_в \cdot t$$

$$2 \frac{(v_в(t-1) + v_в t)}{t-1} = 3 v_в t \quad / : v_в \neq 0 \text{ (разделим на } v_в, \text{ который не равен 0 скорости.)}$$

$$2 \frac{(2t-1)}{t-1} = 3t$$

$$4t - 2 = 3t^2 - 3t$$

$$3t^2 - 7t + 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{6} \rightarrow t_1 = \frac{2}{6} - \text{не удов. условию задачи, т.к. Тигр вышел не так поздно.}$$

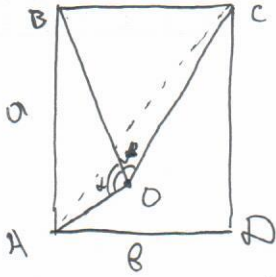
$$\rightarrow t_2 = 2 - \text{удов.}$$

Ответ: 2 часа Пука шел к себе домой.

Задача №6.

ABCD - прямоугольник. AO=3; DB=6; OC=3√3

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



1) Проведём диагональ AC.

Пусть $AB = a$; $BC = b = AD$ (т.к. прямоугольник)

Пусть $\angle AOB = \alpha$; $\angle BOC = \beta$, тогда:

2) По теореме косинусов для $\triangle AOB$:

$$a^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cdot \cos \alpha$$

• Для $\triangle BOC$:

$$b^2 = BO^2 + OC^2 - 2BO \cdot OC \cdot \cos \beta$$

• Для $\triangle AOC$:

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 - 2AO \cdot OC \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

3) По теореме Пифагора $AC^2 = a^2 + b^2$

Зур-я; 4 неизвестных, одно, как нужно найти: $\frac{a \cdot b}{2}$,

т.е решив их, можно найти.

$$\begin{cases} a = \sqrt{36 + 36 - 36 \cdot \cos \alpha} \\ b = \sqrt{36 + 27 - 36\sqrt{3} \cdot \cos \beta} \\ a^2 + b^2 = 9 + 27 - 18\sqrt{3} \cdot \cos(\alpha + \beta) \\ \frac{a \cdot b}{2} = 9 \end{cases}$$

$$39 - 36 \cdot \cos \alpha + 63 - 36\sqrt{3} \cdot \cos \beta = 36 - 18\sqrt{3} \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$\begin{cases} 66 + 18\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \cdot \cos \beta + 36 \cos \alpha - 18\sqrt{3} \cdot \cos(\alpha + \beta) \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{cases}$$

$$a^2 \cdot b^2 = (39 - 36 \cdot \cos \alpha)(63 - 36\sqrt{3} \cdot \cos \beta)$$

$$a^2 + b^2 = 36 - 18\sqrt{3} \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$a^2 \cdot b^2 = 2457$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$4) S_{BOC} = \frac{BO \cdot OC \cdot \sin \beta}{2}; S_{BOC} = \sqrt{p(p-b)(p-BO)(p-OC)}$$

$$9\sqrt{3} \cdot \sin \beta = \sqrt{(6+\sqrt{27}+b)(6+\sqrt{27})(b+\sqrt{27})(6+b)}$$

$$243(1-\cos^2 \beta) = (6+\sqrt{27}+b)(b+\sqrt{27})(b+\sqrt{27})(6+b)$$

5) Аналогично для ΔAOB :

$$S_{AOB} = \frac{3 \cdot b \cdot \sin \alpha}{2} = \sqrt{(a+9)(a+b)(a+3) \cdot 9}$$

$$81 \sin^2 \alpha = 9[(a^2 + 15a + 54)(a+3)]$$

$$9 \sin^2 \alpha = a^3 + 3a^2 + 15a^2 + 45a + 54a + 162$$

$$9 \sin^2 \alpha = a^3 + 18a^2 + 99a + 162$$

$$9 - 9 \cos^2 \alpha = a^3 + 18a^2 + 99a + 162$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{-a^3 - 18a^2 - 99a - 171}{3}$$

$$a^2 = 39 - \frac{13 \sqrt{-a^3 - 18a^2 - 99a - 171}}{3}$$

$$169(-a^3 - 18a^2 - 99a - 171) = (39 - a^2)^2$$

$$-169a^3 - 3042a^2 - 1673a - 28899 = 1521 - 78a^2 + a^4$$

$$a^4 + 169a^3 + 2964a^2 + 1673a + 30420 = 0$$

Решив это уравнение найдем a , затем аналогично найдем b из 4, и найдем площадь.

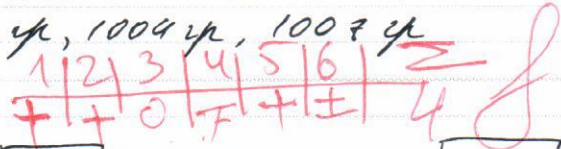
4

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г.Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1. 5 шурь - 1000 гр, 1001 гр, 1002 гр, 1004 гр, 1007 гр

Взвесим любые две шурь:



$$\begin{aligned} 1000 + 1001 &= 2001 \\ 1000 + 1002 &= 2002 \\ 1000 + 1004 &= 2004 \\ 1000 + 1007 &= 2007 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1001 + 1000 &= 2001 \\ 1001 + 1002 &= 2003 \\ 1001 + 1004 &= 2005 \\ 1001 + 1007 &= 2008 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1002 + 1000 &= 2002 \\ 1002 + 1001 &= 2003 \\ 1002 + 1004 &= 2006 \\ 1002 + 1007 &= 2008 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1004 + 1000 &= 2004 \\ 1004 + 1001 &= 2005 \\ 1004 + 1002 &= 2006 \\ 1004 + 1007 &= 2011 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1007 + 1000 &= 2007 \\ 1007 + 1002 &= 2009 \\ 1007 + 1004 &= 2011 \\ 1007 + 1001 &= 2008 \end{aligned}$$

Если пара шурь весит 2001 гр, 2002 гр, 2004 гр или 2007 гр, то одна из шурь - массой 1000 гр

При взвешивании второй шурь с шурью другой пары, не равной 2001, 2002, 2004, 2007 гр окажется вес, не равный 2001, 2002, 2004, 2007 гр, то эта шурь не весит 1000 гр.

Значит, первая шурь равна 1000 гр.

2. Рассмотрим возможные остатки от деления шара на 7.

$$\left. \begin{aligned} 2^1 \text{ при делении на } 7 &= 2 \text{ - остаток} \\ 2^2 \text{ при дел. на } 7 &= 4 \\ 2^3 \text{ при дел. на } 7 &= 1 \end{aligned} \right\} \text{повторяется с периодом } T=3$$

Представим некоторое число 2^{1995} как $2^{3 \cdot 665}$.
При делении на 7 этого числа остаток будет равен 1.

Ответ: 1.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожска - г. Железнодорожск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5. Луськ x км/г скоросшь Луска
 y км/г скоросшь Луска

Всё путь примем за 1.

$\frac{1}{x}$ - время на дорогу Луска

$\frac{1}{y}$ - время в пути Луска

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + 1 \\ \frac{2}{3}(x+y) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x+y &= 1,5 \\ x &= 1,5-y \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1,5-y} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{y-1,5+y}{y(1,5-y)} = 1$$

$$\frac{1}{1,5-y} - 1 = \frac{1}{y}$$

$$2y - 1,5 = 1,5y - y^2$$

$$y^2 + 0,5y - 1,5 = 0$$

$$2y^2 + y - 3 = 0$$

$$D = 25$$

$$y = \frac{-1+5}{4} = 1 - \text{скоросшь Луска}$$

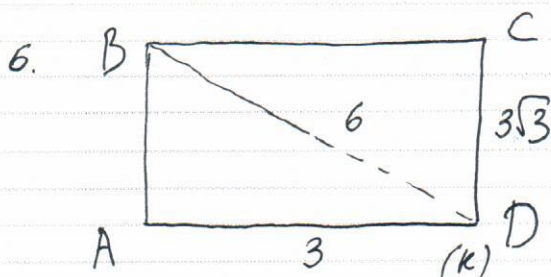
$$x = 1,5 - 1 = 0,5 - \text{скоросшь Луска}$$

$$1 : 0,5 = 2 \text{ г.}$$

Ошвет: 2 гаса.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г. Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Dano: $KA = 3$

$$KC = 3\sqrt{3}$$

$$KB = 6$$

$$KA^2 + KC^2 = KB^2 + KD^2$$

$$KD^2 = KA^2 + KC^2 - KB^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2 - 6^2 = 9 + 27 - 36 = 0$$

Значит, точка K совпадает с одной из вершин.

$$S_{ADCD} = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$$

Ответ: $9\sqrt{3}$

4. $x^2 + 2x = y^4 + y^2$

Представим в виде системы уравнений, где точка пересечения графиков будет решением уравнения.

$$x(x+2) = y^2(y^2+1)$$

$$x=0, \text{ тогда } y=0$$

$$x=-2, \text{ тогда } y=0$$

Ответ: $(0; 0); (-2; 0)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №1.

Делим монеты на 2 одинаковые кучки. Берем по 3 монеты каждой на весы и взвешиваем их, если вес одинаковой, то среди них нет фальшивой монеты. Значит взвешиваем оставшиеся 1 и 1 монета, то есть 2 монеты и выявим фальшивую. Если же одна крупнее 3 монет или другой, значит там есть фальшивая монета. Оставим более легкую кучку из трех монет и каждую по 1 и 1 монете, если они по весу одинаковые, значит фальшивая 3 монета, а если вес разный, то фальшивая та, которая легче.

Задача №2.

$$\begin{array}{r|l} 1995 & 4 \\ \hline 16 & 498 \\ \hline 39 & \\ -36 & \\ \hline 35 & \\ -32 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

2 - монет задавать цифру 2, 4, 8, 6, при возведении в степень разделить на 4: остаток 1, то последняя цифра 2 =>

$$\begin{array}{l} 2-4 \\ 3-8 \end{array}$$

Без остатка 6, т.к. в числе ¹⁹⁹⁵ 2 степень при делении даёт остаток 3 => последняя цифра 8.

№5

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \Sigma \\ \hline + & + & 0 & 0 & + & + & 4 \end{array}$$

1 - весь огород
 x_2 - время Ани на весь огород
 y_2 - время Лены на весь огород

$\frac{1}{x}$ - работа Ани
 $\frac{1}{y}$ - работа Лены

$$\begin{cases} (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 5 = 1 \\ (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 2 + \frac{1}{y} \cdot 7 = 1 \end{cases}$$

Место проведения Филиал НГАВТ в г.Карасук - г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{y}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{y} \right) + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{y} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{2}{y} = 1 - \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{3}{5}$$

$$y = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3} \text{ р. время лето но весь оло-}$$

год.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{\frac{10}{3}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{1}{10} \Rightarrow x = -10 \text{ р.}$$

Ответ: $8 \frac{3}{4}$ р.

Место проведения Филиал НГАВТ в г.Карасук - г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача № 6.

Пусть $ABCD$ - прямоугольник.

$$PA=5; PB=13; PC=12$$

Решение:

$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2 \quad ? \Rightarrow$$

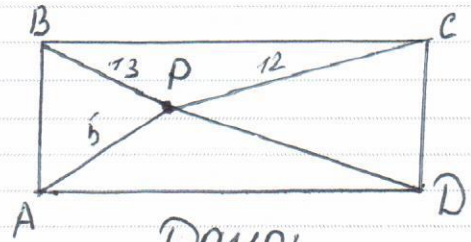
$$\Rightarrow PD^2 = PB^2 + PC^2 - PA^2 = 169 + 144 - 25 = 288 \Rightarrow$$

 $\Rightarrow P$ совпадает с точкой $D \Rightarrow$
 \Rightarrow противоположные стороны равны \Rightarrow стороны равны 5 и 12

$$12 \Rightarrow S = AB \cdot BC = 5 \cdot 12 = 60$$

S-площадь $ABCD$

Ответ: 60



Дано:

$$PA=5$$

$$PB=13$$

$$PC=12$$

 $ABCD$ - прямоугольник.

Найти

 $S_{ABCD} = ?$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант № 1

1	2	3	4	5	6	7
+	+	+	0	+	+	+

№ 1 Да, можно. Проведем взвешивания в таком порядке: (прим. Δ - широк)

Номер взвешивания	На I чаше, гр	На II чаше, гр	Общая к-во граммов
1	Δ	1	1
2	1 + Δ	2	3
3	3 + Δ	4	7
4	7 + Δ	8	15
5	15 + Δ	16	31
6	31	31	62
7	62 + Δ	63	125
8	125	125	250
9	250	250	500
10	500	500	1000

Порядок взвешивания проводится следующим образом:

- На I и II чашу кладется такое же к-во граммов (целых), которое указано в таблице
- На II чашу кладется некоторое к-во сахара, которое уравновешивает I чашу
- Весь сахар, находящийся на чашах отключиваем в отдельную кювету

Мы знаем точное к-во граммов в этой кювете и можем дальше её использовать в следующем взвешивании.

Таким образом, если читаете следуют инструкции по таблице, после десятого взвешивания в нашей кювете будет ровно 1000 гр, что равноется 1 кг. Дмозган.

Ответ: Да

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

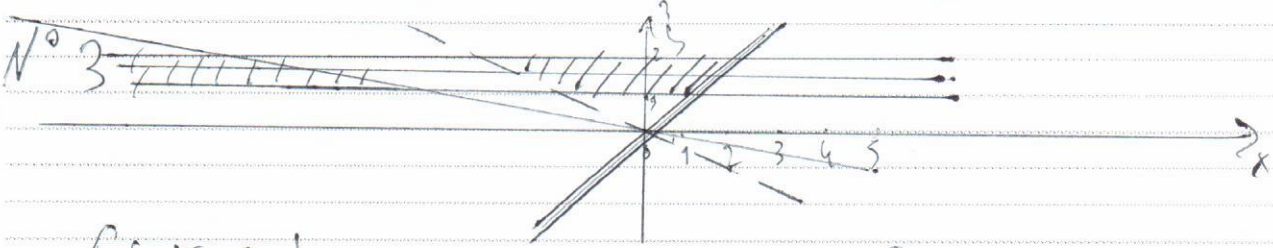
№2 $20^{20} = (2 \cdot 10)^{20} = 2^{20} \cdot 10^{20} =$ $n=?$
 $= 4 (2^{10})^2 \cdot 10^{20} = 1024^2 \cdot 10^{20} =$
 $= 1.048.576 \cdot 10^{20}$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1024 \\ \hline 4096 \\ 2048 \\ 0000 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

7 цифр 20 цифр
 Здесь стоит отметить, что 10^1 образует 1 цифру, 10^2 - две и так далее. Таким образом 10^{20} образует 20 цифр.

$n = 7 + 20 = 27$

Ответ: 27



$$\begin{cases} \left| \frac{x-9}{x+29} \right| \geq 2 \\ \left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$|a| = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ 0, a = 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}$$

I $\frac{y-x}{x+29} \geq 0$ $x \in (-29; y]$

$\frac{y-x}{x+29} \geq 2$ $y-x \geq 2x+49$

$x \leq -49$



II $\frac{y-x}{x+29} < 0$ $x \in (-29; y)$

$\frac{x-9}{x+29} \geq 2$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{x-y}{x+2y} \geq 2 \quad x-y \geq 2x+2y$$

$$x \leq -5y$$

$$|y - \frac{3}{2}| \leq \frac{1}{2}$$

$$I \quad y - \frac{3}{2} \geq 0 \quad y \geq 1,5$$

$$y - \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \quad y \leq 2$$

$$\Rightarrow y \in [1,5; 2]$$

$$II \quad y - \frac{3}{2} < 0 \quad y < \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} - y \leq \frac{1}{2} \quad y \geq 1$$

$$\Rightarrow y \in [1; 1,5]$$

Проанализировав уравнение, мы видим, что бесконечность является частью системы из двух функций: прямая (наклонная)

$S = \frac{3+b}{2} \cdot 1 = 4,5$ а так же прямая,

которая не ограничена по левому краю и

лучше которой стремится к бесконечности

т.е. лучшая всей функции стремится к ∞

Примечание: Прямая, вследствие задачи допущена ошибка и лучшая функции является частью прямой, однако, в некоторых случаях функция действительно не ограничена и ее $S \rightarrow \infty$

Ответ: ∞

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3 Число оршиков = $a \cdot 10 + b \geq 0 \rightarrow a \geq 0$
 Это же. предлагается следующая система: $b \geq 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a \cdot 10 + b}{a + b} = \frac{6}{a + b} + 7 \\ \frac{a \cdot 10 + b}{a b} = \frac{11}{a b} + 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a \cdot 10 + b}{a + b} = \frac{6}{a + b} + 7 \\ \frac{a \cdot 10 + b}{a b} = \frac{11}{a b} + 3 \end{array} \right.$$

$$\text{I } \frac{a \cdot 10 + b - 6}{a + b} = 7$$

$$a \cdot 10 + b - 6 = 7a + 7b \quad 3a - 6b = 6$$

$$a = 2(b + 1)$$

$$\text{II } \frac{a \cdot 10 + b - 11}{a b} = 3$$

$$a \cdot 10 + b - 11 - 3ab = 0$$

$$20(b + 1) + b - 3 \cdot 2(b + 1)b = 11$$

$$-6b^2 + 15b + 9 = 0$$

$$D = 15^2 + 24 \cdot 9 = 441 = 21^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-15 \pm 21}{-12} \quad b_1 = -\frac{1}{2} < 0 \ominus$$

$$b_2 = 3 \oplus \Rightarrow b = 3$$

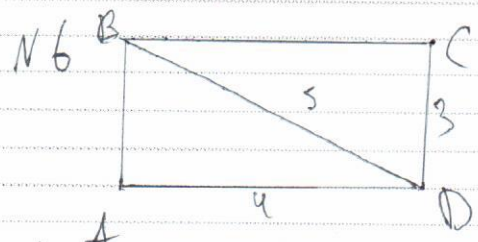
$$a = 2 \cdot (3 + 1) = 8$$

$$\text{число} = 8 \cdot 10 + 3 = 83$$

Ответ: 83

Место проведения ФГБОУ ВО ИРГУПС - г.Иркутск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Это задание, наша точка принадлежит прямоугольнику.

А прямоугольнику, по определению, состоит из 4-х сторон. Знаем точка лежит на одной из 4-х сторон.

Предположим, что исконая точка - это точка D тогда $AD = 4$; $DB = 5$; $DC = 3$

Можно доказать, что точка D - искомая, рассмотрим а треугольник $BD^2 = AD^2 + CD^2$ выполняется (по т. Пифагора)

$$BD^2 = AD^2 + CD^2 \Leftrightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$

$25 = 25$ верно, значит т. D - искомая

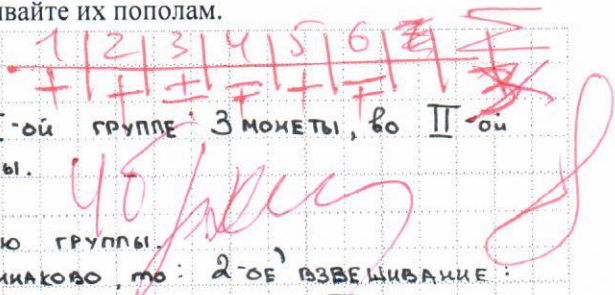
В таком случае: $AD = 4$; $CD = 3$, а площадь прямоугольника равна:

$$S(ABCD) = AD \cdot CD = 4 \cdot 3 = 12$$

Ответ: 12

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

21



Разделим 8 монет на три группы: в I-ой группе 3 монеты, во II-ой группе 3 монеты, в III-ей группе 2 монеты.

1-ое взвешивание: взвесим I-ую и II-ую группы.

Если группы весят одинаково, то: 2-ое взвешивание: взвесим монеты из III-ей группы.

Та монета, которая весит легче и есть фальшивая.

Иначе (I и II группы весят неодинаково): взвесим 2 монеты из более лёгкой группы (2-ое взвешивание).

Монеты весят одинаково \Rightarrow фальшивая монета та, которая была в более лёгкой группе, но не была взвешена во 2-ом взвешивании.

Если же монеты весят неодинаково, то та монета, которая весит легче и есть фальшивая.

22

Последние цифры степеней двойки образуют последовательность:

- 1 - $2^1 = 2$
- 2 - $2^2 = 4$
- 3 - $2^3 = 8$
- 4 - $2^4 = 16$
- 5 - $2^5 = 32$
- 6 - $2^6 = 64$
- 7 - $2^7 = 128$
- 8 - $2^8 = 256$
- 9 - $2^9 = 512$
- ...
- 3 - $2^{1995} = ?$

Последовательность состоит из блоков по четыре числа в каждом.

Найдем количество блоков до 2^{1995} .

$$\begin{array}{r}
 1995 \overline{) 4} \\
 \underline{16} \\
 39 \\
 \underline{36} \\
 38 \\
 \underline{32} \\
 6
 \end{array}$$

До 2^{1995} 498 блоков, а само число 2^{1995} стоит в 499 блоке на 3-ем месте \Rightarrow последняя цифра в данном числе 8

Ответ: 8

23

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{x}{a} + y \right| \leq 1 \quad (1) \\ |y - 3| \leq 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Рассмотрим неравенство (2): $|y-3| \leq 1$

$$|y-3| \leq 1$$

$$1) \begin{cases} y \geq 3 \\ y-3 \leq 1 \\ y \leq 4 \end{cases}$$

$$[3; 4]$$

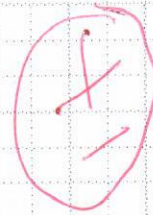
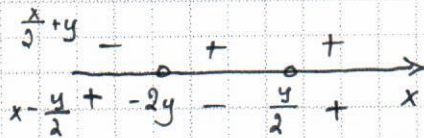
$$2) \begin{cases} y < 3 \\ 3-y \leq 1 \\ y \geq 2 \end{cases}$$

$$[2; 3)$$

Решение неравенства: $[2; 4]$

Рассмотрим неравенство (1):

$$\left| \frac{\frac{x}{2} + y}{x - \frac{y}{2}} \right| \leq 1$$



$$1) x \geq \frac{y}{2}$$

$$\frac{\frac{x}{2} + y}{x - \frac{y}{2}} \leq 1$$

$$\frac{\frac{x}{2} + y - x + \frac{y}{2}}{x - \frac{y}{2}} \leq 0$$

$$\frac{\frac{3}{2}y - \frac{x}{2}}{x - \frac{y}{2}} \leq 0$$

$$\frac{3y-x}{2x-y} \leq 0$$

$$y = \frac{x}{3} ; y = 2x$$

Построим графики двух ф-ий

$$y = 2x$$

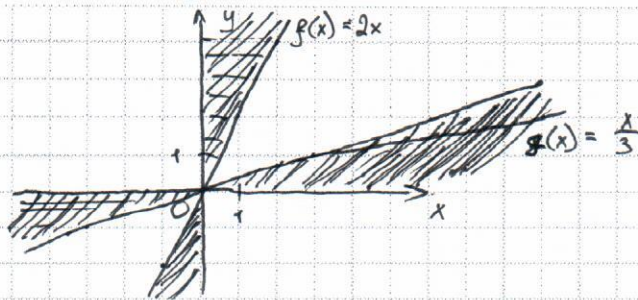
x	0	1	2	-1
y	0	2	4	-2

$$y = \frac{x}{3}$$

x	0	3	-3	9	6
y	0	1	-1	3	2

Место проведения ПГУПС - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



НЕРАВЕНСТВО
 $\frac{3y-x}{2x-y} \leq 0$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ
 $x \geq \frac{y}{2}$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ

2) $x < -2y$

$$\frac{-\frac{x}{2} - y}{\frac{y}{2} - x} \leq 1$$

$$\frac{-\frac{x}{2} - y - \frac{y}{2} + x}{\frac{y}{2} - x} \leq 0$$

$$\frac{\frac{x}{2} - \frac{3y}{2}}{\frac{y-2x}{2}} \leq 0$$

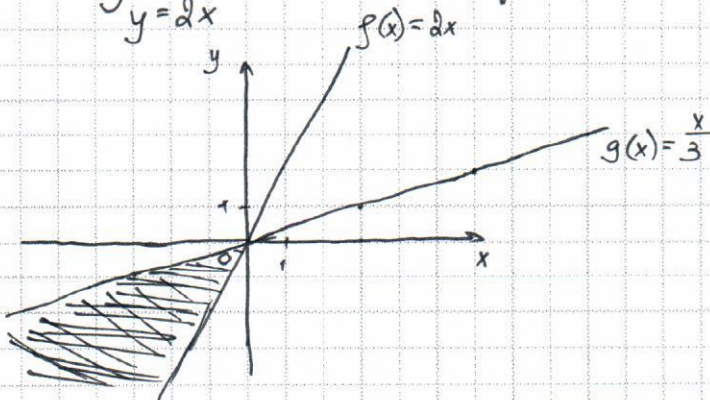
$$\frac{\frac{3y-x}{2} - \frac{x}{2}}{\frac{y-2x}{2}} \geq 0$$

$$\frac{3y-x}{y-2x} \geq 0$$

$$y = \frac{x}{3}$$

$$y = 2x$$

Построим графики f-ий



НЕРАВЕНСТВО
 $\frac{3y-x}{y-2x} \geq 0$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ
 $x < -2y$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ

3) $-2y \leq x < \frac{y}{2}$

$$\frac{\frac{x}{2} + y}{\frac{y}{2} - x} \leq 1$$

$$\frac{\frac{x}{2} + y - \frac{y}{2} + x}{\frac{y}{2} - x} \leq 0$$

$$\frac{\frac{y}{2} + \frac{3x}{2}}{\frac{y-2x}{2}} \leq 0$$

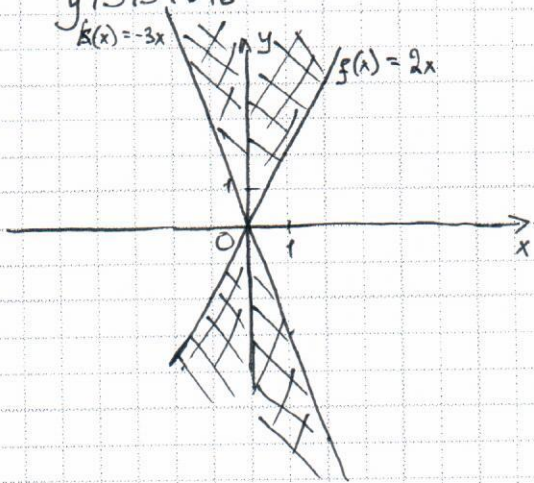
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{y+3x}{y-2x} \leq 0$$

Построим графики пр-ми $y = -3x$ $y = 2x$

$y = -3x$

x	1	-1	2	-2
y	-3	3	-6	6

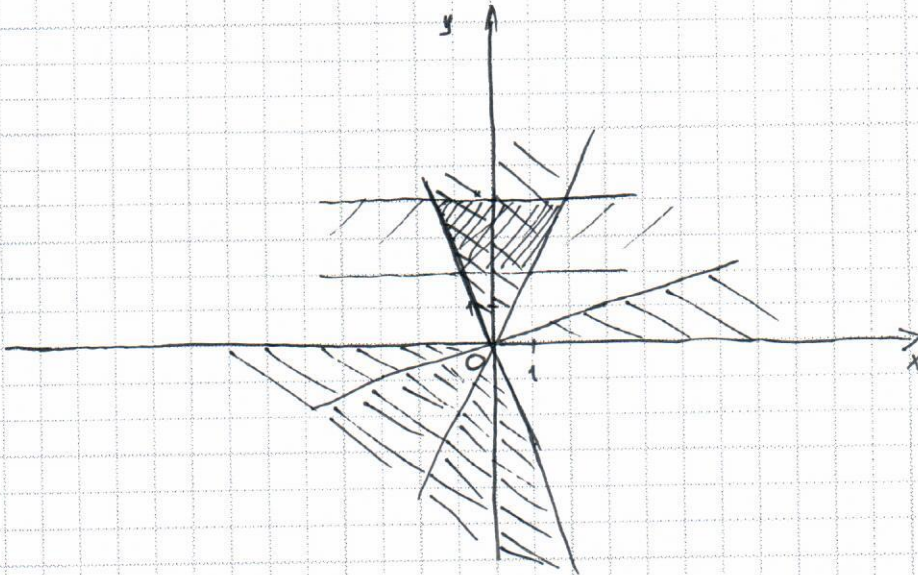


НЕРАВЕНСТВО

$$\frac{y+3x}{y-2x} \leq 0 \quad \text{выполняется}$$

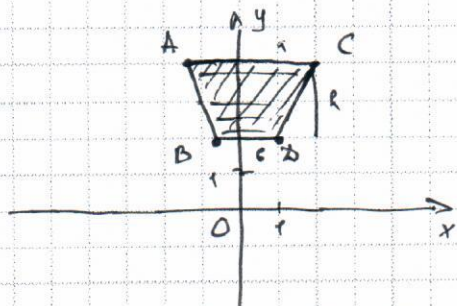
$$-2y \leq x < \frac{y}{2} \quad \text{выполняется}$$

График, показывающий решение неравенства (1) и (2)



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

График, показывающий решение систем неравенств (1) и (2)



$$S_{\text{тp}} = \frac{1}{2}(b+a) \cdot h$$

$$h = 4 - 2 = 2; \quad a = a_2 - a_1; \quad b = b_2 - b_1$$

$$y = -3x$$

т. А $(a_1; 4) \in y = -3x$
т. В $(b_1; 2) \in y = -3x$

$$a_1 = -\frac{4}{3}; \quad b_1 = -\frac{2}{3}$$

$$y = 2x$$

т. С $(a_2; 4) \in y = 2x$
т. D $(b_2; 2) \in y = 2x$

$$a_2 = 2$$

$$b_2 = 1$$

$$a = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

$$b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$S_{\text{тp}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \left(\frac{10+5}{3} \right) = \frac{15}{3}$$

Ответ: $S_{\text{тp}} = 3$

25

Пусть x - произв. Аке

$$\frac{1}{x} = ?$$

y - произв. Лиси

1 - вся работа

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x+y} = 5 \\ 2(x+y) + 7y = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} y = \frac{1}{5} - x \\ (x+y) = \frac{1}{5} \end{array}$$

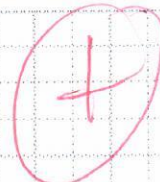
$$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} - 7x = 1$$

$$\frac{9}{5} - 7x = 1$$

$$x = \frac{4}{35}$$

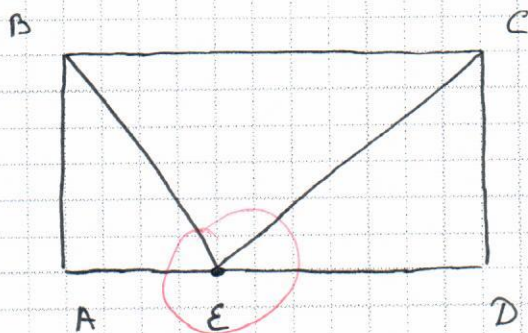
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} = \frac{35}{4} \quad x = 8 \text{ и } 45 \text{ минут}$$



Ответ: Аке требуется 8 и 45 минут, чтобы прополоть весь огород.

№6



Дано:

$$S(E; C) = 12$$

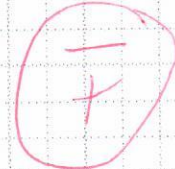
$$S(E; B) = 13$$

$$S(E; A) = 5$$

ABCD - прямоугольник

Найти:

$$S_{ABCD}$$

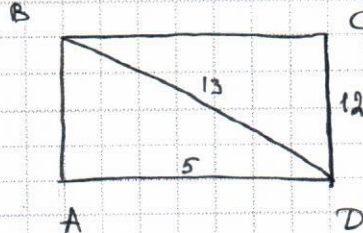


1) $\triangle BAE$: $\angle A = 90^\circ$
 $BE = 13$
 $AE = 5$

$$AB^2 = BE^2 - AE^2$$

$$AB = \sqrt{BE^2 - AE^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

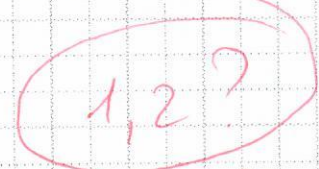
2) $\triangle ECD$: $CE = 12$; CE - гипотенуза \rightarrow т. Е = т. D
 $CD = 12$



3) $DC = 12$
 $DB = 13$
 $AD = 5$

4) $S_{ABCD} = AD \cdot CD = 12 \cdot 5 = \underline{60}$

Ответ: $S_{ABCD} = 60$



№4

$$3x^4 - 5y^4 - 4z^2 = 26$$

$$3x^4 - 5y^4 = 26 + 4z^2$$

Простые числа, начинающиеся с 3:

... 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19...

Предположим, что $z = 19$, тогда

Место проведения ПГУПС - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$3x^4 - 5y^4 = 26 + 4 \cdot 361$$

$$3x^4 - 5y^4 = 26 + 1440$$

$$3x^4 - 5y^4 = 1470$$

$$3x^4 - 1470 = 5y^4$$

$$y^4 = \frac{3x^4 - 1470}{5}$$

т.к. y^4 кратно 5 \rightarrow $3x^4$ кратно 5, то $3x^4 - 1470$ должно быть

т.к. число $\times 3$ может быть кратно 5 когда оканчивается то x^4 оканчивается на 5.
Простое число оканчивающееся на 5 - 5.

$$\text{тогда } x^4 = 625 \quad (x=5)$$

$$y^4 = \frac{1875 - 1470}{5} = \frac{405}{5} = 81$$

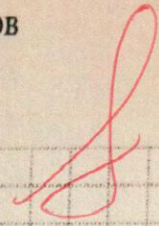
$$y^4 = 81 = 3^4$$

$$y = \pm 3 \quad y = -3 \text{ не уст. усл. задачи}$$

Ответ: $x = 5; y = 3; z = 19.$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1



① Да, можно.

Пример:

1)	1	1
2)	2	1 1
3)	4	1 3
4)	8	1 7
5)	16	1 15
6)	31	31
7)	63	42 11
8)	125	125
9)	250	250
10)	500	500

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	0	0	0	4

Первые 5 взвешиваний нужно перекладывать сахар на чашу с ширкой.

Тогда после пятого раза на ней будет 31г сахара и ширка.

Шестой раз мы убираем ширку и взвешиваем еще 31г сахара и перекладываем на другую чашу.

Седьмой раз снова кладем туда ширку, и там будет 62г сахара и ширка. Взвешиваем еще 63г сахара,

перекладываем и убираем ширку. Теперь на одной чаше 125г сахара. За 3 последних взвешивания мы каждый раз удваиваем это число и получаем 1000г (1кг).

② $20^{10} = 10^{10} \cdot 2^{10}$

$2^{10} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 = 1048576$ - 7 цифр

Если умножить на 10^{10} , то добавится еще 10 цифр.

Значит всего 17 цифр

Ответ: 17 цифр

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3

$$\begin{cases} \left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 \\ \left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

1) $\left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2}$

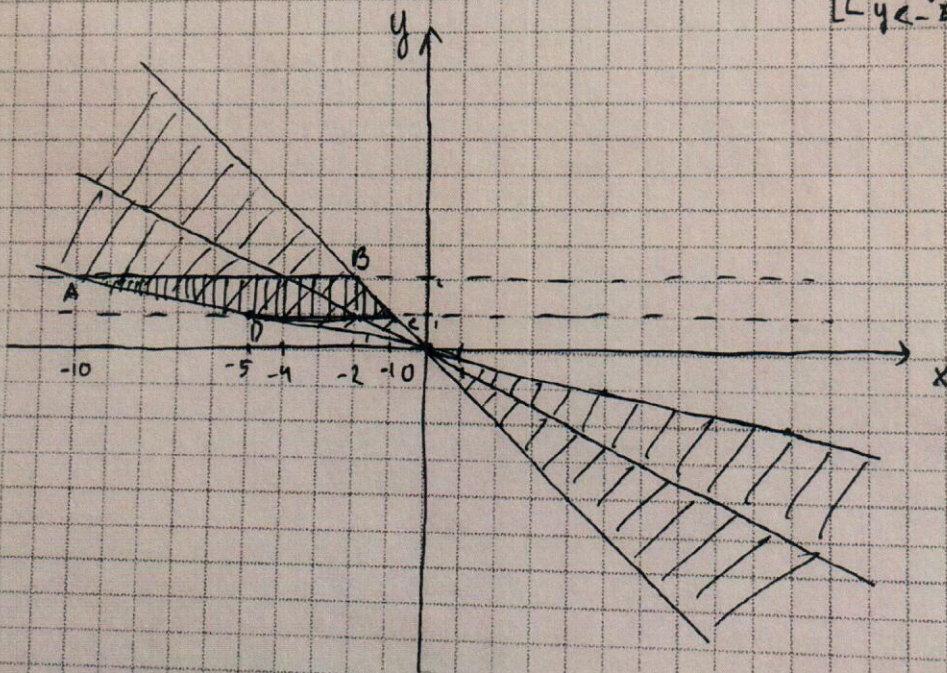
$$\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

2) $\left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2$

$$\begin{cases} \frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \\ \frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{x+2y} \leq 0 \\ \frac{x+5y}{x+2y} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \\ x \geq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \\ x \geq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \\ x \geq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \\ x \geq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \\ x \geq -x \\ -x \leq -\frac{x}{2} \end{cases}$$



$$\left. \begin{aligned} AB &= -2 - (-10) = 8 \\ DC &= -1 - (-5) = 4 \\ \text{Высота} &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{8+4}{2} \cdot 1 = 6$$

Ответ: 6

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5) Двузначное число можно представить, как $10x + y$, где x - количество десятков, y - количество единиц

Пусть $x+y$ - сумма цифр этого числа

$$\begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = 7 \text{ (см. 6)} \\ \frac{10x+y}{xy} = 3 \text{ (см. 11)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+y = 7x+7y+6 \\ 10x+y = 3xy+11 \end{cases}$$

$$3x = 6y+6$$

$$10x+y = 3xy+11$$

$$3x = 6y+6$$

$$10x+y = 3xy+11$$

$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ 20y+20+y = 3(2y+2)y+11 \end{cases}$$

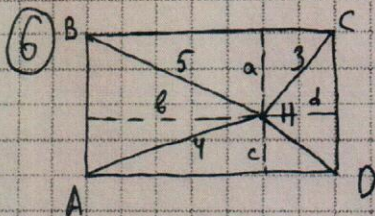
$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ 6y^2 - 15y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

Число = 83

Ответ: 83



$$\begin{cases} a^2 + b^2 = BH^2 \\ a^2 + d^2 = HC^2 \\ d^2 + c^2 = HD^2 \\ c^2 + b^2 = HA^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow BH^2 + DH^2 = CH^2 + AH^2$$

$$25 + DH^2 = 16 + 9$$

$$DH = 0 \Rightarrow H \equiv D \Rightarrow$$

$$\begin{cases} CH \equiv CD \\ AH \equiv AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD = 3 \\ AD = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = 3 \cdot 4 = 12$$

Ответ: 12

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\textcircled{4} \quad x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$

Возьмем $a \in \mathbb{N}$

$$\text{Пусть: } (x+a)^3 \in \mathbb{N}$$

$$(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 \in \mathbb{N}$$

П.к. $y \in \mathbb{N} \Rightarrow y^3 \in \mathbb{N} \Rightarrow y^3$ должен быть равен $x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$

$$x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 = x^3 + 8x^2 + 42x + 27$$

$$x, a \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} a^3 = 27 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = x^3 + 8x^2 + 42x + 27$$

$$x^2 - 15x = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \\ x=15 \\ y=18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=18 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (0, 3), (15, 18)$$

$$\text{Ответ: } (15, 18)$$

Место для крестки

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N1

Разделим монеты на 3 группы: ^{группа 1} 3, ^{группа 2} 3 и ^{группа 3} 1

взвесим 3 и 3. Если равно, то в группах 1 и 2 левая по 1 ~~монет~~ орловской монете

проведем фт каждой из этих групп этот алгоритм:

[a, b, c - 3 монеты
a и b взвешиваем, если равны, то c - орловская, если нет, то орловская более легкая монета]

Если не равно, то обе орловские среди монет более легкой группы (1 или 2) и группа 3 и нас 4 монеты:

a, b, c, d

взвесим a, b; если равны, то взвесим b и c; не могут

все равны. Если равны, то тогда a=b=c и орловская все те 3 мон; если b легче, то орловская a и b, если c легче, то - c и d

если не равны, то более легкая - орловская, иначе логично для c и d



1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	-	+	+	+	+	0	0	50

Рос

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

а/2

$$20^{30} = 2^{30} \cdot 10^{30}$$

$$2^{30} \cdot 10^{30} < 10^{40}$$

$$2^{30} < 10^{10}$$

$$2^5 < 10$$

$$8 < 10$$

$$2^{30} \cdot 10^{30} > 10^{30}$$

$$2^{30} > 10^0$$

$$2^{10} > 10^3$$

$$1024 > 1000$$

20^{30} - 39-значное число

Ответ: 35

н/ч

$$x^2 + y^2 + 16z^2 = 82$$

если $z \geq 3$

~~если $16z^2 \geq 144$~~

в таком случае
рав. не выполняется

$$z = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 16 \cdot 2^2 = 82$$

$$x^2 + y^2 = 18$$

$$x = 2$$

$$2^2 + y^2 = 18$$

$$y^2 = 14$$

$$y = \sqrt{14}$$

но y - натуральное

$$x = 3$$

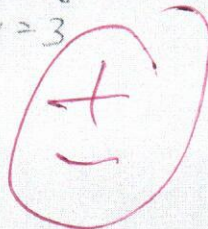
$$3^2 + y^2 = 18$$

$$y^2 = 9$$

$$y = 3$$

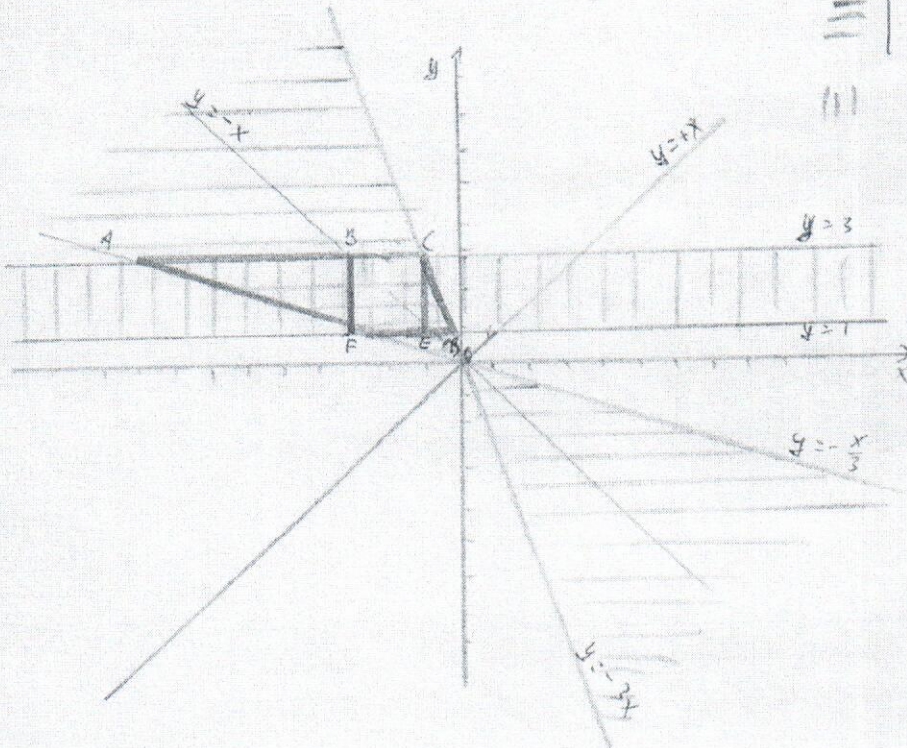
~~$x \geq 5$~~ $x \geq 5$
 ~~$x^2 \geq 25$~~ $x^2 \geq 25$
 рав. не выполняется

Ответ: {3; 3; 2}



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

3



$$\left| \frac{x-y}{2x+2y} \right| \geq 1$$

$$||y-2| \leq 1$$

$$|y-2| \leq 1$$

$$\begin{cases} y \leq 3 \text{ или } y \geq 2 \\ y \geq 1 \text{ или } y \leq 2 \end{cases}$$

$$\left| \frac{x-y}{2x+2y} \right| \geq 1 \quad \begin{matrix} 2x+2y \neq 0 \\ x \neq -y \end{matrix}$$

$$|x-y| \geq 2|x+y|$$

$$\begin{cases} y \leq -\frac{x}{3} \text{ или } x \geq y \text{ и } x \geq -y \\ y \geq -3x \text{ или } x \geq y \text{ и } x < -y \\ y \geq \frac{x}{3} \text{ или } x \leq y \text{ и } x < -y \\ y \leq -3x \text{ или } x \leq y \text{ и } x > -y \end{cases}$$

получилась фигура A C A F

т.к. AC || FA, $S = \frac{h \cdot (AC+FA)}{2}$

$$h = 2; AC = 8; FA = \frac{8}{3}$$

$$S = \frac{2(8 + \frac{8}{3})}{2} = \frac{32}{3}$$



Ответ: $\frac{32}{3}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

WS

P - цена риса; C - цена сахара; Q - цена пармезана (за фунтом)

~~Купили~~ x килограмм говядины по цене x ; тогда

$$\begin{cases} 4P + 3C + 6Q = x & (1) \\ 4P + 3 \cdot 1,5C + 6 \cdot 2Q = 6 & (2) \\ 4 \cdot 3P + 3 \cdot 2C + 6Q = 8 & (3) \end{cases}$$

(3) - (1)

$$4 \cdot 3P - 4P + 3C - 3C + 6Q - 6Q = 8 - x$$

$$8P + 3C = 8 - x$$

$$3C = 8 - x - 8P \quad (4)$$

подставим в (1)

$$4P + 8 - x - 8P + 6Q = x$$

$$-4P + 8 + 6Q = 2x$$

$$-2P = x - 4 - 3Q \quad (6)$$

подставим в (4)

$$3C = 8 - x + 4(x - 4 - 3Q) = 3x - 8 - 12Q \quad (5)$$

подставим (6) и (5) в (2)

$$-2x + 8 + 6Q + 4,5x - 12 - 18Q + 12Q = 6$$

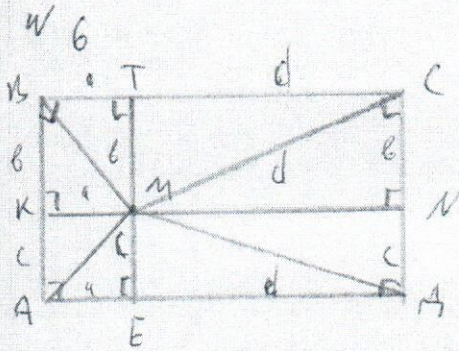
$$2,5x = 10$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

4

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Дано: $BA = 6$; $BC = 10$; $CA = 8$

$\triangle CDA$ - прямоугольный

Найти: S_{ABCA}

Решение:

проведем высоты MT , MN , ME , MK , тогда BMT , TSM , MNE , AKM - прямоугольники (все углы по 90°) \Rightarrow $BT = KM = AE = a$

$TK = MN$, $ME = AN = b$

$$BK = TM = CN = c$$

$$KA = ME = ND = d$$

$$TC = MN = EA = d$$

$$a^2 + b^2 = BM^2 = 6^2 = 36 \quad (1)$$

$$b^2 + d^2 = MC^2 = 10^2 = 100 \quad (2)$$

$$d^2 + c^2 = MA^2 = 8^2 = 64 \quad (3)$$

$$(1) + (2) - (3)$$

$$a^2 + b^2 + d^2 + c^2 - b^2 - d^2 = 100 + 64 + 36$$

$$a^2 + c^2 = 0 \Rightarrow a = 0; c = 0 \Rightarrow A \text{ и } M \text{ - одна и та же точка}$$

$$S_{ABCA} = AB \cdot AD = MA \cdot MB = 6 \cdot 8 = 48$$

Ответ: 48



Место проведения ФГБОУ ВО ИРГУПС - г.Иркутск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1

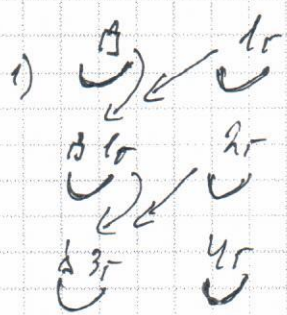
1	2	3	4	5	6	7	8
+	+	+	+	-	-		

Заметим, что если каждый раз на контрольную галку перекладывать сахар из обеих (предыдущую и из резерва) можно получить роста только большее значение.

Будем делать эту операцию

всегда!

Пример:



Однако ширво можно ставить (или не ставить) на нужную галку, как угодно.

$d=1$ 1) поставить на 1-ую галку \Rightarrow значение увеличится на 1 на второй галке

$d=-1$ 2) поставить на 2-ую \Rightarrow значение на 1 меньше

$d=0$ 3) можно, вообще, не ставить \Rightarrow равнос.

d - значение пометки ширво ($d \in [-1; 1]$, $d \in \mathbb{Z}$)

d_1 - должно быть $\neq 1$, иначе нельзя будет достать нужного кол-ва.

1) $\begin{matrix} 0 \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} d_1(1r) \\ \downarrow \end{matrix}$

всего = d_1

2) $\begin{matrix} d_1 \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} d_1 + d_2 \\ \downarrow \end{matrix}$

всего = $2d_1 + d_2$

3) $\begin{matrix} 2d_1 + d_2 \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} (2d_1 + d_2) + d_3 \\ \downarrow \end{matrix}$

всего = $4d_1 + 2d_2 + d_3$

n) $\begin{matrix} \dots \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} \dots + d_n \\ \downarrow \end{matrix}$

всего = $d_1 \cdot 2^{n-1} + d_2 \cdot 2^{n-2} + \dots + d_n \cdot 2^0$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

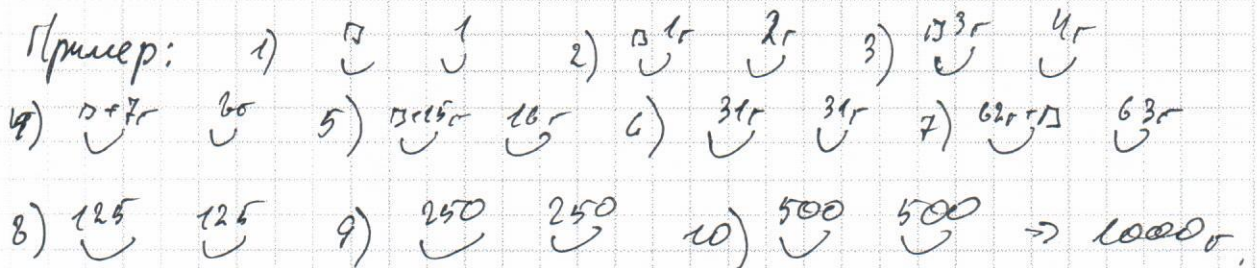
$$\text{Всего сахара} = d_1 \cdot 2^9 + d_2 \cdot 2^8 + d_3 \cdot 2^7 + d_4 \cdot 2^6 + d_5 \cdot 2^5 + d_6 \cdot 2^4 + d_7 \cdot 2^3 + d_8 \cdot 2^2 + d_9 \cdot 2 + d_{10} \cdot 1$$

Разложим число 1000 на степени 2-ки:

$$1000 = 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 8$$

$$(16 \cdot 0) + (4 \cdot 0) + (2 \cdot 0) + (1 \cdot 0)$$

Нужно не забыть \Leftarrow d_6 d_8 d_9 d_{10}
цифры на 6-м, 8-м, 9-м, 10-м разрядах.



Ответ можно.

$$2) \quad 20^{20} = 2^{20} \cdot 10^{20} = 16^5 \cdot 10^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 10^{20} = 1024 \cdot 1024 \cdot 10^{20}$$

$$= 1048576 \cdot 10^{20}$$

7 цифр + 20-ть нулей.

$$\begin{array}{r} 1024 \\ + 1024 \\ \hline 4096 \\ + 2048 \\ \hline 1024 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

Ответ: 27

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$4) \quad x^3 + 6x^2 + 42x + 27 = y^3 \quad x, y \in \mathbb{N}$$

$$(x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 9 + 3^3) - x^2 + 15x = y^3 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$$

$$(x+3)^3 - x^2 + 15x = y^3$$

если $(-x^2 + 15x) = 0$, то $(x+3)^3 = y^3$ - верно.

$$\begin{cases} x=0 \\ x=15 \end{cases} \quad \begin{cases} (0+3)^3 = y^3 & y=3 \\ (15+3)^3 = y^3 & y=18 \end{cases}$$

Так, как $\begin{cases} f(x) = x^3 + 6x^2 + 42x + 27 \\ f(y) = y^3 \end{cases}$ - пересекаются

$$f'(y) = 3y^2, \quad y \in \mathbb{N} \Rightarrow f'(y) > 0 \text{ всегда.}$$

$f(y)$ - монотонно возрастает.

$$f'(x) = 3x^2 + 16x + 42, \quad x \in \mathbb{N} \Rightarrow f'(x) > 0 \text{ всегда.}$$

На промежутке $\begin{cases} x \in [0; 1) \\ y \in [0; 1) \end{cases}; \quad 3x^2 + 16x + 42 < 3y^2$

$f(y)$ - возрастает быстрее.

На $\begin{cases} x \in (1; +\infty) \\ y \in (1; +\infty) \end{cases}; \quad f(x)$ - возрастает быстрее.

след не более 1-й г. пересеч.

$$\begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=15 \\ y=18 \end{cases} \quad - \text{ корни уравнения в единств.}$$

Ответ: $(0; 3); (15; 18)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5) $\overline{ab} = 10a + b$ - кол-во цифр $\begin{cases} a \in \mathbb{N} \\ b \in \mathbb{N} \end{cases}$

$$\begin{cases} (10a + b) = 7(a + b) + 6 \\ (10a + b) = 3ab + 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10a - 7a = 7b - b + 6 \\ 10a + b - 3ab + 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 6b + 6 \\ a = 2b + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b + 20 + b - 3 \cdot 2b - 6b - 6b - 11 = 0 \\ -6b^2 - 5b + 20b + 9 = 0 \\ 6b^2 - 15b + 9 = 0 \\ 2b^2 - 5b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = 25 - 24 = 1 \\ b = \frac{5 \pm 1}{4} = 1; \frac{3}{2} \\ a = 2 \cdot 1 + 2 = 4 \end{cases}$$

$$20b + 20 + b - 3 \cdot 2b - 6b - 6b - 11 = 0$$

$$-6b^2 - 5b + 20b + 9 = 0$$

$$6b^2 - 15b + 9 = 0$$

$$2b^2 - 5b + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$b = \frac{5 \pm 1}{4} = 1; \frac{3}{2}$$

$$a = 2 \cdot 1 + 2 = 4$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \\ \overline{ab} = 41 \end{cases}$$

Ответ: 41

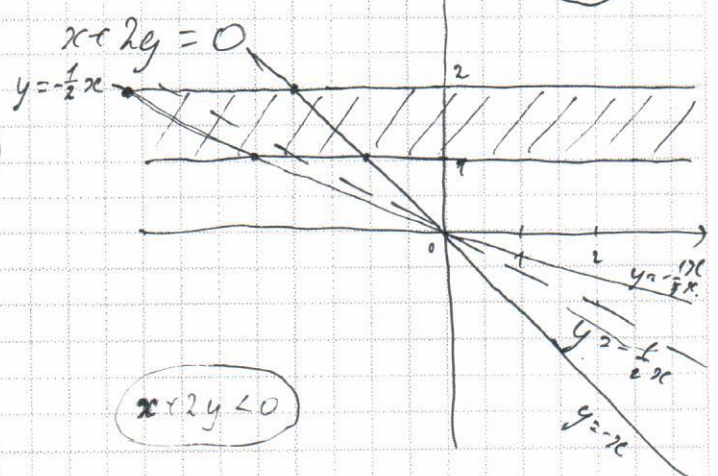
3) $\left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \\ \frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \end{cases}$ Зависит от $(x+y \cdot 2)$

$$\left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow y \in [1; 2]$$

1) Построим границу

$$\frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \Rightarrow y = -x \text{ (граница)}$$

$$\frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \Rightarrow y = \frac{1}{5}x \text{ (граница)}$$



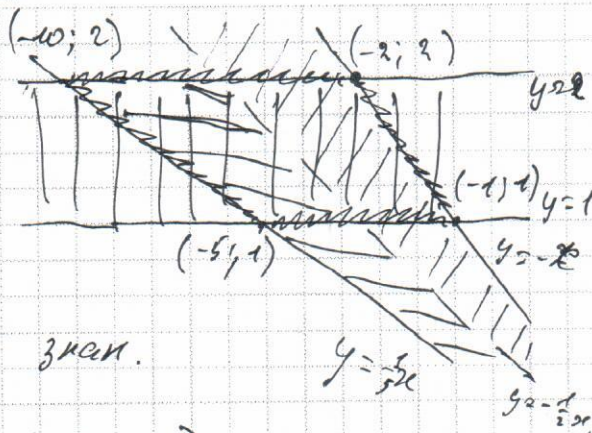
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Точки: $y = 2 \Rightarrow x = -2$

$x = -4$

$y = 1 \Rightarrow x = -1$

$x = -5$



Если $x + 2y > 0$ - не меняем знак.

то $\frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x \end{cases} \quad (//////)$

$\frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \Rightarrow \begin{cases} y \leq -\frac{1}{5}x \end{cases}$

Если $x + 2y < 0$ меняем знак.

$\begin{cases} y \geq -x \\ y \geq -\frac{1}{5}x \end{cases} \quad (//////)$

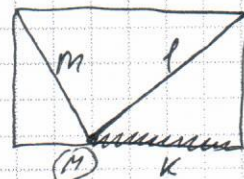
$S = \frac{1}{2}(8+4) \cdot 1 = 6$

Ответ: 6.

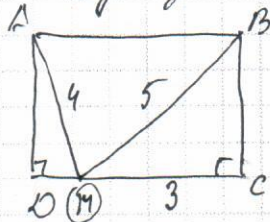
б) Точка М - лежит на стороне (ABCD-трап.)

к - катет при л- гипотенузе

$k < l$



Подходит только один вариант?



$BC = \sqrt{15-9} = 4$; $BC = AD = 4$.

В $\triangle ADM$ $AM = 4$, катет = 4 $\Rightarrow DM = 0$.

$AD = 4$; $DC = 3 \Rightarrow S = 4 \cdot 3 = 12$.

Ответ: 12

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N1

Нужно монеты разделить на две одинаковые кучки. Взять из каждой по 3 монеты и взвесить, если у них вес одинаковой, то оставшиеся 2 монеты взвешиваем, и получимся что одна легче, она и будет фальшивой.

А если в группах из трёх монет одна будет легче, то берём более лёгкую кучку и делим по одной, но взвешиваем, и если монеты одинаковые то оставшаяся 3-ья монета фальшивая, а если на весах оказалась более лёгкая монета, то следует что она фальшивая.

N2

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \Sigma \\ \hline + & + & 0 & 0 & + & + & 4 \end{array}$$

т.к. при возведении в степень 2-ка даёт цифры 2, 4, 8, 6 => если степень разделить на 4, то если

~~$$\begin{array}{l} 2 \cdot 2 = 4 \\ 2 \cdot 4 = 8 \\ 2 \cdot 8 = 16 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{l} 2^1 = 2 \\ 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8 \\ 2^4 = 16 \\ 2^5 = 32 \\ 2^6 = 64 \\ 2^7 = 128 \text{ и т.д.} \end{array}$$

остаток равен:
1 - последняя цифра 2
2 - последний 4
3 - 8
без остатка 6

В числе 2^{1995} степень при делении на 4 даёт остаток 3 => число оканчивается на 8.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№5

1- огород

t_2 - время Ани на огород

t_1 - время Лены на огород

A - производительность Ани

L - производительность Лены

$$\begin{cases} (A + L) \cdot 5 = 1 \\ (A + L) \cdot 2 + 7L = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + L = \frac{1}{5} \\ 2A + 7L = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + L = \frac{1}{5} \\ 2A + 2L = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{5} - L \\ 2\left(\frac{1}{5} - L\right) + \frac{9}{L} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{L} + \frac{9}{L} = 1$$

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{L} = 1$$

$$\frac{7}{L} = 1 - \frac{2}{5}$$

$$\frac{7}{L} = \frac{3}{5}$$

$$L = \frac{7 \cdot 5}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3} \text{ ч} - \text{время Лены на весь огород}$$

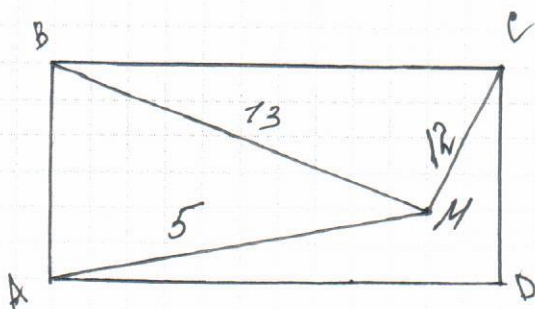
$$\frac{1}{L} = \frac{1}{5} - \frac{1}{\frac{35}{3}} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{5} - \frac{3}{35} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{4}{35} \Rightarrow L = \frac{35 \cdot 1}{4} =$$

$$= 8 \frac{3}{4} \text{ ч}$$

Ответ: $8 \frac{3}{4}$ часа.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6



Дано: ABCD-прямоугольник.

$$MA = 5 \quad MB = 13$$

$$MC = 12$$

Найти: S_{ABCD}

Решение: $\sqrt{MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2} \Rightarrow$

$$MD^2 = MA^2 + MC^2 - MB^2 = 25 + 144 - 169 = 0 \Rightarrow$$

M совпадает с точкой D \Rightarrow противоположные стороны равны \Rightarrow стороны равны 5 и 12 $\Rightarrow S = AB \cdot BC = 5 \cdot 12 = 60$

S-площадь прямоугольника

Ответ: 60

Место проведения ПГУПС - г. Санкт-Петербург

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант I.

1.

1	2	3	4	5	6	Σ
+	+	±	+	+	7	4

У нас есть неограниченный запас сахарного песка, но перед началом взвешиваний у нас нету ни одной единицы песка.

С помощью нашей гири мы можем взвесить и найти 1 грамм песка.

После этого мы можем взвесить весь песок полученный ранее, взвесить одну гирю или взвесить гирю с песком.

Пусть масса сахарного песка, полученного в предыдущем взвешивании будет x , тогда у нас есть три действия для взвешивания каждого следующего взвешивания:

1) $n = x$

2) $n = x$

3) $n = x$

$n+1 = 2x$

$n+1 = 1+x$

$n+1 = 2x+1$

Нам же нужно отсчитать ровно $1\text{кг} = 1000\text{грамм}$

Составим две шкалы взвешиваний:

Способ взвешивания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
III способ →	1 _г	2 _г ³	4 _г ⁷	8 _г ¹⁵	31 _г	63 _г	127 _г	254 _г	509 _г	1019 _г
Способ относительно конечного результата				...	31 _г ²⁵	62 _г ⁵	125 _г	250 _г	500 _г	1000 _г ←

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Не один из результатов нас не устраивает,
но можно заметить, что при 6-ом взвешивании
можно увидеть похожие числа в обеих системах.
Таким образом, если мы в 5-ом взвешивании
воспользуемся первым способом, а в 6-ом
снова третьим способом, то мы перейдем
на вторую систему получив результат "125ф"

Ответ: Да, можно;

$a_1 = 1ф$ (с помощью гири)

$a_2 = 3ф$ (с помощью сахара из a_1 + гири)

$a_3 = 7ф$ (с помощью сахара из a_2 + гири)

$a_4 = 15ф$ (с помощью сахара из a_3 + гири)

$a_5 = 31ф$ (с помощью сахара из a_4 + гири)

$a_6 = 62ф$ (с помощью сахара из a_5)

$a_7 = 125ф$ (с помощью сахара из a_6 + гири)

$a_8 = 250ф$ (с помощью сахара из a_7)

$a_9 = 500ф$ (с помощью сахара из a_8)

$a_{10} = 1000ф$ (с помощью сахара из a_9)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2.

20^{20} можно разложить как $2^{20} \cdot 10^{20}$,

$$2^{20} = 2^{19} \cdot 2 = 2^{18} \cdot 2 \cdot 2 = \dots$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{16} = 65536$$

$$2^{11} = 2048$$

$$2^{17} = 131072$$

$$2^{12} = 4096$$

$$2^{18} = 262144$$

$$2^{13} = 8192$$

$$2^{19} = 524288$$

$$2^{14} = 16384$$

$$2^{20} = 1048576$$

$$2^{15} = 32768$$

$$2^{20} = 1.048.576 \quad - 7 \text{ знаков}$$

$$10^{20} = 10000000000000000000000 \quad - 20 \text{ знаков (не считая "1")}$$

$$20 + 7 = 27$$

ОТВЕТ: 27

3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 \end{array} \right.$$

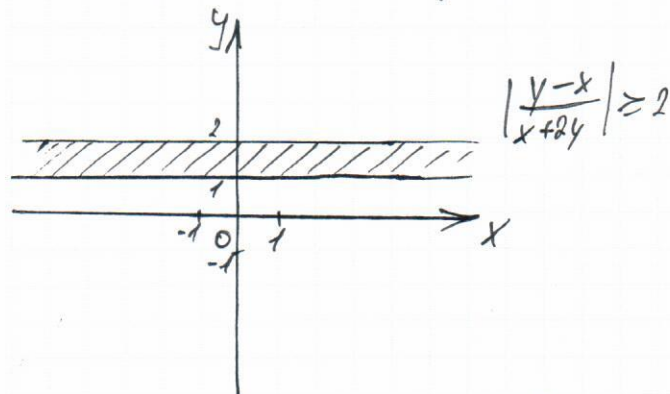
$$\left\{ \begin{array}{l} \left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$I) \left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y - \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \\ -y + \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \leq 2 \\ y \geq 1 \end{array} \right.$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Построим на графике эту систему.

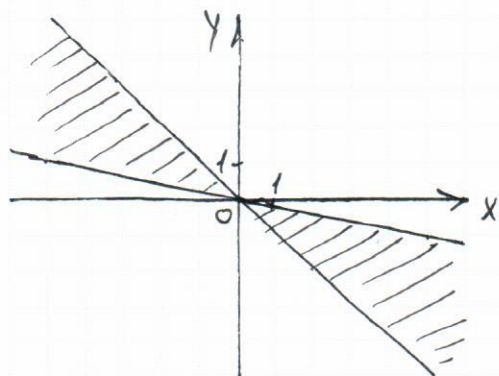


II) $\left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{y-x}{x+2y} = 2 \\ -\frac{y-x}{x+2y} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x = 3y \\ -x - 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix}$

приравняем
неравенства

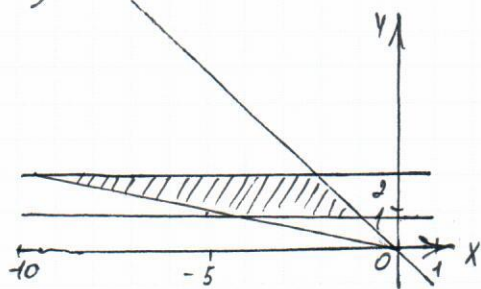
$\Rightarrow \begin{cases} -x = y \\ x = -5y \end{cases}$

Теперь построим две системы "y = -x" и "-x/5 = y" на координатной плоскости



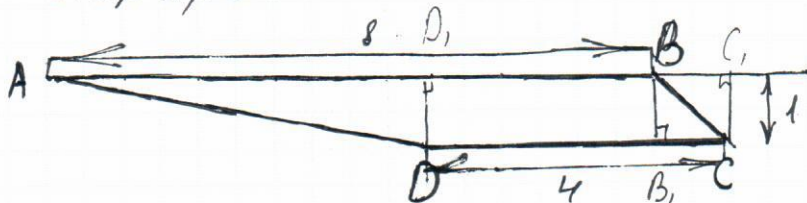
Определим методом постановки область функции $\left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2$

III) Наложим два рисунка друг на друга, и обозначим место пересечения их областей.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

IV) Построим полукруглую область в качестве четырёхугольника и обозначим как ABCD



- 1) Проведём высоту из точки D к прямой AB - DD₁,
из точки C к прямой AB - CC₁,
из точки B к прямой DC - BB₁,

- 2) Найдём площади всех трёх полученных фигур:

$$S_{\Delta ADD_1} = \frac{AD_1 \cdot DD_1}{2} \quad (\text{т.к. } \angle AD_1D = 90^\circ)$$

$$S_{DD_1B_1C} = DD_1 \cdot B_1C$$

$$S_{\Delta BB_1C} = \frac{BB_1 \cdot B_1C}{2} \quad (\text{т.к. } \angle BB_1C = 90^\circ)$$

$$3.) \quad S_{\Delta ADD_1} = \frac{5 \cdot 1}{2} = 2,5$$

$$S_{DD_1B_1C} = 1 \cdot 3 = 3$$

$$S_{\Delta BB_1C} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{\Delta ADD_1} = 2,5 \\ S_{DD_1B_1C} = 3 \\ S_{\Delta BB_1C} = 0,5 \end{array} \right\} S_{ABCO} = 7$$

Ответ: $S = 7$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5.

Представим число горшочков как $x \cdot 10 + y$,
тогда x - первое число, а y - второе число
Составим систему

$$\begin{cases} \frac{x \cdot 10 + y}{x + y} = 7 \text{ (6 в остатке)} \\ \frac{x \cdot 10 + y}{xy} = 3 \text{ (11 в остатке)} \end{cases}$$

Перенесём остатки в числители и получим новую систему:

$$\begin{cases} \frac{10x + y - 6}{x + y} = 7 \\ \frac{x \cdot 10 + y - 11}{xy} = 3 \end{cases}$$

Из первого уравнения выразим y

$$10x + y - 6 = 7x + 7y$$

$$3x - 6 = 6y$$

$$y = \frac{3x - 6}{6}$$

$$y = \frac{x - 2}{2}$$

Подставим y в первое уравнение, получим

$$10x + \left(\frac{x - 2}{2}\right) - 11 = 3x \cdot \left(\frac{x - 2}{2}\right)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{20x}{2} + \frac{x-2}{2} - 11 = \frac{3x^2-6x}{2}$$

$$20x + x - 2 - 22 - 3x^2 + 6x = 0$$

$$21x - 24 - 3x^2 + 6x = 0$$

$$3x^2 - 27x + 24 = 0 \quad /:3$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$D = 81 - 32 = 49 = 7^2$$

$$x_1 = \frac{9+7}{2} = 8 \quad x_2 = \frac{9-7}{2} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$y_1 = 3$$

$$\Downarrow$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}$$

(Не может быть, так

как $y \leq 0$, и число

горшков не может быть отрицательным)

$$x \cdot 10 + y =$$

$$= 80 + 3 =$$

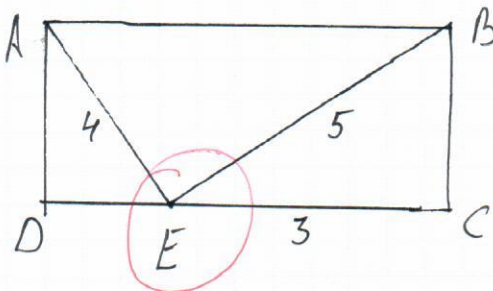
$$= 83$$

ОТВЕТ: 83 горшка с мёдом

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

6.

Построим произвольный четырёхугольник $ABCD$
И отметим точку E .



Дано: $ABCD$ - четырёхугольник
 $AE = 4$ $BE = 5$ $CE = 3$ $E \in ABCD$

Найти: S_{ABCD}

Решение: 1.) $BE = 5$ (по условию)
 $EC = 3$ (по условию)
 $\angle C = 90^\circ$ (т.к. $ABCD$ - прямоугольник)

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow EC^2 + BC^2 = BE^2 \quad (\text{По теореме Пифагора}) \Rightarrow BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

2) Поскольку $AE = 4$ (по условию)

$$BC = 4$$

$AD = BC$ (свойство прямоугольника)

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow BC = AE$$

$$BC = AE \Rightarrow BC = AE = AD \Rightarrow AD = AE$$

3.) $E \in ABCD$ (по условию)

$$AD = AE$$

Точка E находится в точке D и данный рисунок неверный.

4.) $EC = DC = 3 \Rightarrow S = AD \cdot DC = 4 \cdot 3 = 12$

ОТВЕТ: $S_{ABCD} = 12$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

4.

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$$

$$1) \sqrt[3]{x^3 + 8x^2 + 42x + 27} = y$$

$$2) x^3 + 2^3x^2 + 42x + 3^3 = y^3$$

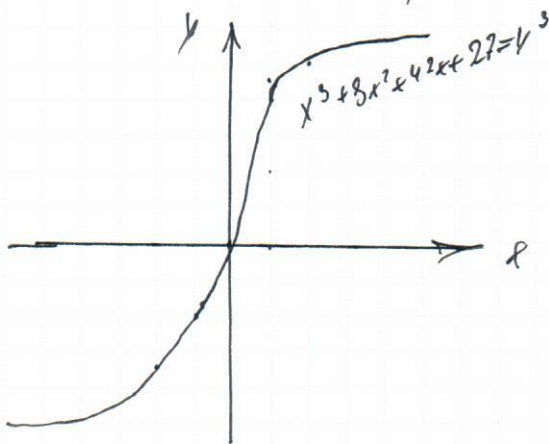
$$3) \text{ Если } x=0 \quad y=3$$

$$x=1 \quad y = \sqrt[3]{78} \approx 4,5$$

$$x=2 \quad y = \sqrt[3]{115} \approx 4,9$$

$$x=-1 \quad y = -2$$

$$x=-2 \quad y = \sqrt[3]{49} \approx -3,3$$



ОТВЕТ: $x_1 = 0 \quad y_1 = 3$

$x_2 = -1 \quad y_2 = -2$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант I.

№1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	31	63	125	250	500
1+Г	1+Г	3+Г	7+Г	15+Г	31	63+Г	125	250	500

Ответ: можно.

№2.

Ответ: 27.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	-	+	-	+	+	0	0	4

№5.

Решение.

- Пусть x - число десятков, тогда y - число единиц
- Число: $10x + y$
- Сист. ур.:

$$\begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = 7 \frac{6}{x+y} \\ \frac{10x+y}{xy} = 3 \frac{11}{xy} \end{cases}, \begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = \frac{7(x+y)+6}{x+y} \\ \frac{10x+y}{xy} = \frac{3xy+11}{xy} \end{cases}, \begin{cases} (10x+y)(x+y) = (7(x+y)+6)(x+y) \\ 10x+y = 3xy+11 \end{cases}$$

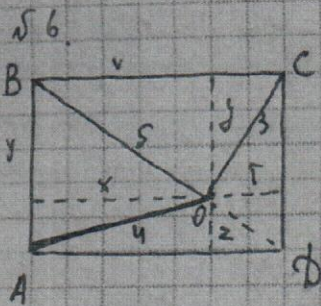
$$\begin{cases} 10x+y = 7x+7y+6 \\ 10x+y = 3xy+11 \end{cases}, \begin{cases} 10x-7x = 7y-y+6 \\ 10x+y = 3xy+11 \end{cases}, \begin{cases} 3x = 6y+6 \\ 10x+y = 3xy+11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ 10(2y+2)+y = 3(2y+2)y+11 \end{cases}, \begin{cases} x = 2y+2 \\ 20y+20+y = 6y^2+6y+11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y+2 \\ 6y^2-15y-9=0 \quad | :3 \end{cases}, \begin{cases} x = 2y+2 \\ 2y^2-5y-3=0 \end{cases}, \begin{cases} x = 2y+2 \\ y = 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: 83.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Решение.

$$\begin{cases} BO^2 = x^2 + y^2 \\ AO^2 = x^2 + z^2 \\ CO^2 = y^2 + 3^2 \\ DO^2 = z^2 + 2^2 \end{cases}$$

$$BO^2 + DO^2 = AO^2 + CO^2$$

$$DO^2 = AO^2 + CO^2 - BO^2 = 16 + 9 - 25 = 0$$

т.ч. O совпадет с т.ч. Ф \Rightarrow сторонами прямоуго. 3 и 4.

$$S_{ABCO} = 3 \cdot 4 = 12$$

Ответ: 12.

№ 3.

Решение.

$$\begin{cases} \left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 \\ \left| y - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$1) \left| \frac{y-x}{x+2y} \right| \geq 2 ; \begin{cases} \frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \\ \frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \end{cases} \begin{cases} \frac{y-x}{x+2y} \geq 2 \quad \cdot \frac{x+2y}{x+2y} \\ \frac{y-x}{x+2y} \leq -2 \quad \cdot \frac{x+2y}{x+2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-3x-3y}{x+2y} \geq 0 \quad | :(-3) \\ \frac{5y+y}{x+2y} \leq 0 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{x+y}{x+2y} \leq 0 \\ \frac{5y+y}{x+2y} \leq 0 \end{cases} ; \begin{cases} \begin{cases} x+y \leq 0 \\ x+2y > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 5y+x \leq 0 \\ x+2y > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Решение 1

$$\begin{cases} y \leq -x & (1) \\ y > -\frac{1}{2}x & (2) \end{cases}$$

Решение 2

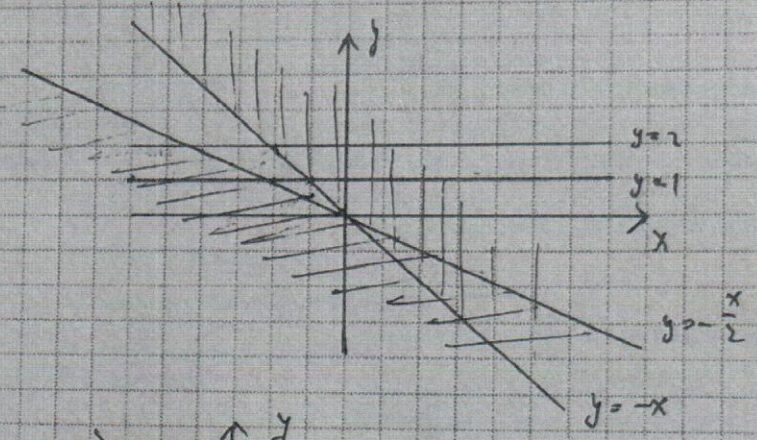
$$\begin{cases} y \leq -\frac{1}{5}x & (3) \\ y > -\frac{1}{2}x & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |y - \frac{3}{2}| &\leq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} &\leq y - \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2} \\ 1 &\leq y \leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \geq -x \\ y < -\frac{1}{2}x \end{cases}$$

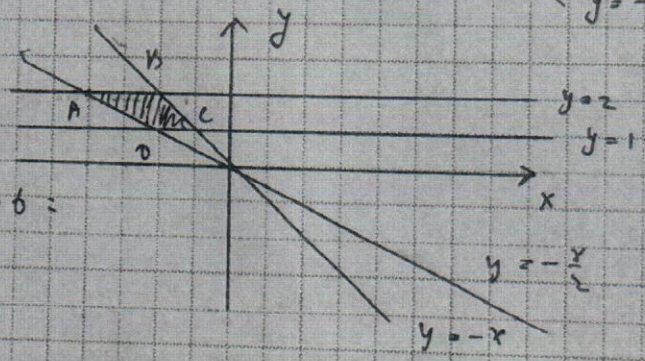
Решение 3

$$(1) \begin{cases} y \leq -x \\ y > -\frac{1}{2}x \end{cases}$$



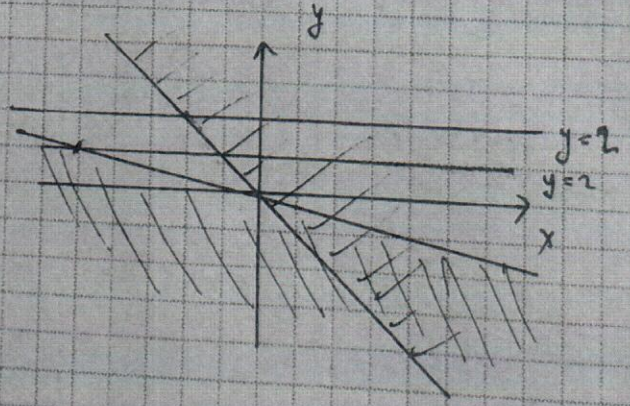
$$S_{AOCB} = \frac{CB + AB}{2} \cdot CB =$$

$$= \frac{1+2}{2} \cdot 1 = 1,5$$



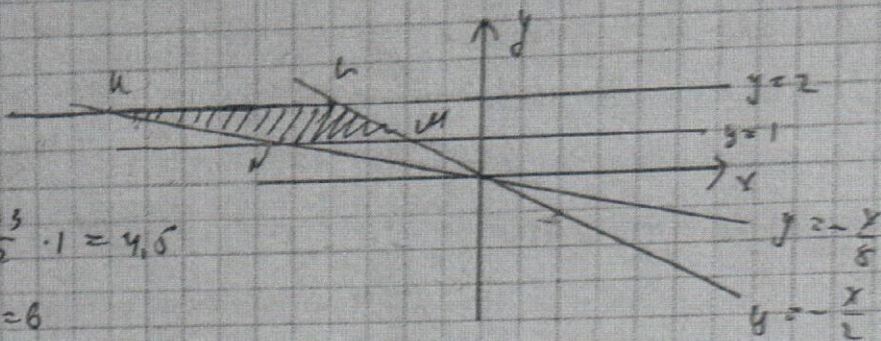
$$(3) \begin{cases} y \leq -\frac{1}{5}x \\ y > -\frac{x}{2} \end{cases}$$

Нет решений



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(4) \begin{cases} y \geq -\frac{1}{5}x \\ y < -\frac{x}{2} \end{cases}$$



$$S_{\text{треуг. клин}} = \frac{6+3}{2} \cdot 1 = 4,5$$

$$S_{\text{обш}} = 4,5 + 1,5 = 6$$

Ответ: 6.

54.

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$$

$$(x+3)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 9 + 27$$

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = (x+3)^3 - x^2 + 15x$$

$$(x+3)^3 - x^2 + 15x = y^3$$

$$(x+3)^3 - y^3 = x(x-15)$$

$$x \geq 15$$

Пр: $x=15 \Rightarrow y=18$

Ответ: (15; 18)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	0	0	5

№1 Каждое обозначение

даёт информацию 3 единицы информации

$3 \cdot 3 = 9$ \Rightarrow в теории можно найти 9 монет

одну из фальшивую монету из 9 = и из 7

Давайте будем брать крат интервал

условные обозначения

разделим на 3 группы

1) 3 ; 3 ; 1

1) 3 ; 3

ог ↓

3 монеты есть 1.Ф

(та монета фальшивая 1 а фальшивая 2)

Обозначаем 3 группы монеты 1 и 2

1

2

2) $\frac{1}{1} \vee \frac{1}{1}$

3) $\frac{1}{1} \vee \frac{1}{1}$

одинаково \Rightarrow монета не на весах

разные \Rightarrow меньшая и есть Ф

1) - номер монеты
Ф - фальшивая
Н - настоящая

1 - количество монет

$\frac{1}{1} \vee \frac{1}{1}$ ← монеты на весах

1 ← монеты на весах (среди обозначения)

1) - номер взвешивания
разные.

у нас есть монета (есть монета 1)

уже 3 монеты Н.

и 4 монеты Ф/Н.

разделим эти 4 монеты на 2 группы

4) 2 ; 2

Обозначим 4)

ог ↓ 2) $\frac{1}{1} \vee \frac{1}{1}$

разн ↓

есть 1.Ф из 4)

теперь так же как 2)

разделим 3) только с

монетой 5) (та монета гарантированно есть 1 фальшивая Ф.

и мы её на весах)

есть монета Ф
и монета Н
оставшиеся
определяются как
из тех монет

3) $\frac{2}{2} \vee \frac{2}{2}$

меньшая монета Ф

Вывод: Возможно (апарти больше)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 2

20 = 10 + 2

2^30 = 1024 * 1024 * 1024

Handwritten multiplication of 1024 by 1024, showing intermediate steps: 4096, 2048, 1024, and the final result 1048576.

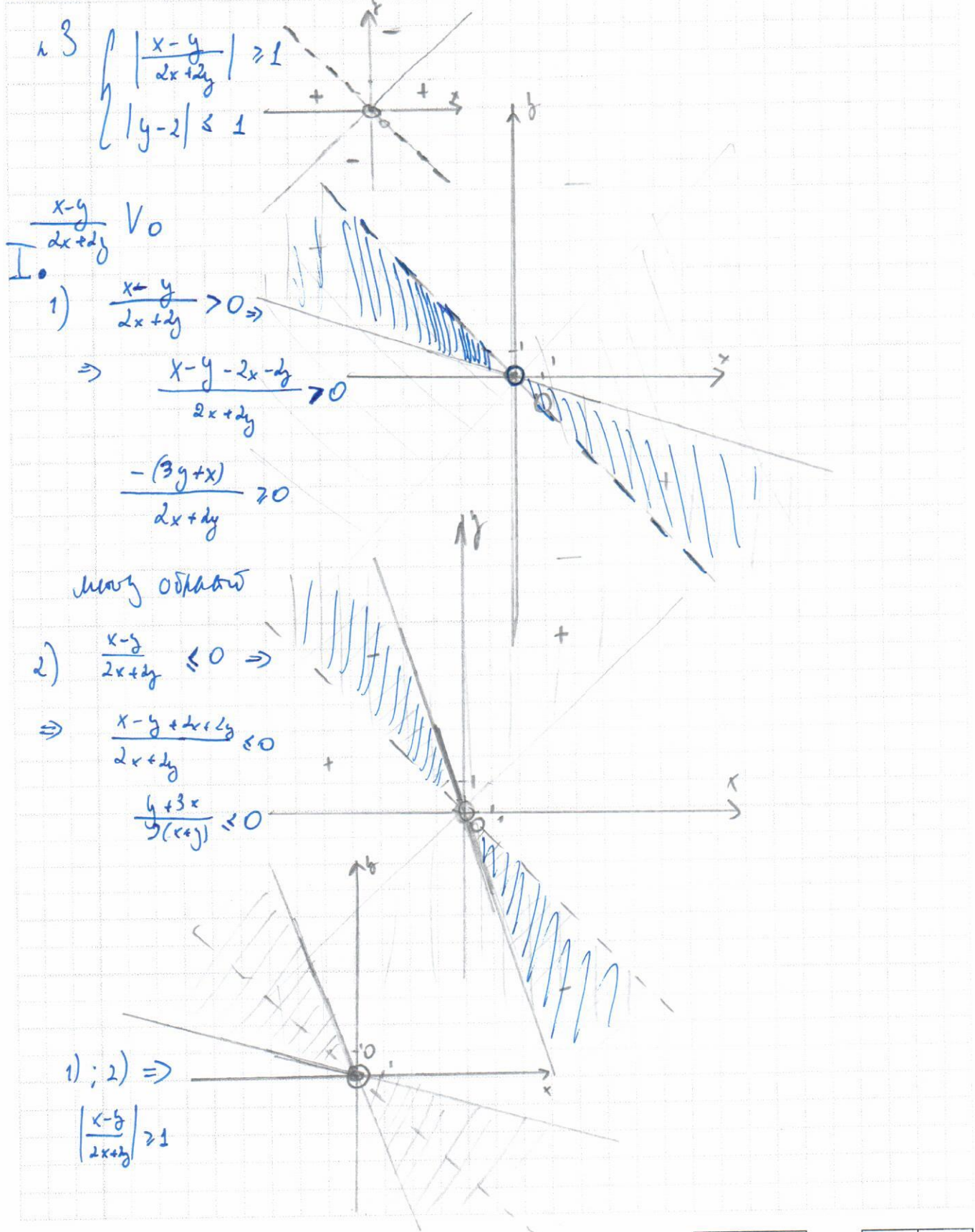
Handwritten analysis of the number 1048576, identifying it as a 7-digit number and listing its digits: 1, 0, 4, 8, 5, 7, 6.

Handwritten derivation: 10^30 * 1024^3 = 1024^2 * 1024 - 10^30

Handwritten calculation: 10 + 30 = 40

Answer: 40 digits in the number

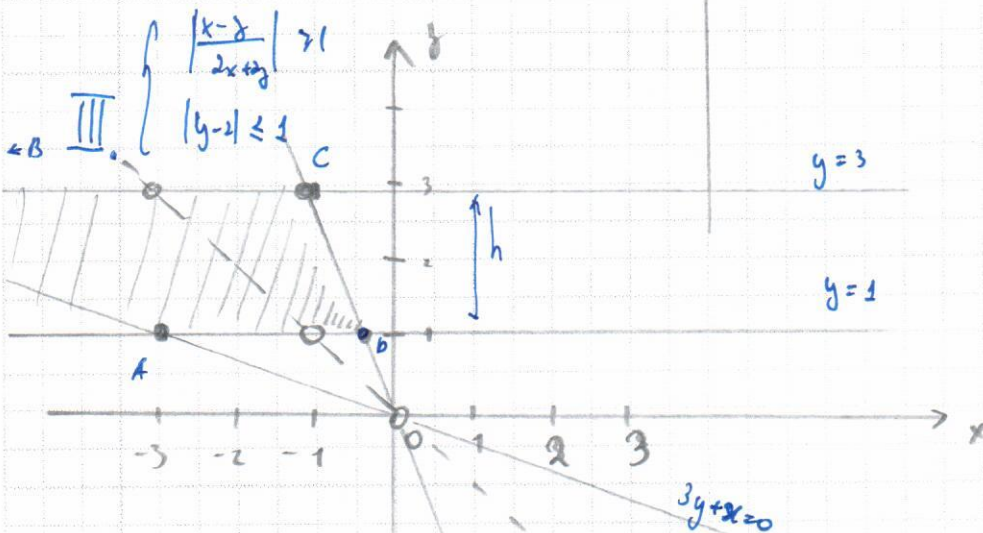
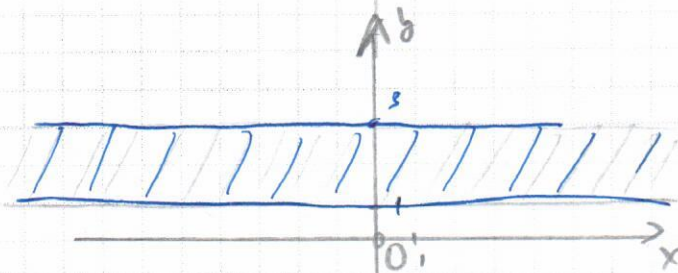
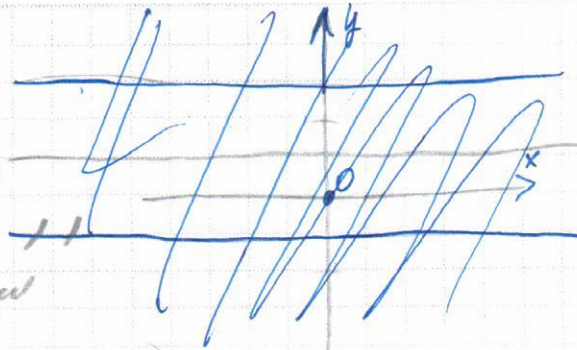
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

II. $|y-2| \leq 1$
 $|y-2| - 1 \geq 0$

но сдвиги графиков $|f(x)|$



\Rightarrow трапеция $ABCD$
 с основаниями AD и BC и $h=2$ $(3-1)$

Найти BC

$r.C (-1; 3)$
 $r.B (-9; 3)$

$BC = 8$

$r.B \begin{cases} 3y = -x \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 3 \end{cases}$
 $r.D \begin{cases} y = 3x \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1/3 \\ y = 1 \end{cases}$

Найти AD

$r.A (-3; 1) \Rightarrow AD = 2\frac{2}{3}$
 $r.D (-\frac{1}{3}; 1)$

Ответ: $10\frac{2}{3}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (8 + 2\frac{2}{3}) \cdot 2 = 10\frac{2}{3}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

4
 $x^2 + y^2 + 16z^2 = 82$

x, y, z - кратны

\Rightarrow на множестве
целых чисел

$$16z^2 \leq 82 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z^2 \leq 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z \leq 2$$

x	1	2	3	5	7
x^2	1	4	9	25	49

далее
используем кратность
числа $16z^2$ к 82

~~82:2~~ $82:2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 & (1) \\ y=2 & (1) \\ x \neq 2 & (2) \\ y \neq 2 & (2) \end{cases}$$

① $x=2$
 $y=2$

$$4 + 4 + 16z^2 = 82$$

$$16z^2 = 74$$

~~1~~ \emptyset

② $x \neq 2$
 $y \neq 2$ тогда при $z=2$

~~используем кратность~~

$$x^2 + y^2 + 64 = 82$$

$$x^2 + y^2 = 18$$

$$\Downarrow$$

$$x=3$$

$$y=3$$

при $z=1$

$$x^2 + y^2 = 46$$

\Downarrow

$$\begin{cases} x > 5 \\ y > 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 > 46$$

при

$$\begin{cases} x=5 \\ y=3 \\ y=5 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 < 46$$

\emptyset

Ответ: $(3; 3; 2)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

15

Рис. - $x = 4$

Сахар - $y = 3$

Рафинад - $z = 6$

покупки -
$$\begin{cases} 4x + 3y + 6z = N \\ 4x + 3y \cdot 1,5 + 6 \cdot 2z = 6 \\ 3 \cdot 4x + 2 \cdot 3y + 6z = 8 \end{cases}$$

$N = ?$

Решение!

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y + 6z = N & (1) \\ 12x + 4,5y + 36z = 18 & (2) \Rightarrow \frac{(2)-(1)}{3} \\ 12x + 6y + 6z = 8 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,5y + 6z = 6 - N \\ 4,5y + 30z = 10 \quad | :5 \\ 1,5y + 6z = 6 - N \\ 1,5y + 6z = 2 \end{cases}$$

$$6 - N = 2$$

$$N = 4$$

Ответ: $N = 4$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6 Дано:

$ABCD$ - прямоугольник

$TN \in ABCD$

$r(N; A) = 6$

$r(N; B) = 10$

$r(N; C) = 8$

$S_{(ABCD)}$ - ?

Решим:

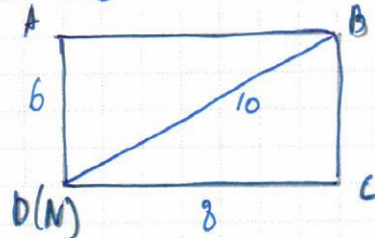
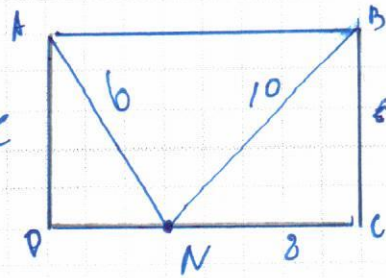
1) $N \in DC$

по гипотенузе

$BC = \sqrt{100 - 64} = 6$

$\Rightarrow BC = AD \quad AD = AN$

$\Rightarrow TN \in AD \quad TN = TD$

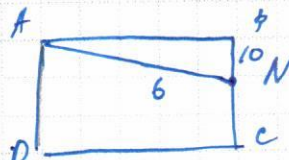


$S_{(ABCD)} = 6 \cdot 8 = 64 \text{ см}^2$

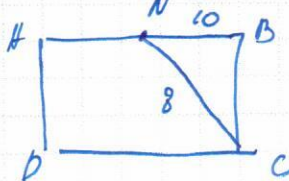
2) $N \notin AD$
 $N \notin DC$

$\Rightarrow \begin{cases} N \in AB \\ N \in BC \end{cases}$

①



②



(ΔABN , ΔNBC)

но широту за
не может быть
меньше катета

\Rightarrow противоречие

Ответ: $S_{ABCD} = 64 \text{ см}^2$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 01

№1

Дано:

Решение

1 2 3 4 5 6 7 8 Σ
+ - + - + - + 0 0 4

1 кг сахара на 1 чашку
10 взвешиваний
ташкетное ведро

Чашки	Взвешивания									
	1вз.	2вз.	3вз.	4вз.	5вз.	6вз.	7вз.	8вз.	9вз.	10вз.
1 чашка	1чр	2чр	4чр	8чр	16чр	31чр	63чр	125чр	250чр	500чр
2 чашка	1г	1чр+3чр 1г 1г	7чр+1г 1г 1г	15чр+1г 1г 1г	31чр	62чр +1г	125чр 63чр	250чр 125чр	500чр	

сахар

Отмерить: 1 кг

- 1 взвешивание: на 1 чашку - 1 чашку, значит после равновесия на 1 чашке - 1 чашка сахара
- 2 взвешивание: на 2 чашку - 1 чашка + 1 чашка сахара, значит после равновесия на 1 чашке - 2 чашка сахара
- 3 взвешивание: на 2 чашку - 4 чашка + 2 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 4 чашка сахара
- 4 взвешивание: на 2 чашку - 1 чашка + 4 чашка + 3 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 8 чашка сахара
- 5 взвешивание: на 2 чашку - 1 чашка + 8 чашка + 7 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 16 чашка сахара
- 6 взвешивание: на 2 чашку - ~~1 чашка~~ + 16 чашка + 15 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 31 чашка сахара
- 7 взвешивание: на 2 чашку: 31 чашка + 31 чашка + 1 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 63 чашка сахара
- 8 взвешивание: на 2 чашку: 62 чашка + 63 чашка сахара, значит - на 1 чашке - 125 чашка сахара
- 9 взвешивание: на 2 чашку: 125 чашка + 125 чашка

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

знают ~ на 1 гаше - 250р
по ввешиваше: на 2 гаше:

250р + 250р сахара, знают

~ на 1 гаше - 500р.

В итоге у нас на обещанную кашу по 500р.

Всего: 500 + 500 = 1000р = 1к.

Ответ: можно отвесить

№2

№3 записи 27 цифр

№5

Дано:

двухзначное число

• При делении на сумму цифр - 7 (ост. 6)

• При делении на разность цифр - 3 (ост. 11)

Найти: двухзначное число

Решение

1) Пусть x - число десятков
 y - число единиц

2) Число: $x \cdot 10 + y$

3) Составим ур:

$$\begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = 7 \frac{6}{x+y} \\ \frac{10x+y}{x-y} = 3 \frac{11}{x-y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = \frac{7(x+y)+6}{x+y} \\ \frac{10x+y}{x-y} = \frac{3x+y+11}{x-y} \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} 10x + y = 7x + 7y + 6 \\ 10x + y = 3xy + 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 7x = 7y - y + 6 \\ 10x + y = 3xy + 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 6y + 6 / : 3 \\ 10x + y = 3xy + 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 10(2y + 2) + y = 3y(2y + 2) + 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 2 \\ 20y + 20 + y - 6y^2 - 6y - 11 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 2 \\ 15y - 6y^2 + 9 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 6y^2 - 15y - 9 = 0 / : 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 2 \\ 2y^2 - 5y - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 + 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 8 \\ y \neq 3 \end{cases}$$

$$2y^2 - 5y - 3 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

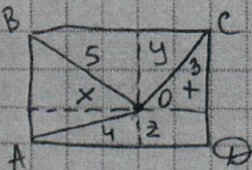
$$y_1 = \frac{7 + 5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$y_2 = \frac{7 - 5}{4} = -\frac{1}{2} \text{ (не удовн.)}$$

Ответ: число 83

№6

Дано:



Решение

$$\begin{cases} BO^2 = x^2 + y^2 \\ AO^2 = x^2 + z^2 \\ CO^2 = y^2 + z^2 \end{cases} \quad \text{(по теореме Пифагора)}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = y^3$$

$$(x+3)^3$$

$$(x+3)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 9 + 27 \text{ (Формула)}$$

$$x^3 + 8x^2 + 42x + 27 = (x+3)^3 - x^2 + 15x$$

$$(x+3)^3 - x^2 + 15x = y^3$$

$$(x+3)^3 - y^3 = x(x-15) \Rightarrow x \geq 15$$

$$\text{Ответ: } (15; 18)$$

Место проведения ФГБОУ ВО СамГУПС - г.Самара

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант № 4
 № 3. 1 взвешивание - берём шарики 2 шари
 Тогда веса покажут все
 либо:
 1) 2001 (1000+1001) ; 2) 2003 (1001+1002)
 2002 (1000+1002) ; 2005 (1002+1004)
 2004 (1000+1004) ; 2008 (1004+1001)
 2007 (1000+1007) ; 2011 (1007+1004)

Если веса показали 1 из вариантов 1 группы, то это значит, что 1 из этих 2 шаров весит 1000. Следовательно, можно взвесить 1 из этой пары. Тогда за 2-3 взвешивания мы вычислим шару массой 1000г.

Если веса показали все, который соответствует все 2 группы, тогда из оставшихся 3 шаров (которые мы не брали) есть шару массой 1000г.

Тогда мы берём 2 шари и взвешиваем.
 { если было 2003, то остались шары 1000, 1004, 1007 }
 Тогда если взять 2 шари шарики, то может быть все 2004, 2011, 2007. Если веса покажут 2011, то оставшаяся шару весит 1000, а если 2004 или 2007, то взвешиваем 1 шару шару.

Тогда веса покажут либо 1000 либо 1004/1007, и тогда если веса покажут 1007, то 1004, то 2 шари 1000. Аналогично можно проделать так с шариками оставшимися, если веса показали массу, соответствующую 2 группе.

Итак, мы доказали, что за 3 взвешивания можно определить шару массой 1000г.

Ответ: можно.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	-	+	-	0	0	4

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

н2. При делении степени 2 на 7 получается остаток 2; 1; 4

При делении степени 2 (степень двойки: 5), то так же получается остаток 2; 1; 4

1995: 3 \Rightarrow по известию, что $2^{3n} : 7 = k(\text{остаток}) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2^{1995} : 7 = k$ (остаток $k=1$)

Ответ: 1.

н3.
$$\begin{cases} \left| \frac{y-3x}{x+2y} \right| \geq 1 \\ |y-3| \leq 1 \end{cases}$$

1) $y-3 \leq 1$
 $y \leq 4$

2) $-y+3 \leq 1$
 $y \geq 2$

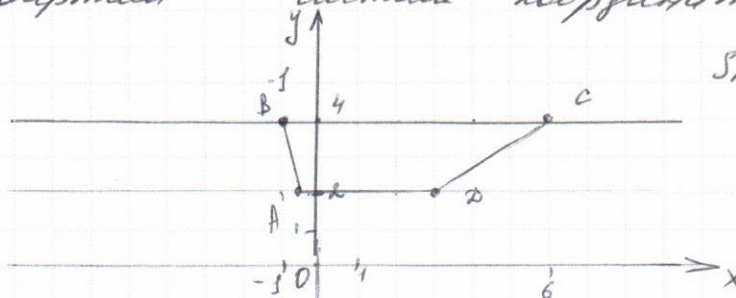
3) $y=4$
 $x \leq -1$
 $x \geq 6$

4) $y=2$
 $x \leq -0,5$
 $x \geq 3$

Что так $2 \leq y \leq 4$, то

$x=4$ крайние допустимые точки
 $x=-1$ $x=+0,5$
 $x=6$ $x=3$

Нанертем в системе координат.



ABCD - трапеция
 $S_{ABCD} = \frac{4+3,5}{2} \cdot 2 =$
 $= 10,5 \text{ см}^2$
Ответ: 10,5 см².

Место проведения ФГБОУ ВО СамГУПС - г. Самара

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 4.

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2 \quad \begin{matrix} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

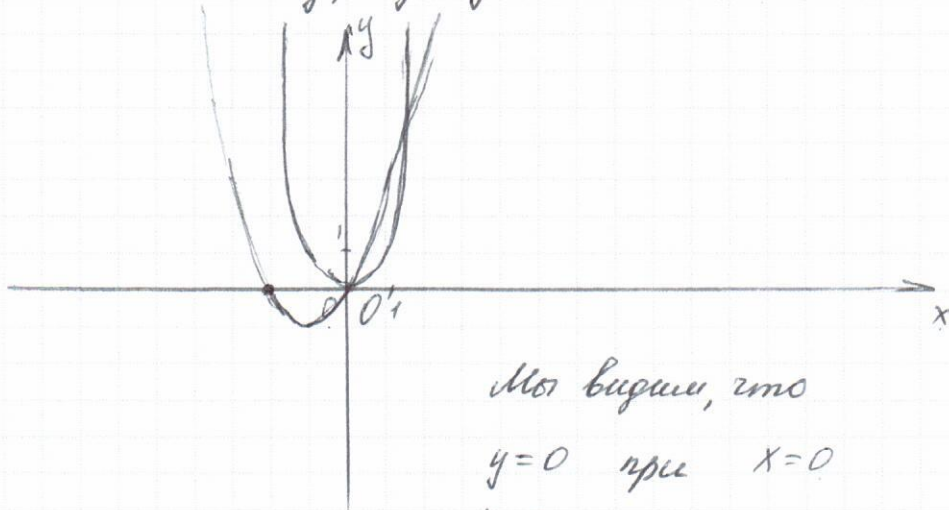
Нанертеши в системе координат функции

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$x_0 = -1 \quad y_0 = -1$$

$$f(y) = y^4 + y^2$$

$$(0; 0)$$



Мы видим, что

$$y = 0 \quad \text{при} \quad x = 0$$

$$x = 0 \quad y = 0$$

Другие решения не удовл. усл. $(x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z})$
 Ответ: $(0; 0)$
 $(-2; 0)$

Место проведения ФГБОУ ВО СамГУПС - г. Самара

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

15 Пусть Витя - Пух ^(В.П.) идет со скоростью x км/ч
 Тогда Тира идет - y км/ч $(x, y > 0)$
 Расстояние придем за 1

	v	t	S
В. П.	x	$\frac{1}{x}$	1
Тира	y	$\frac{1}{y}$	1
В. П. + Тира	$x+y$	$\frac{1}{x+y} = \frac{2}{3}$	1

известно, что В.П. вышел позже
 раньше Тира. Следовательно,

$$\frac{1}{x} - 1 = \frac{1}{y}$$

Составим ур-е

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 1 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{x+y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1; \quad \frac{y-x}{xy} = 1;$$

$$2x+2y=3; \quad x=1,5-y$$

$$\begin{cases} y-x = xy \\ x=1,5-y \end{cases}$$

$$y - 1,5 + y = (1,5 - y) \cdot y$$

$$2y - 1,5 = 1,5y - y^2$$

$$y^2 + 0,5y - 1,5 = 0$$

$$4y^2 + y - 3 = 0$$

$$D = 15$$

$$y_1 = \frac{-6}{4} - \text{не удовл. усл.}$$

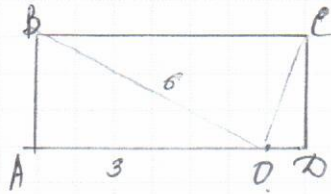
$$y_2 = 1 \Rightarrow x = 0,5$$

Тогда В.П. шел $\frac{1}{0,5} = 2$ себе домой

Ответ: 22

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

а6.



Дано: $ABCD$ - прямоугольник

Пусть $m. O \in AD$
 $OA = 3$ $OB = 6$; $OC = 3\sqrt{3}$.
 Найти: S_{ABCD}

Решение.

$\triangle DBA$ - прямоугол. $\angle ABD = 30^\circ \Rightarrow AB = 3\sqrt{3}$

$AB = OC \Rightarrow \tau D = \tau D \Rightarrow AD = AD = 3$.

$AB = CD = 3\sqrt{3}$

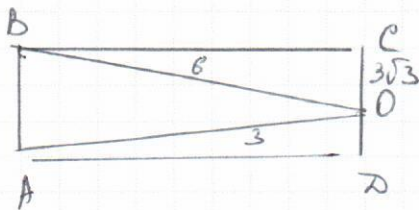
$S = AB \cdot AD = 9\sqrt{3}$.

(Заметим, что $\tau. O$ не может лежать на OB , иначе по теореме Пифагора: $3^2 = \sqrt{36 + x^2} \Rightarrow$ противоречие).

(На стороне AB - так же противоречие.

Ответ: $9\sqrt{3}$

Рассмотрим вариант, что $\tau. O \in CD$



Тогда в $\triangle BCO$ ($\angle C = 90^\circ$)

$BC = 3$

$AO = OC = AD = 3 \Rightarrow$

$AO = AD \Rightarrow \tau. O = \tau. D \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = 3, OC = CD = 3\sqrt{3}$

$S_{ABCD} = 9\sqrt{3}$.

Ответ: $9\sqrt{3}$.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г.Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

1. Чтобы найти ширю, вес которой равен 1000г нужно взвесить сначала любые две ширя. Если весы покажут 200г, 200г, 200г или 200г, то вес одной из взвешанных ширь будет 1000г, так как две любые другие такого результата не дадут. (1) Если весы покажут вышеуказанные значения, то взвесим ширю из двух ширь. Если покажут нужный или не нужный результат. Если на весах ширя, вес которой не равен 1000г, то нужная ширя вторая. Или наоборот. (2) Если после первого взвешивания весы не покажут нужный результат, то взвесим любые две другие ширя из оставшихся трёх. (3) Если весы покажут 200г, 200г, 200г или 200г, то взвесим одну из двух ширь. Если весы не покажут 1000г, то нужная ширя вторая и наоборот. (3) Если сумма в двух ширь не равна 200г, 200г, 200г или 200г, то нужная ширя последняя.

Ответ: можно.

1	2	3	4	5	6	Σ
+	+	0	+	+	±	4

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожска - г. Железнодорожск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2. Чтобы найти остаток от деления на 7 числа 2^{1995} , нужно найти период повторения остатка 2^{n+1} .

n	Вычисления	остаток
0	$2 \mid 7$	2
1	$4 \mid 7$	4
2	$\begin{array}{r} 8 \mid 7 \\ -7 \\ \hline 1 \end{array}$	1
3	$\begin{array}{r} 16 \mid 7 \\ -14 \\ \hline 2 \end{array}$	2
4	$\begin{array}{r} 32 \mid 7 \\ -28 \\ \hline 4 \end{array}$	4
5	$\begin{array}{r} 64 \mid 7 \\ -63 \\ \hline 1 \end{array}$	1

Из таблицы видно, что остаток повторяется с периодом $T=3$.

Число 1995 делится на 3 без остатка $1995:3=665$, значит остаток при делении на 7 числа 2^{1995} равен 1.

Ответ: 1.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожска - г. Железнодорожск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

5. Пусть x км/ч - скорость Вики Мура.
 y км/ч - ск. Тигра.
 весь путь путь 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + 1 \\ \frac{2}{3}(x+y) = 1 \end{cases}$$

из 2го уравн.: $x+y = 1,5$
 $x = 1,5 - y$

$$\frac{1}{1,5-y} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{1}{1,5-y} - \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{y - 1,5 + y}{y(1,5-y)} = 1$$

$$2y - 1,5 = 1,5y - y^2$$

$$y^2 + 0,5y - 1,5 = 0$$

$$2y^2 + y - 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

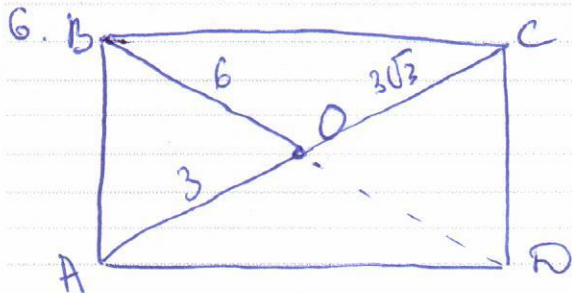
$$y = \frac{-1 \pm 5}{4} = 1 - \text{ск. Тигра.}$$

$$x = 1,5 - 1 = 0,5 - \text{ск. Вики Мура.}$$

$$1 : 0,5 = 2 \text{ ч.} - \text{время Вики Мура.}$$

Ответ: 2 часа.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Дано:

$ABCD$ - прямоугол.

$$AO = 3$$

$$BO = 6$$

$$OC = 3\sqrt{3}$$

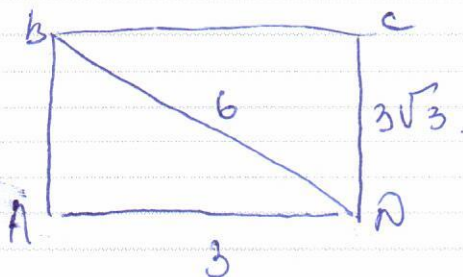
Решение:

Найдём расстояние от точки O до точки D .

$$AO^2 + OC^2 = BO^2 + OD^2$$

$$OD = \sqrt{AO^2 + OC^2 - BO^2}$$

$$OD = \sqrt{9 + 27 - 36} = 0 \Rightarrow \text{точка } O \text{ находится на вершине } D.$$



Значит $S_{ABCD} = AD \cdot CD$

$$S_{ABCD} = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

Ответ: $9\sqrt{3}$.

$$4. \quad x^2 + 2x = y^2 + y^2$$

$$x(x+2) = y^2(y^2+1)$$

1) при $x_1 = 0$ и $y_1 = 0$ равенство верно.

2) $x_2 = -2$; $y_2 = 0$ равенство верно.

Ответ: $x_1 = 0$ и $y_1 = 0$
 $x_2 = -2$; $y_2 = 0$.

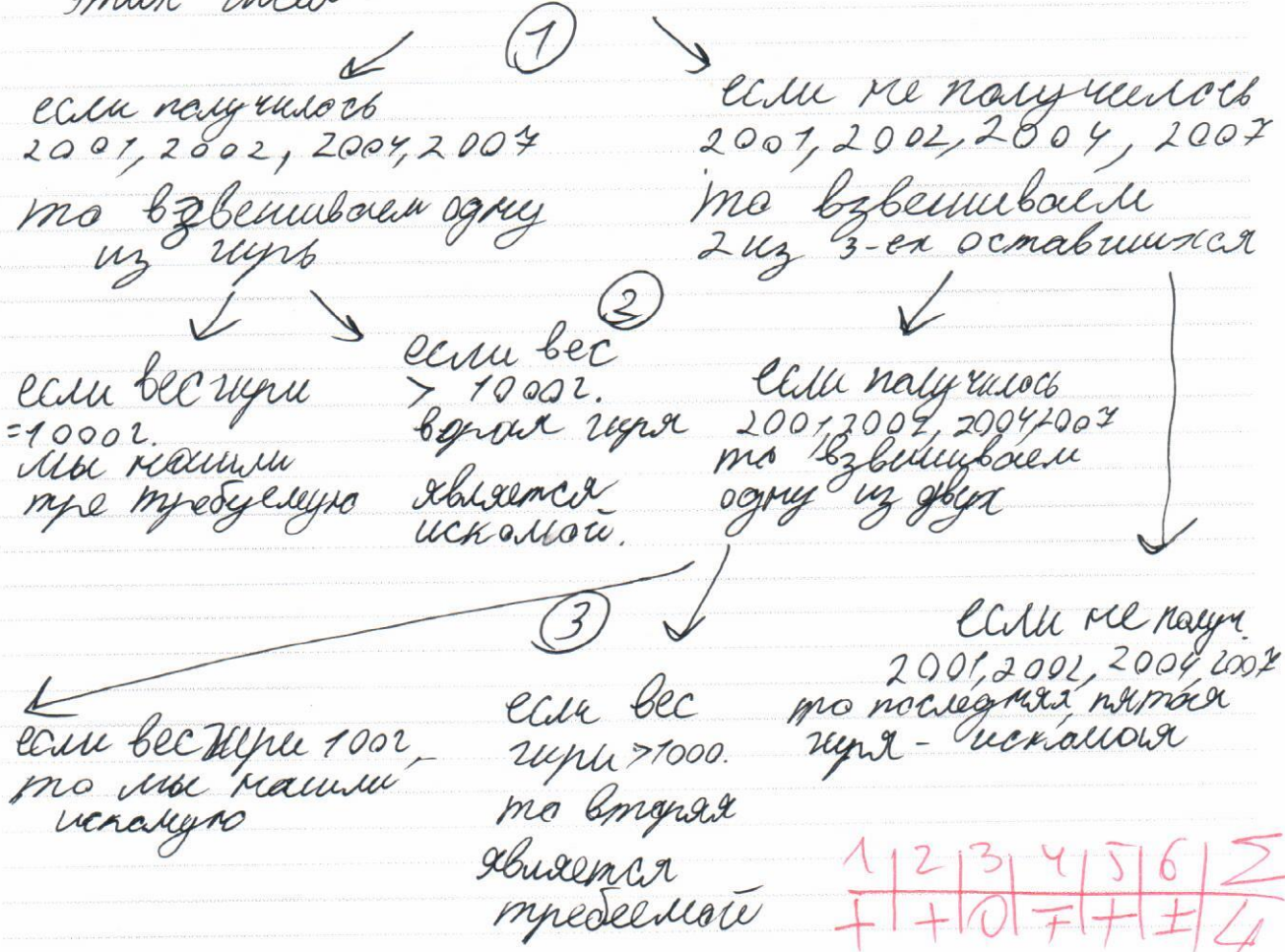
Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г.Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

В4

N1

Взвешиваются 2 гири, если весы показывают мн 2001, 2002, 2004, 2007, то гири 100г. Среди этих двух мет. Как как оставшиеся гири не могут дать в сумме этих чисел



1	2	3	4	5	6	Σ
+	+	0	+	+	+	4

[Handwritten signature]

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г. Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№2

Найдите остатки на деление на 4 степеней 2.

Степень	Остаток	
1	2	Цикл повторяется с $T=3$
2	4	
3	1	$1995 : T = 1995 : 3 = 665$
4	2	так как делится
5	4	без остатка, цикл
6	1	выполняется полностью

Остаток будет последней цифра цикла следует

Остаток = 1

Ответ: 1

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г. Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№5

Пусть x пути за час - скорость реки
Пусть

a, y $\frac{\text{пути}}{\text{час}}$ - скорость тигра

Весь путь берём за $= 1$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{1}{y} + 1 \\ \frac{2}{3}(x+y) = 1 \end{cases}$$

Из второго \Rightarrow

$$y + x = 1,5$$

$$x = 1,5 - y$$

$$\frac{1}{1,5-y} = \frac{1}{y} + 1$$

$$\frac{1}{1,5-y} \cdot \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{y - 1,5 + y}{y(1,5-y)} = 1$$

$$2y - 1,5 = 1,5y - y^2 \quad | \cdot 2$$

$$2y^2 + y - 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$y = \frac{-1 + 5}{4} = 1 \frac{\text{пути}}{\text{час}} - \text{ скорость тигра}$$

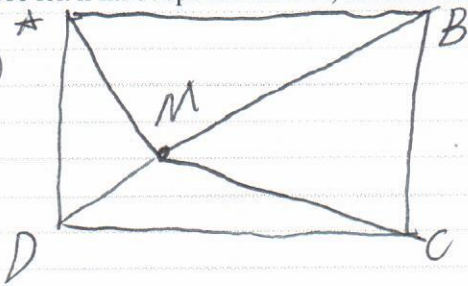
$$x = 1,5 - 1 = 0,5 \text{ Пути за час - скорость реки}$$

$$1 : 0,5 = 2 \text{ ч}$$

Ответ: 2 ч.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6



Дано: $MA = 3$ $MB = 6$

$MC = 3\sqrt{3}$

Найти S_{ABCD}

Решение.

$$MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2 \quad \checkmark$$

$$MD = \sqrt{MA^2 + MC^2 - MB^2} = \sqrt{9 + 27 - 36} = 0$$

точка M находится на вершине D

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AD \times DC = MA \times MC = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

Ответ: $S_{ABCD} = 9\sqrt{3}$

№4

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2$$

$$x(x+2) = y^4 + y^2$$

$$\text{При } y=0 \quad \begin{matrix} x=0 \\ x=-2 \end{matrix}$$

Ответ: $(-2; 0), (0; 0)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

9 класс Математика Вариант 4

Задача 1.

Сначала взвесим любые три гири. Суммы весов любых трех гирь сличаются, поэтому можем точно сказать, из каких гирь состоит взятый набор:

$$\begin{aligned} 1000 + 1001 + 1002 &= 3003 & 1001 + 1002 + 1004 &= 3007 \\ 1000 + 1001 + 1004 &= 3005 & 1001 + 1002 + 1007 &= 3010 \\ 1000 + 1001 + 1007 &= 3008 & 1001 + 1004 + 1007 &= 3012 \\ 1000 + 1002 + 1004 &= 3006 & 1002 + 1004 + 1007 &= 3013 \\ 1000 + 1002 + 1007 &= 3009 \\ 1000 + 1004 + 1007 &= 3011 \end{aligned}$$



Если в наборе есть гиря 1000 г, то максимум двумя взвешиваниями по одной гире можно его найти (если первые две гири не 1000 г, то третья - 1000 г). Если ее нет в наборе, то проверяем две другие гири не из набора и находим ее там.

Задача 2.

~~Вопрос, что остаток от деления 2^7 на делитель 7 равен остатку от деления 2 на 7 .~~

~~$$\frac{1995}{7} = \frac{2^{3 \cdot 665}}{7} = \frac{8^{665}}{7} = 8^{664} \cdot \frac{8}{7} = 8^{664} \cdot (1 + \frac{1}{7}) = 8^{664} + \frac{1}{7}$$~~

Решение задачи равно:

$$\begin{aligned} 2^1 \bmod 7 &= 2 & 2^4 \bmod 7 &= 2 & 2^7 \bmod 7 &= 2 \\ 2^2 \bmod 7 &= 4 & 2^5 \bmod 7 &= 4 & 2^8 \bmod 7 &= 4 & \dots \\ 2^3 \bmod 7 &= 1 & 2^6 \bmod 7 &= 1 & 2^9 \bmod 7 &= 1 \end{aligned}$$

То есть, если показатель степени делится на три (как в нашем случае: $1995/3=665$), то $2^{1995} \bmod 7 = 1$.

Ответ: 1.



1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
+	+	+	+	+	+	0	0	56

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

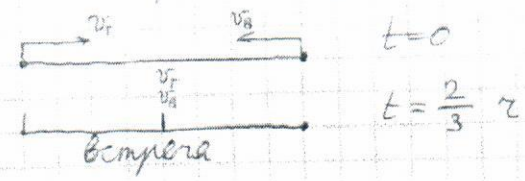
~~Задача 4~~
 ~~$x^2 + 2x + 1 = 0$~~
 ~~$D = 2^2 - 4(1 \cdot 1) = 0$~~

Задача 5



$$\frac{S}{v_T} = \frac{S - v_B}{v_B} \quad (1)$$

Искомое время $x = \frac{S}{v_B}$



$$\frac{S}{v_T + v_B} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{S}{v_T} = \frac{S - v_B}{v_B} & \leftarrow (1) \\ \frac{S}{v_T + v_B} = \frac{2}{3} & \leftarrow (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S v_B = v_T (S - v_B) \\ 3S = 2(v_T + v_B) \end{cases}$$

$$S = \frac{v_B v_T}{v_T - v_B}$$

$$3 \frac{v_B v_T}{v_T - v_B} = 2(v_T + v_B)$$

$$3 v_B v_T = 2(v_T^2 + v_B^2)$$

$$2 v_T^2 - 3 v_B v_T + 2 v_B^2 = 0$$

$$D = (-3 v_B)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 v_B^2 = 25 v_B^2$$

$$\sqrt{D} = 5 v_B$$

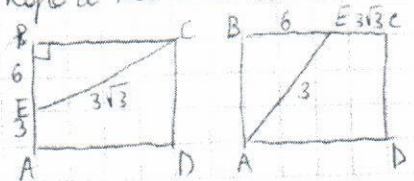
$$v_T = \frac{3 v_B + 5 v_B}{2 \cdot 2} = 2 v_B \quad v_T = 2 v_B$$

Искомое время $x = \frac{S}{v_T} + 1$

$$x = \frac{S}{2 v_B} + 1, \quad x = \frac{x}{2} + 1, \quad x = 2 \quad (2)$$

Ответ: 2 часа

Задача 6. Из условия следует, что эта некоторая точка (обозначим ее точкой E) не может совпадать с точками A, B, C. Она не может лежать на стороне AB, иначе в $\triangle EBC$ гипотенуза $EC = 3\sqrt{3}$ короче катета $EB = 6$, и она не может лежать на стороне BC, так как в $\triangle ABE$ гипотенуза $AE = 3$ короче катета $BE = 6$:



Регистрация № 2

Страница

	2
--	---

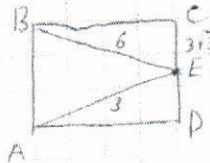
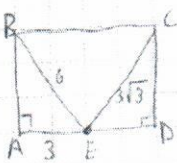
 из

	4
--	---

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

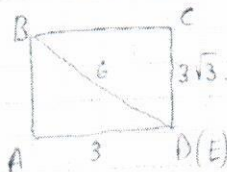
Задача 6 (продолжение)

Докажем, что $E \notin AD$. Пусть это так, тогда в $\triangle ABE$ катет $AB = \sqrt{EB^2 - EA^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 27} = 3$. Тогда $CD = AB = 3\sqrt{3}$, но $CE = ED = 3\sqrt{3}$, а CE и ED - катет и гипотенуза. $E \notin AD$, 2 м.г.
Аналогично докажем, что $E \notin CD$. $BC = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9} = 3$. $BC = AD = 3$, но AD и AE - катет и гипотенуза. $E \notin CD$, 2 м.г.



Тогда единственно возможное положение

E - в точке D .



Площадь $S = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

Ответ: $S = 9\sqrt{3}$.

Задача 3 $|y-3| \leq 1 \rightarrow -1 \leq y-3 \leq 1 \rightarrow y \in [2; 4]$.

$\left| \frac{y-3x}{x+2y} \right| \geq 1$; $\frac{|y-3x|}{|x+2y|} \geq 1$; $|y-3x| \geq |x+2y|$; $(y-3x)^2 \geq (x+2y)^2$

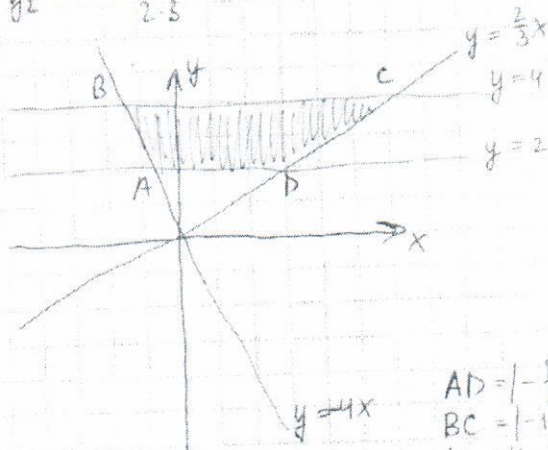
$y^2 - 6xy + 9x^2 \geq x^2 + 4xy + 4y^2$; $-3y^2 - 10xy + 8x^2 \geq 0$; $3y^2 + 10xy - 8x^2 \leq 0$.

$D = (10x)^2 + 4 \cdot 3 \cdot 8x^2 = 196x^2$. ~~корень~~ $\sqrt{D} = 14|x|$.

$y_1 = \frac{-10x + 14|x|}{2 \cdot 3} = \frac{4x}{6} = \frac{2}{3}x$

(Не учитываем $|x|$, т.к. получили те же прямые).

$y_2 = \frac{-10x - 14|x|}{2 \cdot 3} = -4x$



A: $Ay = 2$
 $Ax: -4x = 2; x = -\frac{1}{2}$ A $(-\frac{1}{2}; 2)$

B: $By = 4$
 $Bx: -4x = 4; x = -1$ B $(-1; 4)$

C: $Cy = 4$
 $Cx: \frac{2}{3}x = 4; x = 6$ C $(6; 4)$

D: $Dy = 2$
 $Dx: \frac{2}{3}x = 2; x = 3$ D $(3; 2)$

$AD = |-\frac{1}{2} - 3| = 3,5$
 $BC = |-1 - 6| = 7$
 $m = 4 - 2 = 2$

$S = \frac{AD+BC}{2} \cdot m = \frac{3,5+7}{2} \cdot 2 = 10,5$

Ответ: $S = 10,5$.

Регистрация № 2

Страница

	3
--	---

 из

	4
--	---

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 4

$$x^2 + 2x = y^4 + y^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = y^4 + y^2 + 1$$

$$(x+1)^2 = y^4 + y^2 + 1$$

$y^4 + y^2 + 1$ должен быть полным квадратом,

$$y = 0$$

$$(x+1)^2 = 1 \rightarrow x = -2, x = 0$$

Ответ: $(-2; 0), (0; 0)$.

