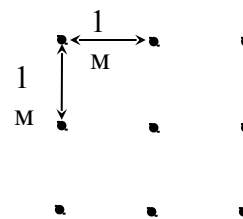


Решения
Задач заключительного тура
Инженерной олимпиады школьников, 9-10 класс,
2016-2017 учебный год

Задания

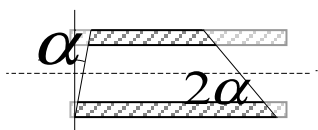
1. По результатам измерений расхода топлива и совершенной двигателем работы его коэффициент полезного действия (КПД) оказался равным $\eta_1 = 30\%$. Впоследствии выяснилось, что $\delta = 5\%$ топлива вытекло через течь в топливном шланге. Какое значение КПД двигателя будет измерено после устранения течи? Ответ обосновать.

2. Робот запрограммирован так, что он подбирает предметы, расположенные точно под ним. Робот может совершать два движения – двигаться по прямой и поворачивать на любой угол в любом направлении на месте. На полу лежат 9 точечных предметов – три ряда по три предмета; расстояние между предметами в каждом ряду – 1 м, расстояние между рядами – 1 м (см. рисунок).



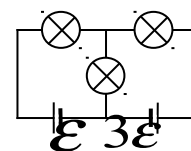
Может ли робот собрать все девять предметов, совершив ровно три поворота, и если да, то какое минимальное расстояние он пройдет? Робот может стартовать из любой точки (в том числе и той, где находится один из предметов).

3. Имеется цилиндрическая труба с внутренним радиусом r , внутри которой находится газ с давлением P . Найти силу (величину и направление), действующую со стороны этого газа на кусок трубы с плоскими сечениями, которые образуют углы α и 2α с перпендикулярной трубе плоскостью и осью трубы соответственно (см. рисунок).

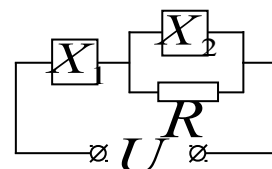


плоскостью и осью трубы соответственно (см. рисунок).

4. Три одинаковых лампы накаливания включают в электрическую цепь так, как показано на схеме. ЭДС источников равны \mathcal{E} и $3\mathcal{E}$. Найти мощности P_1 , P_2 и P_3 , которые выделяются в лампах. $R = 1$ Ом, $\mathcal{E} = 3$ В. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.



5. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента X (зависимость тока I через элемент от электрического напряжения U на нем) задается уравнением $I = \alpha\sqrt{U}$, где α - известное число. Два одинаковых элемента X и резистор с некоторым сопротивлением R соединили так, как показано на рисунке



(на схеме цепи нелинейные элементы обозначены как X_1 и X_2). Затем к этой цепи подключают источник напряжения U без внутреннего сопротивления. Каким должно быть сопротивление R , чтобы напряжение на элементе X_1 было бы равно $2U/3$?

6. В сосуд с горячей водой опустили работающий нагреватель мощностью $P = 50$ Вт. В результате температура воды повысилась на $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ за время $t_1 = 100$ с. Если бы воду не нагревали, то ее

температура понизилась бы на ту же величину ΔT за время $t_2 = 200$ с. Какова масса воды? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг К), теплоемкостью сосуда пренебречь.

Решения

1. Пусть в двигателе было израсходовано такое количество топлива, теплота сгорания которого - Q , и получена работа A . Тогда согласно определению КПД имеем

$$\eta_1 = \frac{A}{Q}$$

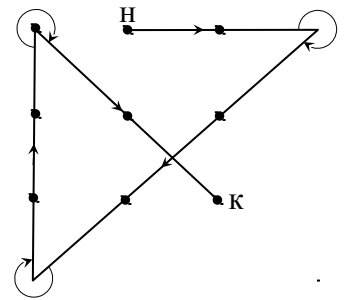
С другой стороны, часть энергии Q была потеряна, и до двигателя доходила только энергия $(1 - \delta)Q$, из которой он и получал работу A . А это значит, что настоящий КПД двигателя есть

$$\eta = \frac{A}{(1 - \delta)Q} = \frac{\eta_1}{1 - \delta} = 31,6 \%$$

который и будет измеряться после устранения течи.

2. Требуемая траектория движения робота показана на рисунке. Начало отмечено буквой «н», конец – буквой «к» (конечно, можно было бы проходить весь путь в обратном направлении, тогда начало и конец пути просто поменялись бы местами. Вычисляя длину пути, получим

$$l = 5(1 + \sqrt{2}) = 12,1 \text{ м}$$



3. Основная идея решения задачи заключается в том, что если бы мы закрыли основания участка трубы плоскими поверхностями, сохранив внутри тот же газ, то сила, действующая со стороны газа на участок трубы (с плоскими основаниями), была бы равна нулю. А поскольку силу, действующую со стороны газа на основания вычислить несложно, то можно вычислить и силу, действующую со стороны газа на рассматриваемый участок трубы.

Поскольку площади оснований трубы равны

$$\frac{\pi r^2}{\cos \alpha} \text{ и } \frac{\pi r^2}{\sin 2\alpha},$$

на основания трубы действуют силы

$$F_1 = \frac{p\pi r^2}{\cos \alpha} \text{ и } F_2 = \frac{p\pi r^2}{\sin 2\alpha},$$

направленные перпендикулярно основаниям куска трубы (см. рисунок). Следовательно, сила, действующая на кусок трубы без оснований, равна

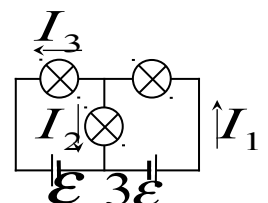
$$F = F_1 \sin \alpha + F_2 \cos 2\alpha = p\pi r^2 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} 2\alpha)$$

и направлена в направлении максимальной образующей куска трубы (см. рисунок).

4. Пусть распределение токов в элементах цепи будет таким, как это показано

на рисунке. При этом направления токов I_1 и I_2 будут такими, как показано

на рисунке, направление тока I_3 может оказаться и противоположным.



Поэтому величина I_3 во всех последующих формулах будет алгебраической: ее отрицательность будет отвечать противоположному направлению тока на этом участке цепи.

Для токов I_1, I_2, I_3 справедливо уравнение

$$I_1 = I_2 + I_3. \quad (*)$$

Кроме того, падения напряжения на лампах, входящих в состав замкнутых контуров, равны напряжениям источников. Для левого контура

$$I_1 r + I_2 r = 3\varepsilon \quad (**)$$

Для правого контура

$$I_2 r - I_3 r = \varepsilon \quad (***)$$

Решая систему уравнений (*)-(***), получим токи в элементах цепи

$$I_1 = \frac{5\varepsilon}{3r}, \quad I_2 = \frac{4\varepsilon}{3r}, \quad I_3 = \frac{\varepsilon}{3r}$$

и выделяющуюся в них мощность

$$P_1 = I_1^2 r = \frac{25\varepsilon^2}{9r} = 25 \text{ Вт}, \quad P_2 = I_2^2 r = \frac{16\varepsilon^2}{9r} = 16 \text{ Вт}, \quad P_3 = I_3^2 r = \frac{\varepsilon^2}{9r} = 1 \text{ Вт}$$

(индексы соответствуют обозначениям токов на рисунке).

5. Пусть электрическое напряжение на элементе X_1 равно $2U/3$. Тогда ток через этот элемент I_1 можно найти из его вольтамперной характеристики

$$I_1 = \sqrt{\frac{2U}{3\alpha}},$$

а напряжение на элементе X_2 и резисторе равно $U/3$. Следовательно, токи I_2 и I_R через элемент X_2 и резистор будут определяться соотношениями, следующими из вольтамперной характеристики и закона Ома для участка цепи

$$I_2 = \sqrt{\frac{U}{3\alpha}}, \quad I_R = \frac{U}{3R}$$

Ну а поскольку $I_1 = I_2 + I_R$, получаем

$$\sqrt{\frac{2U}{3\alpha}} = \sqrt{\frac{U}{3\alpha}} + \frac{U}{3R}$$

Отсюда находим сопротивление резистора

$$R = \frac{\sqrt{3\alpha U}}{3(\sqrt{2}-1)}$$

6. Поскольку при выключенном нагревателе вода остывает, необходимо учитывать теплообмен между сосудом и окружением (теплопотери). Причем мощность теплопотерь w можно найти из следующего уравнения

$$wt_2 = cm\Delta T \quad \Rightarrow \quad w = \frac{cm\Delta T}{t_2}$$

где c - удельная теплоемкость воды, m - ее масса. С учетом теплопотерь процесс нагревания воды выглядит так

$$Pt_1 = cm\Delta T + wt_1$$

Используя найденную выше мощность теплопотерь, находим

$$Pt_1 = cm\Delta T \left(1 + \frac{t_1}{t_2} \right) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{Pt_1 t_2}{c\Delta T (t_1 + t_2)} = 0,79 \text{ кг.}$$