А. А. Холодецкій.
Инженеръ Путей Сообщенія.

ИЗСЛѢДОВАНІЕ

ВЛІЯНІЯ ВНѢШНИХЪ СИЛЪ

НА ВЕРХНЕЕ СТРОЕНІЕ

ЖЕЛѢЗНОДОРОЖНАГО ПУТИ.

Извлечено изъ журнала „Инженеръ“ за 1897 г.

КІЕВЪ.
Тип.-лит. Выс. утв. Т-ва И. Н. Кушнеревъ и К°, въ Москвѣ.
Кіевское отдѣленіе Бибиковскій бульваръ, д. № 8 б.
1897.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Глава I. Рельсъ.

Глава II. Рельсовый стыкъ.

Въ послѣднее время появилось нѣсколько весьма цѣнныхъ изслѣдованій по вопросамъ о верхнемъ строеніи пути; таковы, напр., изслѣдованія г. Аста въ нѣмецкой литературѣ, О. Р. Стецевича и А. Л. Васютынскаго въ русской. Въ основаніе этихъ изслѣдованій, опытныхъ и теоретическихъ, положены формулы, предложенныя частью Циммерманномъ, частью его предшественниками, Гофманномъ, Шведлеромъ, Винклеромъ и помѣщенныя въ извѣстномъ сочиненіи доктора Циммерманна: „Die Berechnung des Eisenbahn-Oberbaues". Прилагая эти формулы къ опредѣленію наибольшихъ сопротивленій опоръ и изгибающихъ статическихъ моментовъ, оказывается, однако, что онѣ не примѣнимы къ нѣкоторымъ случаямъ расположенія нагрузокъ, что есть расположеніе грузовъ, дающее для опорныхъ сопротивленій величины значительно большія противу опредѣленныхъ по формуламъ Гофманна или Шведлера. Кромѣ того, при нѣкоторыхъ соотношеніяхъ между упругостью рельса и балласта, максимальные изгибающіе моменты являются по формулѣ Циммерманна независящими отъ таковаго соотношенія; при болѣе же детальномъ изслѣдованіи вопроса это, оказывается, не имѣетъ мѣста. Наконецъ, формула Циммерманна, предложенная для опредѣленія давленія, передаваемаго рельсомъ накладкѣ, абсолютно не вѣрна, такъ какъ выводы изъ нея не согласуются съ опытами и противорѣчатъ основнымъ принципамъ механики. Такъ, по Циммерманну оказывается, что при существованіи зазора между рельсомъ и накладками въ $2._5$ *mm*, накладки совсѣмъ не участвуютъ

1

въ передачѣ давленія, затѣмъ, что при статическомъ дѣйствіи одиночнаго сосредоточеннаго груза и при отсутствіи зазора между рельсами и накладками, рельсъ передаетъ накладкамъ давленіе чуть не въ два раза большее, чѣмъ самъ принимаетъ отъ колеса.

Въ виду вышеизложеннаго намъ представляется цѣлесообразнымъ продолжать изслѣдованіе вопроса о вліяніи внѣшнихъ силъ на верхнее строеніе пути, распространивъ его и на рельсовый стыкъ.

Въ основаніе нашего изслѣдованія, точно такъ же, какъ и всѣхъ предыдущихъ положены: 1) теорія упругаго изгиба многопролетныхъ балокъ и 2) гипотеза упругости балластнаго слоя при его сжиманіи, до сихъ поръ не отвергнутая, а напротивъ того вполнѣ подтверждаемая многочисленными опытными изслѣдованіями.

Введя эти основанія, становится понятнымъ, что изслѣдованіе вліянія внѣшнихъ силъ на верхнее строеніе пути сводится къ опредѣленію сопротивленій опоръ и дѣйствующихъ моментовъ при изгибѣ многопролетнаго бруса, лежащаго на упругихъ опорахъ, нагруженнаго системою сосредоточенныхъ грузовъ, передаваемыхъ колесами подвижнаго состава и равномѣрною нагрузкою (вѣсомъ самого рельса). Опорныя сопротивленія и моменты могутъ быть опредѣлены изъ общаго выраженія для клапейроновскаго уравненія, при совмѣстномъ дѣйствіи равномѣрно распредѣленной и сосредоточенной нагрузки, и въ предположеніи сохраненія одинаковаго поперечнаго сѣченія бруса во всѣхъ пролетахъ; но такъ какъ при изслѣдованіи стыковъ намъ понадобится имѣть выраженіе для болѣе общаго вида этого уравненія, а именно при условіи разныхъ поперечныхъ сѣченій въ пролетахъ, то выведемъ теперь же общее выраженіе для послѣдняго уравненія, имѣя въ виду измѣненіе сѣченія бруса при переходѣ отъ одного пролета къ другому.

ГЛАВА I.

Рельсъ.

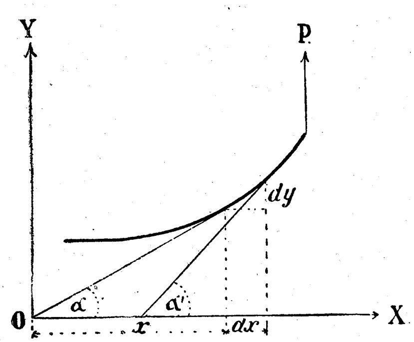
1. Выводъ общаго выраженія для Клапейроновскаго уравненія.

При любомъ расположеніи координатныхъ прямоугольныхъ осей, но лишь при условіи параллелизма оси x—овъ къ продольной оси бруса, въ общемъ уравненіи упругой линіи:

$$\pm EI\frac{d^2y}{dx^2}=M_x,$$

можно сохранить знакъ $+$, если условиться считать положительными моменты, вращающіе положительную ось x—овъ на положительную ось y—овъ (см. Bresse. Cours de mécanique appliquée, p. 53 t. I). Справедливость этого положенія ясно видна изъ слѣдующаго:

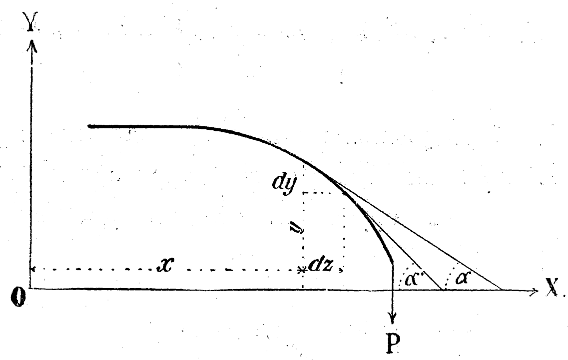
Черт. 1.



При расположеніи координатныхъ осей на черт. 1, съ увеличеніемъ x увеличивается y; слѣдовательно $\frac{dy}{dx}$— положительная величина; но съ увеличеніемъ x, увеличивается также $tg\,\alpha=\frac{dy}{dx}$, слѣдовательно $\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx}$ положительная величина. Въ виду того, что обѣ части уравненія упругой линіи должны имѣть знаки однородные, то и M_x будетъ положительною величиною.

Легко видѣть, что при томъ же расположеніи осей, но при перемѣнѣ направленія дѣйствія силы P, черт. 2, знакъ

Черт. 2.

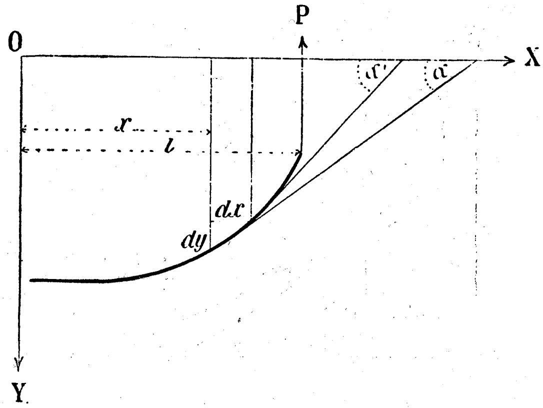


при моментѣ M_x долженъ быть отрицательнымъ, ибо тогда съ увеличеніемъ x, координата y уменьшается, а $tg\,\alpha = \frac{dy}{dx}$ — увеличивается, т. е. увеличивается отрицательная величина $\frac{dy}{dx}$; стало быть, $\frac{d^2y}{dx^2}$ — отрицательная величина. Поэтому, принявъ въ 1-й части уравненія упругой линіи знакъ $+$, надо моментъ M_x, вращающій положительную ось x—овъ на отрицательную ось y—овъ, считать отрицательнымъ.

Не трудно убѣдиться, что правило это остается въ силѣ и въ случаѣ перемѣны направленія оси y—овъ.

Такъ, напримѣръ, въ случаѣ силы P, направленной вверхъ при расположеніи координатныхъ осей, показанномъ на черт. 3, съ увеличеніемъ x, уменьшается y, слѣдова-

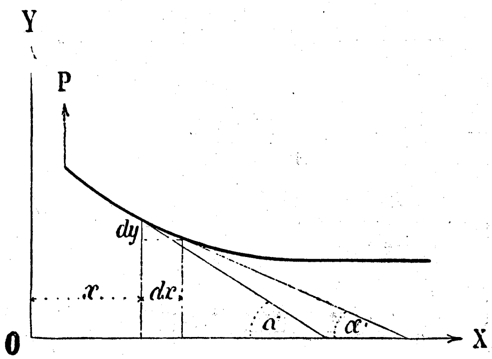
Черт. 3.



тельно $\frac{dy}{dx}$ отрицательная величина; но съ увеличеніемъ x—отрицательная величина $\frac{dy}{dx} = tg\alpha$ увеличивается, слѣдовательно $\frac{d^2y}{dx^2}$—представляетъ отрицательную величину. Поэтому, принявъ въ первой части уравненія упругой линіи знакъ $+$, мы должны моментъ силы M_x, вращающей положительную ось x—овъ на отрицательную ось y—овъ, взять со знакомъ минусъ.

Если разсматривать часть бруса по лѣвую сторону сѣченія, т. е., ближайшую къ началу координатъ, то знакъ для M долженъ быть тотъ же, какой получается отъ силы P, перенесенной параллельно самой себѣ вправо отъ разсматриваемаго сѣченія. Напр. для случая расположенія координатныхъ осей на черт. 4, съ увеличеніемъ x, уменьшается y, слѣдовательно $\frac{dy}{dx}$ отрицательная величина; съ увеличеніемъ x уменьшается отрицательная величина $tg\alpha = \frac{dy}{dx}$, слѣдовательно $\frac{d^2y}{dx^2}$ — положительная величина, и M_x—положительный, т. е.

Черт. 4.

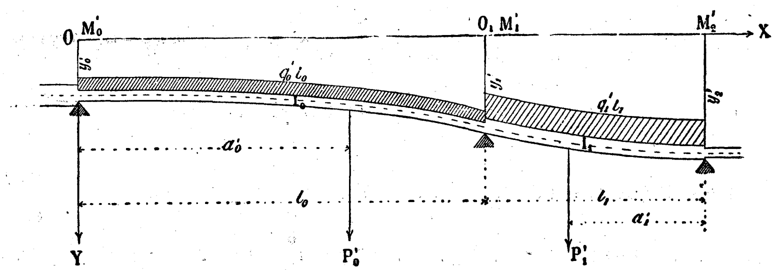


такой, какой бы дала сила P_1 будучи приложенной справа отъ сѣченія, и вращающая въ данномъ случаѣ положительную ось x — овъ на положительную ось y—овъ.

Мы остановились дольше на знакахъ въ уравненіи упругой линіи, вслѣдствіе важности правильной ихъ постановки въ особенности въ клапейроновскихъ уравненіяхъ; принята же нами формулировка Бресса вслѣдствіе ея простоты и общности.

Пусть будутъ два какихъ либо смежныхъ пролета l_0 и l_1 многопролетной балки, нагруженныхъ грузами P_0' и P_1' и равномѣрно распредѣленными нагрузками $q_0'l_0$ и $q_1'l_1$, при моментахъ инерціи I_0 и I_1, Тогда, при расположеніи координатныхъ осей, показанномъ на черт. 5, уравненіе упругой линіи для пролета l_0 въ предѣлахъ длины отъ 0 до

Черт. 5.



$x = a_0'$ можно представить съ достаточною точностью въ видѣ *).

$$EI_0 \frac{d^2y}{dx^2} = M_x' = A + Bx + \frac{q_0' x^2}{2}.$$

При $x = o$, $M_x' = M_0'$, а потому

$$EI_0 \frac{d^2y}{dx^2} = M_0' + Bx + \frac{q_0' x^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Для того же пролета l_0, но въ предѣлахъ длины его отъ a_0' до l_0, уравненіе упругой линіи будетъ:

$$EI_0 \frac{d^2y}{dx^2} = M_0' + Bx + P_0'(x_0 - a_0') + \frac{q_0' x^2}{2} \quad \ldots\ldots (2)$$

Значеніе коэффиціента B опредѣлится изъ уравненія (2) при значеніи $x = l_0$, такъ какъ тогда $M_x' = M_1'$ и

$$B = \frac{M_1' - M_0'}{l_0} - \frac{P'(l_0 - a_0')}{l_0} - \frac{q_0' l_0}{2}$$

Уравненія упругихъ линій (1) и (2), послѣ подстановки вмѣсто B его значенія, представятся въ видѣ:

$$EI_0 \frac{d^2y}{dx^2} = M_0' + \frac{M_1' - M_0'}{l_0} x - \frac{P_0'(l_0 - a_0')}{l_0} x -$$
$$- q_0' \left(\frac{l_0 x}{2} - \frac{x^2}{2} \right) \quad \ldots\ldots (3) \text{ и}$$

$$EI_0 \frac{d^2y}{dx^2} = M_0' + \frac{M_1' - M_0'}{l_0} x - \frac{P_0'(l_0 - a_0') x}{l_0} +$$
$$+ P_0'(x - a_0') - q_0' \left(\frac{l_0 x}{2} - \frac{x^2}{2} \right) \quad \ldots\ldots (4)$$

---

*) Точное выраженіе для момента внутреннихъ силъ, какъ извѣстно, равно $\frac{EI_0}{\varsigma} = \frac{EI_0 \frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1 + \frac{dy}{dx}\right)^{3/2}}$.

Проинтегрировавъ эти два уравненія, получаемъ:

$$EI_0\frac{dy}{dx}=M_0'x+\frac{M_1'-M_0'}{l_0}\frac{x^2}{2}-\frac{P_0'(l_0-a_0')}{l_0}\frac{x^2}{2}-$$

$$-q_0'\left(\frac{l_0x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)+C_1\ \ldots\ldots\ (5)\ \text{и}$$

$$EI_0\frac{dy}{dx}=M_0'x+\frac{M_1'-M_0'}{l_0}\frac{x^2}{2}-\frac{P_0'(l_0-a_0')}{l_0}\frac{x^2}{2}+$$

$$+P_0'\left(\frac{x^2}{2}-a_0'x\right)-q_0'\left(\frac{l_0x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)+C_2\ \ldots\ (6)$$

При $x=a_0'$, первыя части уравненій (5 и 6) будутъ равны, а изъ сравненія вторыхъ находимъ, что

$$C_2=C_1+\frac{P_0'a_0'^2}{2}.$$

Тогда уравненія (5 и 6), послѣ подстановки вмѣсто C_2 его значенія, будутъ:

$$EI_0\frac{dy}{dx}=M_0'x+\frac{M_1'-M_0'}{l_0}\frac{x^2}{2}-\frac{P_0'(l_0-a_0')}{l_0}\frac{x^2}{2}-$$

$$-q_0'\left(\frac{l_0x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)+C_1\ \ldots\ldots\ (7)\ \text{и}$$

$$EI_0\frac{dy}{dx}=M_0'x+\frac{M_1'-M_0'}{l_0}\frac{x^2}{2}-\frac{P_0'(l_0-a_0')}{l_0}\frac{x^2}{2}+$$

$$+P_0'\left(\frac{x^2}{2}-a_0'x\right)+\frac{P_0'a_0'^2}{2}-q_0'\left(\frac{l_0x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)+C_1\ \ldots\ldots\ (8)$$

Послѣ втораго интегрированія будемъ имѣть:

$$EI_0y=M_0'\frac{x^2}{2}+\frac{M_1'-M_0'}{l_0}\frac{x^3}{6}-\frac{P_0'(l_0-a_0')}{l_0}\frac{x^3}{6}-$$

$$-q_0'\left(\frac{l_0x^3}{12}-\frac{x^4}{24}\right)+C_1x+C_1'\ \ldots\ldots\ (9)\ \text{и}$$

$$\mathrm{EI}_0\,y = \mathrm{M}_0'\frac{x^2}{2} + \frac{\mathrm{M}_1' - \mathrm{M}_0'}{l_0}\frac{x^3}{6} - \frac{\mathrm{P}_0'(l_0 - a_0')}{l_0}\frac{x^3}{6} +$$

$$+ \mathrm{P}_0'\left(\frac{x^3}{6} - \frac{a_0'x^2}{2}\right) + \frac{\mathrm{P}_0'a_0'^2x}{2} -$$

$$- q_0'\left(\frac{l_0x^2}{12} - \frac{x^3}{24}\right) + \mathrm{C}_1x + \mathrm{C}_2' \;.\;.\;.\;.\;.\; (10)$$

При $x = a_0'$, первыя части уравненій (9 и 10) будутъ равны $\mathrm{EI}y_{a_0}$, а изъ равенства вторыхъ частей слѣдуетъ, что $\mathrm{C}_2' = \mathrm{C}_1' - \frac{\mathrm{P}_0'a_0'^3}{6}$; вставивъ это значеніе для C_2' въ уравненіи (9), найдемъ:

$$\mathrm{EI}_0\,y = \mathrm{M}_0'\frac{x^2}{2} - \frac{\mathrm{M}_1' - \mathrm{M}_0'}{l_0}\frac{x^3}{6} - \frac{\mathrm{P}_0'(l_0 - a_0')}{l_0}\frac{x^3}{6} -$$

$$- q_0'\left(\frac{l_0x^3}{12} - \frac{x^4}{24}\right) + \mathrm{C}_1x + \mathrm{C}_1' \;.\;.\;.\;.\; (11) \text{ и}$$

$$\mathrm{EI}_0\,y = \mathrm{M}_0'\frac{x^2}{2} - \frac{\mathrm{M}_1' - \mathrm{M}_0'}{l_0}\frac{x^3}{6} - \frac{\mathrm{P}_0'(l_0 - a_0')}{l_0}\frac{x^3}{6} +$$

$$+ \mathrm{P}_0'\left(\frac{x^3}{6} - \frac{a_0'x^2}{2}\right) + \frac{\mathrm{P}_0'a_0'^2x}{2} - \frac{\mathrm{P}_0'a_0'^3}{6} -$$

$$- q_0'\left(\frac{l_0'x^3}{12} - \frac{x^4}{24}\right) + \mathrm{C}_1x + \mathrm{C}_1' \;.\;.\;.\;.\;.\; (12)$$

Если перенесемъ начало координатъ изъ точки 0 въ точку 0_1, то такимъ же точно путемъ можетъ вывести и для пролета l_1 уравненія аналогичныя съ уравненіями (7, 8, 11 и 12), а именно:

$$\mathrm{EI}_1\frac{dy}{dx} = \mathrm{M}_1'x + \frac{\mathrm{M}_2' - \mathrm{M}_1'}{l_1}\frac{x^2}{2} - \frac{\mathrm{P}_1'(l_1 - b)}{l_1}\frac{x^2}{2} -$$

$$- q_1'\left(\frac{l_1x^2}{4} - \frac{x^3}{6}\right) + \mathrm{C}_2 \;.\;.\;.\;.\;.\; (13)$$

$$\mathrm{EI}_1\frac{dy}{dx}=\mathrm{M}_1'x+\frac{\mathrm{M}_2'-\mathrm{M}_1'}{l_1}\frac{x^2}{2}-\frac{\mathrm{P}_1'(l_1-b)}{l_1}\frac{x^2}{2}+$$
$$+\mathrm{P}_1'\left(\frac{x^2}{2}-bx\right)+\frac{\mathrm{P}_0'b^2}{2}-q_1'\left(\frac{l_1x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)+\mathrm{C}_2 \quad \ldots \quad (14)$$

$$\mathrm{EI}_1\, y=\mathrm{M}_1'\frac{x^2}{2}+\frac{\mathrm{M}_2'-\mathrm{M}_1'}{l_1}\frac{x^3}{6}-\frac{\mathrm{P}_1'(l_1-b)}{l_1}\frac{x^3}{6}-$$
$$-q_1'\left(\frac{l_1x^3}{12}-\frac{x^4}{24}\right)+\mathrm{C}_2x+\mathrm{C}_2' \quad \ldots \quad (15)$$

$$\mathrm{EI}_1\, y=\mathrm{M}_1'\frac{x^2}{2}+\frac{\mathrm{M}_2'-\mathrm{M}_1'}{l_1}\frac{x^3}{6}-\frac{\mathrm{P}_1'(l_1-b)}{l_1}\frac{x^3}{6}+$$
$$+\mathrm{P}_1'\left(\frac{x^3}{6}-\frac{bx^2}{2}\right)+\frac{\mathrm{P}_1'b^2x}{2}-\frac{\mathrm{P}_1'b^3}{6}-$$
$$-q_1'\left(\frac{l_1x_3}{12}-\frac{x^4}{24}\right)+\mathrm{C}_2x+\mathrm{C}_2' \quad \ldots \quad (16)$$

Изъ уравненія (11) при $x=0$, находимъ, что $\mathrm{C}_1'=$ $=\mathrm{EI}_0 y_0'$, а изъ уравненія (15) при $x=0$, $\mathrm{C}_2'=\mathrm{EI}_1 y_1'$. Вставивъ эти значенія въ уравненія (12 и 16), получаемъ послѣ подстановки вмѣсто x значенія l_0 въ уравненіе (12) и l_1 въ уравненіе (16):

$$\mathrm{EI}_0(y_1'-y_0')=(2\mathrm{M}_0'+\mathrm{M}_1')\frac{l_0^2}{6}-\mathrm{P}_0'(l_0-a_0')\frac{l_0^2}{6}+$$
$$+\mathrm{P}_0'\left(\frac{l_0^3}{6}-\frac{a_0'l_0^2}{2}\right)+\frac{\mathrm{P}_0'a_0^2l_0}{2}-\frac{\mathrm{P}_0'a_0^3}{6}-$$
$$-\frac{q_0'l_0^4}{24}+\mathrm{C}_1l_0 \quad \ldots \quad (17)$$

$$\mathrm{EI}_1(y_2'-y_1')=(2\mathrm{M}_1'+\mathrm{M}_2')\frac{l_1^2}{6}-\mathrm{P}_1'(l_1-b_1)\frac{l_1^2}{6}+$$
$$+\mathrm{P}_1'\left(\frac{l_0^2}{6}-\frac{bl_0^2}{2}\right)+\frac{\mathrm{P}_0'b_1^2l_0}{2}-\frac{\mathrm{P}_1'b_1^3}{6}-$$
$$-\frac{q_0'l_1^4}{24}+\mathrm{C}_2l_1 \quad \ldots \quad (18)$$

Умноживъ уравненіе (18) на $\frac{I_0}{I_1}$ и раздѣливъ (17) на l_0, а (18) на l_1, будемъ имѣть:

$$EI_0\left(\frac{y_1'-y_0'}{l_0}\right)=(2M_0'+M_1')\frac{l_0}{6}-\frac{2P_0'a_0'l_0}{6}+$$

$$+\frac{P_0'a_0'^2}{2}-\frac{P_0'a_0'^3}{6l_0}-\frac{q_0'l_0^3}{24}+C_1\ .\ .\ .\ (19)\ \text{и}$$

$$EI_0\left(\frac{y_2'-y_1'}{l_1}\right)=\left[(2M_1'+M_2')\frac{l_1}{6}-\frac{2P_1'b_1l_1}{6}+\right.$$

$$\left.+\frac{P_1'b_1^2}{2}-\frac{P_1'b_1^3}{6l_0}-\frac{q_1'l_1^3}{24}\right]\frac{I_0}{I_1}+C_2\frac{I_0}{I_1}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (20)$$

Соотношеніе между постоянными C_1 и C_2 опредѣлится изъ уравненій (8 и 13); при $x=l_0$ въ уравненіи (8) и при $x=0$, въ уравненіе (13), $\frac{dy}{dx}$ въ обоихъ уравненіяхъ будутъ равны, а потому, подставивъ въ эти уравненія указанныя значенія для x, и затѣмъ раздѣливъ (8) на (13), найдемъ:

$$C_2\frac{I_0}{I_1}=C_1+(M_0'+M_1')\frac{l_0}{2}-P_0'\left(\frac{l_0^2}{2}-\frac{a_0'l_0}{2}\right)+$$

$$+P_0'\left(\frac{l_0^2}{2}-a_0'l_0\right)+\frac{P_0'a_0'^2}{2}+\frac{q_0'l_0^3}{12}\ .\ .\ .\ .\ (21)$$

Если теперь вычтемъ уравненіе (20) изъ (19) и въ полученномъ выраженіи подставимъ вмѣсто $C_2\frac{I_0}{I_1}$ его значеніе изъ (21), то исключимъ постоянную C_1 и получимъ слѣдующее соотношеніе:

$$EI_0\left(\frac{y_1'-y_0'}{l_0}+\frac{y_1'-y_2'}{l_1}\right)=-\left[\frac{M_0'l_0}{6}+\frac{2M_1'l_0}{6}\right]+$$

$$+P_0'\left(\frac{l_0a_0'}{6}-\frac{a_0'^3}{6l_0}\right)+\frac{q_0'l_0^3}{24}-\left[\frac{2M_1'+M_2'l_1}{6}+\right.$$

$$\left.+\frac{P_1'}{6}\left(3\,b_1^2-2\,b_1l_1-\frac{b_1^3}{l_1}\right)+\frac{q_1'l_1^3}{24}\right]\frac{I_0}{I_1}\;.\;.\;.\;(22)$$

Умноживъ послѣднее выраженіе на 6 и подставивъ вмѣсто $b_1=l_1-a_1'$, получимъ:

$$6\,EI_0\left(\frac{y_1'-y_0'}{l_0}+\frac{y_1'-y_2'}{l_1}\right)=-\left[M_0'l_0+\right.$$

$$\left.+2M_1'\left(l_0+l_1\frac{I_0}{I_1}\right)+M_2'I_1\frac{I_0}{I_1}\right]+\frac{P_0a_0'(l_0^2-a_0'^2)}{l_0}+$$

$$+\frac{P_1a_1'(l_1^2-a_1'^2)}{l_1}\cdot\frac{I_0}{I_1}+\frac{q_0'l_0^3}{4}+\frac{q_1'l_1^3}{4}\frac{I_0}{I_1}.\;.\;.\;.\;.\;.\;(23)$$

Точно такимъ же образомъ для другихъ грузовъ P_0'' и P_1'' приложенныхъ въ разстояніяхъ a_0'' и a_1'' отъ крайнихъ опоръ, получимъ аналогичное уравненіе, и если затѣмъ сложимъ всѣ эти уравненія, то получимъ общее выраженіе:

$$6\,EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=-\left[M_0l_0+2M_1\left(l_0+\right.\right.$$

$$\left.\left.+l_1\frac{I_0}{I_1}\right)+M_2l_1\frac{I_0}{I_1}\right]+\sum\frac{P_0a_0(l_0^2-a_0^2)}{l_0}+$$

$$+\sum\frac{P_1a_1(l_1^2-a_1^2)}{l_1}\frac{I_0}{I_1}+\frac{q_0\,l_0^3}{4}+\frac{q_1l_1^3}{4}\frac{I_0}{I_1}.\;.\;.\;.\;.\;.\;(24)$$

для клапейроновскаго уравненія при дѣйствіи системы грузовъ въ каждомъ пролетѣ и при условіи разныхъ поперечныхъ сѣченій въ пролетахъ.

Если многопролетная балка одинаковаго сѣченія, то $I_1=I_0$ и выраженіе (24) будетъ тогда:

$$6\,EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=-[M_0l_0+2M_1(l_0+l_1)+M_2l_1]+\sum\frac{P_0a_0(l_0^2-a_0^2)}{l_0}+\sum P_1a_1\frac{(l_1^2-a_1^2)}{l_1}+\frac{q_0l_0^3}{4}+\frac{q_1l_1^3}{4}\;{}^{*)}\quad\ldots\ldots\;(25)$$

Если балка нагружена въ каждомъ пролетѣ одною лишь равномѣрно распредѣленною нагрузкою, т. е., когда ΣP_0 и ΣP равны нулю, то получается такъ называемое уравненіе Клапейрона:

$$6EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=-[M_0l_0+2M_1(l_0+l_1)+M_2l_1]+\frac{q_0l_0^3}{4}+\frac{q_1l_1^3}{4}\quad\ldots\ldots\;(26)$$

Если балка лежитъ на неподвижныхъ опорахъ, т. е., когда $y_1=y_0=y_2$, то выраженіе (26) сводится къ такъ называемому уравненію трехъ моментовъ:

$$-[M_0l_0+2M_1(l_0+l_1)+M_2l_1]+\frac{q_0l_0^3}{4}+\frac{q_1l_1^3}{4}=0\quad\ldots\ldots\;(27)$$

Передъ скобками въ выраженіяхъ (24—27) можно перемѣнить знакъ — на +, сохранивъ остальные знаки, но тогда надо считать при расположеніи осей, показанномъ на черт. 5, положительными моменты сопротивленій опоръ, направленныхъ вверхъ и отрицательными моменты силъ, направленныхъ внизъ. Тогда уравненіе 25 будетъ имѣть видъ, указываемый въ руководствахъ **):

---

*) См. Iakob I. Weyrauch. Allgemeine Theorie und Berechnung der continuirlichen und einfachen Träger. S. 7.

**) См. „Hutte". Des Ingenieurs Taschenbuch, 1887, стр. 260.

$$6EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=M_0l_0+2M_1(l_0+l_1)+$$
$$+M_2l_1+\sum\frac{P_0(l_0{}^2-a_0{}^2)a_0}{l_0}+\sum\frac{P_1(l_1{}^2-a_1{}^2)a_1{}^2}{l_1}+$$
$$+\frac{q_0l_0{}^3}{4}+\frac{q_1l_1{}^3}{4}\quad.\ .\ .\ .\ .\ (28)$$

Когда пролеты равны и въ каждомъ дѣйствуетъ одинъ только сосредоточенный грузъ безъ равномѣрной нагрузки, то есть, когда $l_0=l_1$ и $q_0=q_1=0$, то получаемъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0}(2\,y_1-y_0-y_2)=(M_0+4M_1+M_2)\,l_0+$$
$$+\frac{P_0a_0(l_0{}^2-a_0{}^2)}{l_0}+\frac{P_1(l_0{}^2-a_1{}^2)a_1}{l_0}\quad.\ .\ .\ .\ .\ .\ (29)$$

Въ послѣднемъ выраженіи разности (y_1-y_0) и (y_1-y_2) представляютъ разности въ пониженіяхъ опоръ при изгибѣ бруса; если пренебречь изгибомъ поперечины, то, вслѣдствіе упругости подстилки, пониженія опоръ должны быть пропорціональны давленіямъ, а слѣдовательно должны быть пропорціональны опорнымъ сопротивленіямъ. Поэтому, если $\varkappa$ есть коэффиціентъ пропорціональности, то можно принять, что:

$$y_1-y_0=\varkappa\,(r_1-r_0)\ \text{ и }\ y_1-y_2=\varkappa\,(r_1-r_2),$$

гдѣ r_0, r_1, r_2— опорныя противодѣйствія.

Опорные моменты можемъ выразить въ функціи силъ и опорныхъ сопротивленій, напр. написать для данной системы:

$$M_1=r_0l_0-P_0(l_0-a_0),$$
$$M_2=2r_0l_0+r_1l_0-P_0(2l_0-a_0)-P_1a_1$$
$$M_3=3r_0l_0+2r_1l_0+r_2l_0-P_0(3l_0-a_0)-$$
$$-P_1(l_0+a_1)+P_2(l_0-a_2)$$

и т. д. при условіи, что $M_0=0$.

Для каждой пары пролетовъ мы можемъ составить уравненіе, аналогичное съ уравненіемъ 29, такъ что для бруса на n опорахъ получимъ $n-2$ уравненій, которыя совмѣстно съ условіями $r_0+r_1+r_2+\ldots r_{n-1}=\Sigma P$ и $M_0=$ $=M_{n-1}=0$, дадутъ достаточное число уравненій для опредѣленія n неизвѣстныхъ r_0, r_1 $r_2\ldots r_{n-1}$. При симметричномъ расположеніи нагрузокъ, число необходимыхъ уравненій уменьшится и будетъ $\frac{n-2}{2}$ при n четномъ, и $\frac{n-1}{2}$ при n—нечетномъ. Зная опорныя сопротивленія, не трудно опредѣлить и значенія найбольшихъ дѣйствующихъ моментовъ.

2. Вліяніе одиночнаго сосредоточеннаго груза на верхнее строеніе пути:

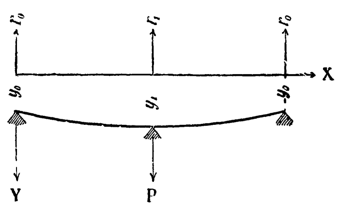
Если разсматривать рельсъ неограниченной длины, то для числа n мы должны были бы взять $n=\infty$; но при упругихъ опорахъ при нѣкоторомъ n получаются для r_0 и r_{n-1} отрицательныя значенія, указывающія на то, что поперечины не сжимаютъ балластнаго слоя, а напротивъ, стремятся отъ него отдѣлиться, а такъ какъ сопротивленіе для этого случая можно принять равнымъ нулю, то выраженія для всѣхъ значеній r_0 r_1—$r_2\ldots r_{n-1}$ будутъ невѣрными; поэтому, сдѣлавъ предположеніе объ односторонней, такъ сказать, упругости балластнаго слоя при его сжиманіи, мы должны ограничить число n условіемъ, чтобы r_0 и r_{n-1} были положительныя величины.

Кромѣ того, такъ какъ намъ интересны дѣйствительныя значенія максимальныхъ опорныхъ сопротивленій, имѣющія мѣсто при положеніи груза надъ опорою и найбольшія значенія для дѣйствующихъ моментовъ, получающіяся при дѣйствіи груза (одиночнаго) по срединѣ пролета, то число n должно быть таково, чтобы при $n+2$ опорахъ и при сохраненіи симметричнаго расположенія сосредоточеннаго груза, крайнія сопротивленія r_0' и r_{n+1} были отрицательныя.

1. При положеніи груза надъ шпалою и при $n=3$, т. е. при $M_0=M_2=0$, уравненіе 29 представится въ видѣ (черт. 6):

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-2y_0)=4M_1, \text{ или } \frac{6EI_0 x}{l_0^3}(r_1-r_0)=2r_0.$$

Черт. 6.



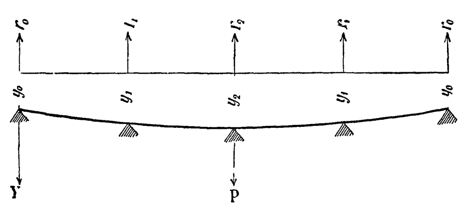
Если назовемъ $\frac{6EI_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu}$, то, принявъ во вниманіе, что $r_0=\frac{P-r_1}{2}$, найдемъ:

$$x/\mu\left(r_1-\frac{P-r_1}{2}\right)=P-r_1; \text{ откуда}$$

$$r_1=\frac{2+x/\mu}{2+3x/\mu}P\;.\;.\;.\;.\;(30);\qquad r_0=\frac{x/\mu}{2+3x/\mu}P\;.\;.\;.\;.\;(31)$$

2. При томъ же положеніи груза, но при $n=5$, т. е. при $M_0=M_4=0$, уравненія, аналогичныя уравненію 29, дадутъ (черт. 7):

Черт. 7.



для первой пары пролетовъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-y_0-y_2)=4M_1+M_2,$$

а для слѣдующей пары пролетовъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_1-y_2)=M_1+2M_2.$$

Подставивъ вмѣсто:

$$y_1-y_0=\varkappa(r_1-r_0),\quad y_1-y_2=\varkappa(r_1-r_2),$$

а вмѣсто $M_1=r_0l_0$, $M_2=(2r_0+r_1)l_0$ и обозначивъ

$$\frac{6EI_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu},\ \text{найдемъ:}$$

$$\varkappa/\mu\,(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1$$

$$\varkappa/\mu\,(r_1-r_2)=5r_0+2r_1.$$

Присоединивъ къ этимъ двумъ уравненіямъ, третье:

$$2r_0+2r_1+r_2=P$$

и рѣшивъ относительно r_0, r_1 и r_2 найдемъ:

$$r_0=\frac{-3\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2}P\ .\ .\ .\ .\ .\ (32)$$

$$r_1=\frac{11\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2}P\ .\ .\ .\ .\ .\ (33)\ \text{и}$$

$$r_2=\frac{7+18\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2}P\ .\ .\ .\ .\ .\ (34)$$

Для значеній $\varkappa/\mu>3$, сопротивленія r_0 крайнихъ опоръ при числѣ n опоръ, равномъ 5, получаютъ по формулѣ (32) положительныя значенія, а потому на основаніи предыдущаго формула (30), которая есть ничто другое, какъ формула Шведлера *), при $\varkappa/\mu > 3$ даетъ для максимальнаго давленія на шпалу невѣрныя значенія; при условіи статическаго дѣйствія одиночнаго груза и при $\varkappa/\mu > 3$, максимальное давленіе на шпалу должно быть разсчитываемо по формулѣ (34):

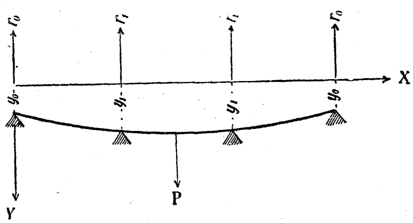
$$r_2 = \frac{7 + 18\varkappa/\mu + (\varkappa/\mu)^2}{7 + 34\varkappa/\mu + 5(\varkappa/\mu)^2} \mathrm{P}.$$

3. При положеніи груза по срединѣ пролета и при $n=4$, т. е. при $\mathrm{M}_0 = \mathrm{M}_3 = 0$, уравненіе (29) представится въ видѣ (черт. 8):

$$\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0^{\,2}}(2y_1 - y_0 - y_1) = 4\mathrm{M}_1 + \mathrm{M}_2 + {}^3/_8 \mathrm{P} l_0, \quad \text{гдѣ}$$

$$\mathrm{M}_1 = r_0 l_0; \quad \mathrm{M}_2 = \left(2r_0 + r_1 - \frac{\mathrm{P}}{2}\right) l_0,$$

Черт. 8.



Подставивъ вмѣсто M_1, M_2 ихъ значенія, а также вмѣсто $(y_1 - y_0)$, равныя имъ величины $\varkappa(r_1 - r_0)$, и обозначивъ $\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0^{\,3}} = {}^1/\mu$, найдемъ:

-1/8 P

$$\varkappa/\mu\,(r_1 - r_0) = 6r_0 + r_1 + \cancel{{}^3/_8} \mathrm{P}.$$

Присоединивъ къ этому уравненію еще условіе:

$$r_0 + r_1 = \frac{\mathrm{P}}{2}$$

и рѣшивъ эти уравненія относительно r_0 и r_1, получимъ:

---

*) См. Gr. Zimmermam. Die Berechnung des Eisenbchn-Oberbaues S. 202.

$$r_0 = \frac{4^{x}/_{\mu} - 3}{16^{x}/_{\mu} + 40} P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

$$r_1 = \frac{4^{x}/_{\mu} + 23}{16^{x}/_{\mu} + 40} P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

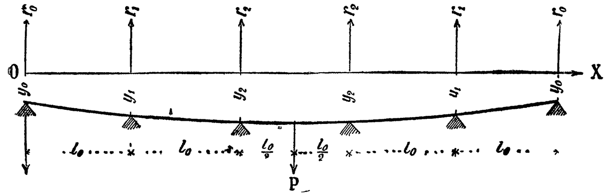
Зная r_0 и r_1 легко получить значеніе для max M:

$$\max M = \left({}^3/_2 r_0 + \frac{1}{2} r_1\right) l_0 = \frac{8^{x}/_{\mu} + 7}{16^{x}/_{\mu} + 40} P l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Для отношеній $^{x}/_{\mu} < {}^3/_4$, величины r_0 для крайнихъ опорныхъ сопротивленій принимаютъ отрицательныя значенія; поэтому при $^{x}/_{\mu} < {}^3/_4$, выраженіе (37) для наибольшаго изгибающаго момента, которое есть ничто иное, какъ формула Циммерманна, даетъ невѣрные результаты. Для значеній $^{x}/_{\mu} < {}^3/_4$, число опоръ n должно быть равно 2, а такъ какъ въ однопролетныхъ балкахъ величина момента не зависитъ отъ пониженія (равнаго) обѣихъ опоръ, то отсюда слѣдуетъ, что напряженія въ рельсахъ при $^{x}/_{\mu} < {}^3/_4$ не должны зависѣть отъ качества балластнаго слоя. Ниже, будетъ показано, что выводъ этотъ не вѣренъ, если принять во вниманіе вѣса верхняго строенія.

4. При томъ же положеніи груза по срединѣ пролета, но при $n=6$, уравненія аналогичныя выраженію 29 будутъ слѣдующія (черт. 9):

Черт. 9.



для первой пары пролетовъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-y_0-y_2)=4M_1+M_2,$$

и для слѣдующей пары пролетовъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_2-y_1)=M_1+5M_2+{}^3/_8\,Pl_0.$$

Подставивъ вмѣсто:

$$M_1=r_0l_0,\quad M_2=(2r_0+r_1)l_0,$$

$$M_3=\left(3r_0+2r_1+r_2-\frac{P}{2}\right)l_0,$$

вмѣсто (y_1-y_0) и (y_1-y_2) ихъ величины $\varkappa(r_1-r_0)$ и $\varkappa(r_1-r_2)$ и замѣнивъ $\frac{6EI_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu}$, найдемъ:

$$\varkappa/\mu\,(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1$$

$$\varkappa/\mu\,(r_2-r_1)=11r_0+5r_1+{}^3/_8P.$$

Кромѣ того имѣемъ:

$$r_0+r_1+r_2=\frac{P}{2}.$$

Рѣшивъ эти три уравненія относительно r_0, r_1 и r_2, получимъ:

$$r_0=\frac{3-33\,\varkappa/\mu+4(\varkappa/\mu)^2}{4(38+88\varkappa/\mu+6(\varkappa/\mu)^2)}P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

$$r_1=\frac{-18+68\varkappa/\mu+4(\varkappa/\mu)^2}{4(38+88\varkappa/\mu+6(\varkappa/\mu)^2)}P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

$$r_2=\frac{91+141\varkappa/\mu+4(\varkappa/\mu)^2}{4(38+88\varkappa/\mu+6(\varkappa/\mu)^2)}P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Крайнія опорныя сопротивленія r_0 при $n=6$ получаютъ положительныя значенія при $\varkappa/\mu > 8._{16}$; поэтому формула (37);

$$\max M = \frac{8\varkappa/\mu+7}{16\varkappa/\mu+40} P l_0,$$

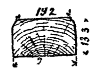
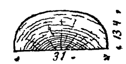
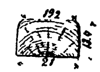
или такъ называемая формула Циммерманна, даетъ правильныя значенія для найбольшихъ изгибающихъ моментовъ отъ статическаго дѣйствія одиночнаго груза только въ предѣлахъ измѣненія $\varkappa/\mu$ отъ $\varkappa/\mu=0._{75}$ до $\varkappa/\mu=8._{16}$.

Коэффиціентъ χ пропорціональности пониженія поперечины производимому на нее давленію можетъ быть представленъ въ видѣ $\frac{1}{D}$, гдѣ D—сила, понижающая опору на величину одной линейной единицы, такъ что при $y=1$, выраженіе $y=\chi r$ представится въ видѣ $1=\chi D$. Если назвать чрезъ C силу, необходимую для упругаго сдавливанія площади въ 1 квадр. единицу на величину 1 линейной единицы, то, пренебрегая изгибомъ поперечины, а слѣдовательно и неравномѣрностью давленія, сила D, понижающая половину поперечины, будетъ равна $\frac{ab}{2}.C$, гдѣ a длина поперечины, а b—ширина. При a и b, выраженныхъ въ сантиметрахъ, сила C, какъ показали опыты, измѣняется въ предѣлахъ отъ 3 до 8 (и выше) килограммовъ на квадр. сантиметръ.

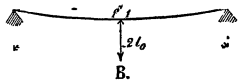
Выраженіе $\frac{1}{\mu}=\frac{6EI_0}{l_0^3}$ представляетъ величину сосредоточенной силы B, производящей максимальный прогибъ, равный единицѣ, бруса длиною $2l_0$ и лежащаго свободно на двухъ опорахъ, такъ какъ тогда (черт. 10):

$$f=1=\frac{8Bl_0^3}{48EI_0}, \text{ откуда } \qquad B=\frac{6EI_0}{l_0^3}.$$

Таблица I.

	$q=20$ фунт. въ 1 пог. футѣ. $ql_0=21.8$ килограм. $ql_0=0.0028$ P (при $P=7.5$ тоннъ). $ql_0=0.0036$ P (при $P=6$ тоннъ).		$q=24^1/_2$ фунт въ 1 пог. футѣ. $ql_0=26.7$ килограм. $ql_0=0.0036$ P при $P=7.5$ тоннъ). $ql=0.0045$ P (при $P=6$ тоннъ).	
При $P=7.5$ тоннъ . . . . . . При $P=6$ тоннъ	 Сосновыя $p=0.0036$ P. $p=0.0045$ P.	 Дубовыя 0.0053 P. 0.0067 P.	 Сосновыя $p=0.0036$ P. $p=0.0045$ P.	 Дубовыя $p=0.0053$ P. $p=0.0067$ P.
$B=\frac{1}{\mu}$ килограм.	11640	11640	26500	26500
D килограм. { при $C=3$	9580	12370	9580	12370
D килограм. { при $C=8$	25540	32980	25540	22980
$\frac{B}{D}=\frac{\varkappa}{\mu}$	$\left.\begin{matrix}1.20\\0.45\end{matrix}\right\}$	$\left.\begin{matrix}0.95\\0.35\end{matrix}\right\}$	$\left.\begin{matrix}2.75\\1.05\end{matrix}\right\}$	$\left.\begin{matrix}2.15\\0.80\end{matrix}\right\}$

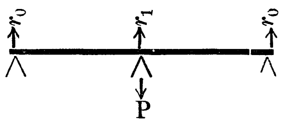
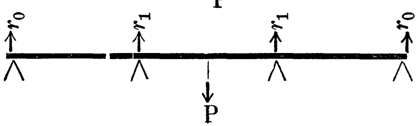
Черт. 10.



Въ помѣщенной таблицѣ I вычислены значенія для D, B и ихъ отношеній $\frac{B}{D} = \varkappa/\mu$, для рельсовъ 20 и $24\frac{1}{2}$ фунта въ пог. футѣ, при разстояніи между осями шпалъ равномъ 80 сант., при поперечинахъ сосновыхъ и дубовыхъ длиною 266 сант. шириною отъ 24 до 31 сант., при C равномъ 3 и 8 кгр. на 1 кв. сантиметръ.

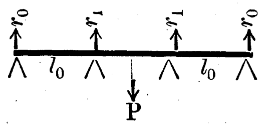
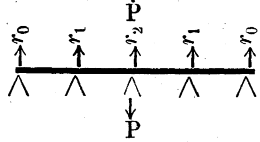
Изъ таблицы I видно, что отношеніе $\varkappa/\mu = \frac{B}{D}$ для русскихъ рельсовъ мѣняется въ предѣлахъ отъ 0.35 до 2.75. Въ таблицѣ II вычислены значенія для найбольшихъ опорныхъ сопротивленій и изгибающихъ моментовъ при разныхъ значеніяхъ $\varkappa/\mu$.

Таблица II.

$\frac{B}{D} = \frac{\varkappa}{\mu} =$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
 M= r_1=	0.1429 Pl_0 0.7142 P	0.2000 Pl_0 0.6000 P	0.2309 Pl_0 0.5382 P	0.2500 Pl_0 0.5000 P	0.2632 Pl_0 0.4736 P	0.2727 Pl_0 0.4546 P
 max M=	0.25 Pl_0	0.2678 Pl_0	0.2969 Pl_0	0.3194 Pl_0	0.3[illegible]75 Pl_0	0.3523 Pl_0

Выше выведены значенія для $^{x}/_{\mu}$ при $l_0=80$ сант. Съ уменьшеніемъ l_0, $^{B}/_{D}={}^{x}/_{\mu}$ увеличивается пропорціонально кубу $^{1}/_{l_0}$, такъ что $^{x}/_{\mu}$ увеличится вдвое при уменьшеніи l_0 въ $\sqrt[3]{2}=1{\cdot}_{25}$ раза, т. е. когда $l=0{\cdot}_8 l_0=0{\cdot}_8\times 80=64$ сант.; тогда max M и max r будутъ имѣть слѣдующія значенія:

Таблица III.

$^{B}/_{D}={}^{x}/_{\mu}=$ $l_0=64$ сант.	4	5	6
 max M=	$0{\cdot}_{3750}\ Pl_0$	$0{\cdot}_{3917}\ Pl_0$	$0{\cdot}_{4044}\ Pl_0$
 $r=$	$0{\cdot}_{4260}\ P$	$0{\cdot}_{4040}\ P$	$0{\cdot}_{3862}\ P$

3. Примѣненіе принципа минимальной работы къ опредѣленію опорныхъ сопротивленій и максимальныхъ моментовъ.

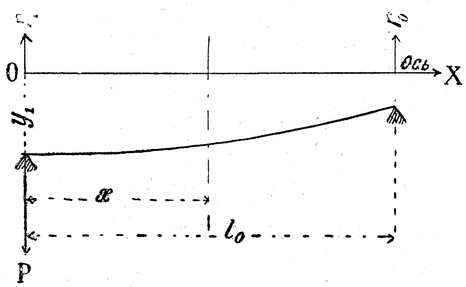
Опорныя сопротивленія и дѣйствующіе моменты могутъ быть опредѣлены, не прибѣгая къ выводу клапейроновскихъ уравненій, а примѣняя такъ называемый принципъ минимальной работы, заключающійся въ томъ, что если работа деформаціи системы выражена въ функціи нѣкоторыхъ неизвѣстныхъ, то значенія этихъ неизвѣстныхъ послѣ деформаціи должны быть таковы, чтобы работа была минимумъ; при этомъ, конечно, должны быть приняты во вниманіе уравненія, связующія эти неизвѣстныя. (См. Alberto Castigliano: „Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques p. 53").

Рельсъ, изгибаясь, а равно и шпалы при своемъ погруженіи, производятъ работу. Соотношеніе между силами, сопротивляющимися упругому изгибу рельса, и упругому сжатію балластнаго слоя, должно быть таково, чтобы работа, произведенная этими силами, была минимумъ. Этотъ принципъ минимальной работы приложимъ къ опредѣленію опорныхъ сопротивленій и дѣйствующихъ моментовъ въ случаяхъ изгиба, разобранныхъ въ предыдущей статьѣ.

1. Случай. Рельсъ лежитъ на 3 шпалахъ съ нагрузкою P надъ среднею шпалою.

Назовемъ искомыя давленія на крайнія опоры чрезъ r_0, а на среднюю—чрезъ r_1, пролетъ между осями шпалъ—чрезъ l_0. Примемъ начало координатъ въ точкѣ приложенія груза P. Тогда уравненіе, связующее неизвѣстныя r_0 и r_1, будетъ $2r_0+r_1=\mathrm{P}$ (черт. 11).

Черт. 11.



Для того, чтобы составить другое уравненіе между r_0 и r_1, напишемъ выраженіе для работы деформаціи.

Работа при изгибѣ будетъ равна:

$$\mathrm{T}_1=\frac{1}{2\mathrm{EI}_0}\int_0^{l_0}\mathrm{M}^2dx+\frac{1}{2\mathrm{F}\Omega}\int_0^{l_0}\mathrm{AS}^2\,dx,\quad \text{гдѣ}$$

первый членъ выражаетъ работу продольныхъ силъ при изгибѣ, а второй—работу перерѣзывающихъ силъ (см. Castigliano: Théorie de l'équilibre p. 200). При малыхъ поперечныхъ размѣрахъ брусьевъ по сравненіи съ продольными, вторымъ членомъ по его незначительности можно пренебречь; тогда работа при изгибѣ выразится:

$$\frac{1}{2\,\mathrm{EI}_0}\int_0^{l_0}\mathrm{M}^2 dx, \text{ т. е.,}$$

она равна полусуммѣ квадратовъ моментовъ всѣхъ дѣйствующихъ силъ въ предѣлахъ длины бруса, дѣленной на произведеніе изъ коэффиціента продольной упругости на моментъ инерціи сѣченія.

Изгибающій моментъ для сѣченія x:

$$\mathrm{M}_x = r_0\,(l_0 - x),$$

тогда

$$\frac{1}{2\mathrm{EI}_0}\int_0^{l_0}\mathrm{M}^2\,dx = \frac{1}{2\mathrm{EI}_0}\int_0^{l_0} r_0^2(l_0-x)^2\,dx =$$

$$= \frac{-r_0^2}{2\mathrm{EI}_0}\left(\frac{(l_0-x)^3}{3}\right)_0^{l_0} = \frac{r_0^2 l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}$$

Работа силы, сопротивляющейся вдавливанію средней опоры, равна $\frac{r_1 y_1}{2}$, гдѣ y_1—пониженіе опоры, а r_1—предѣльное значеніе силы r, возрастающей отъ 0 до r_1. Такъ какъ y_1 пропорціонально r_1, то вмѣсто $\frac{r_1 y_1}{2}$ для работы средней опоры можемъ написать:

$$\frac{\varkappa\, r_1^2}{2}.$$

Точно также для крайней опоры работа выразится чрезъ:

$$\frac{\varkappa\, r_0^2}{2}.$$

Сумма всѣхъ работъ деформаціи системы будетъ равна:

$$\mathrm{T}=2\mathrm{T}_1+\mathrm{T}_2=\frac{2r_0^2l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}+\frac{\varkappa(2r_0^2+r_1^2)}{2}$$

Для того, чтобы работа T была минимумъ, первая производная отъ T по одной изъ перемѣнныхъ r_0 или r_1 должна быть равна нулю. Продифенцировавъ T по r_0, и принявъ во вниманіе, что $\frac{dr_1}{dr_0}=-2$, находимъ, что

$$\frac{d\mathrm{T}}{dr_0}=\frac{2\,r_0\,l_0^3}{6\,\mathrm{EI}_0}+\varkappa r_0-\varkappa r_1=0.$$

Присоединивъ къ этому уравненію первое:

$$2\,r_0+r_1=\mathrm{P}$$

и рѣшивъ ихъ относительно r_0 и r_1, находимъ:

$$r_0=\frac{\varkappa}{\frac{2l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}+3\varkappa}\mathrm{P} \quad \text{и}$$

$$r_1=\frac{\frac{2l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}+\varkappa}{\frac{2l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}+3\varkappa}\mathrm{P}$$

Назвавъ $\frac{l_0^3}{6\mathrm{EI}_0}$ чрезъ μ, получаемъ:

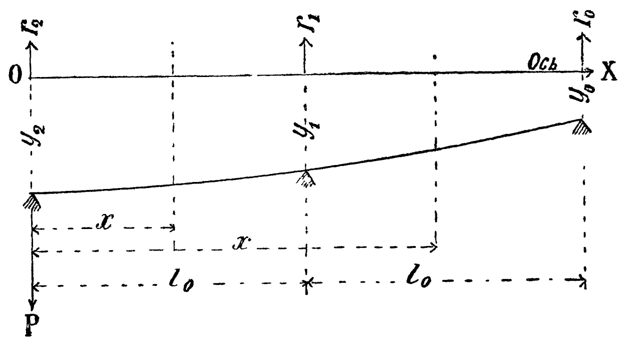
$$r_0=\frac{\varkappa/\mu}{3\,\varkappa/\mu+2} \quad \text{и}$$

$$r_1=\frac{\varkappa/\mu+2}{3\,\varkappa/\mu+2}, \text{ т. е.,}$$

получаемъ выраженія для r_0 и r_1 тождественныя съ выраженіями (30 и 31).

2-й случай. Рельсъ лежитъ на пяти опорахъ съ нагрузкою надъ среднею шпалою (черт. 12).

Черт. 12.



Моментъ вмѣшнихъ силъ для сѣченія x въ среднемъ пролетѣ, когда $x < l_0$ будетъ равенъ:

$$M_x = r_0(2\,l_0 - x) + r_1(l_0 - x)$$

а моментъ для сѣченія x въ крайнемъ пролетѣ, когда $x > l_0$ и $x < 2\,l_0$ будетъ равенъ:

$$M_x = r_0\,(l_0 - x).$$

Работа деформаціи будетъ равна:

$$T = \frac{2}{2EI_0}\left[r_0^2 \int_0^{l_0} (2\,l - x)^2 dx + r_1^2 \int_0^{l_0} (l_0 - x)^2 dx + \right.$$

$$\left. + 2 r_0 r_1 \int_0^{l_0} (2 l_0^2 - 3 l_0 x + x^2)\,dx + r_0^2 \int_{l_0}^{2l_0} (l_0 - x)^2 dx \right] +$$

$$+ \frac{\varkappa}{2}(2 r_0^2 + 2 r_1^2 + r_2^2), \text{ или}$$

$$T=\frac{2l_0^3}{3EI_0}(8r^0+r_1+5\,r_0r_1)+\frac{\varkappa}{2}(2r_0^2+2r_1^2+r_2^2)$$

Минимальное значеніе для работы T получится для значеній r_0, r_1 и r_2, опредѣленныхъ изъ первыхъ производныхъ отъ T по двумъ перемѣннымъ, приравненныхъ нулю. Если возьмемъ производныя отъ T по r_0 и r_1, имѣя въ виду, что $\frac{dr_2}{dr_0}=-2$ и $\frac{dr_2}{dr_0}=-2$, и если назовемъ $\frac{l_0^3}{6EI_0}$ чрезъ μ, то, приравнявъ производныя нулю, получимъ два уравненія:

$$\mu(2r_1+5r_0)+\varkappa(r_1-r_2)=0$$

$$\mu(16r_0+5r_1)+\varkappa(r_1-r_2)=0,$$

которыя совмѣстно съ условіемъ:

$$2\,r_0+2\,r_1+r_2=P$$

опредѣляютъ три неизвѣстныя r_0, r_1 и r_2, а именно:

$$r_0=\frac{-3\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2},$$

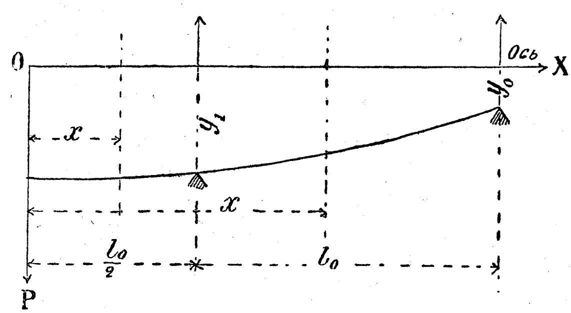
$$r_1=\frac{11\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2}, \quad \text{и}$$

$$r_2=\frac{7+18\varkappa/\mu+(\varkappa/\mu)^2}{7+34\varkappa/\mu+5(\varkappa/\mu)^2}.$$

Эти значенія для опорныхъ сопротивленій идентичны съ значеніями для r_0, r_1 и r_2, полученными при помощи способа Клапейрона, а именно съ выраженіями (32, 33 и 34).

3-й случай. Р е л ь с ъ л е ж и т ъ н а ч е т ы р е х ъ о п о р а х ъ с ъ н а г р у з к о ю P п о с р е д и н ѣ с р е д н я г о п р о л е т а (черт. 13).

Черт. 13.



Моментъ внѣшнихъ силъ для сѣченія x въ среднемъ пролетѣ, когда $x > \frac{l_0}{2}$ будетъ равенъ:

$$M_x = r_1\left(\frac{l_0}{2} - x\right) + r_0\left(\frac{3}{2}l_0 - x\right)$$

$$M_x^2 = r_1^2\left(\frac{l_0^2}{4} - l_0x + x^2\right) + 2r_0r_1\left(\frac{3}{4}l_0^2 - 2l_0x + x^2\right) +$$

$$+ r_0^2\left(\frac{3}{4}l_0^2 - 3\,l^0x + x^2\right).$$

Моментъ внѣшнихъ силъ для сѣченія x въ крайнемъ пролетѣ, когда $x > \frac{l_0}{2}$ и $x < \frac{3}{2}l_0$ будетъ:

$$M_x = r_0\left(\frac{3}{2}l_0 - x\right)$$

$$M_x^2 = r_0^2\left(\frac{9}{4}l_0^2 - 3\,l_0x + x^2\right).$$

Работа всѣхъ силъ при деформаціи рельса будетъ равна:

$$T=\frac{1}{2EI_0}\int_0^{\frac{l_0}{2}}\left[r_1^2\left(\frac{l_0^2}{4}-l_0x+x^2\right)+\right.$$

$$+2r_0r_1\left(\frac{3}{4}l_0^2-2\,l_0x+x^2\right)+$$

$$\left.+\,r_0^2\left(\frac{9}{4}l_0^2-3\,l_0\,x+x^2\right)\right]dx+$$

$$+\frac{1}{2EI_0}\int_{\frac{l_0}{2}}^{3\frac{l_0}{2}}r_0^2\left(\frac{9}{4}l_0^2-3\,l_0x+x^2\right)dx+\frac{\varkappa}{2}(r_0^2+r_1^2),\text{ или}$$

$$T=\frac{l_0^3}{6EI_0}\left(\frac{27}{8}r_0^2+r_0r_1+\frac{r_1^2}{8}\right)+\frac{\varkappa}{2}(r_0^2+r_1^2)$$

Взявъ для нахожденія минимума производную T по r_1 и приравнявъ ее нулю, получаемъ:

$$\frac{dT}{dr_1}=\frac{l_0^3}{6EI_0}\left(-\frac{23}{4}r_1-\frac{3}{4}r_0\right)+\frac{\varkappa}{2}(2r_1-2r_0)=0,\text{ или}$$

названъ $\frac{l_0^3}{6EI_0}=\mu$.

$$-\mu(23r_0-3r_1)+\varkappa(4r_1-4r_0)=0$$

Это уравненіе, совмѣстно съ уравненіемъ:

$$r_0+r_1=\frac{P}{2}$$

послужитъ для нахожденія неизвѣстныхъ r_0 и r_1:

$$r_0=\frac{4^{\mu}/_{\mu}-3}{16^{\varkappa}/_{\mu}+40}P\quad\text{и}$$

$$r_1=\frac{4^{\varkappa}/_{\mu}+23}{16^{\varkappa}/_{\mu}+40}P.$$

Послѣднія выраженія совершенно идентичны съ выраженіями (35 и 36), выведенными при помощи метода Клапейрона.

4. Вліяніе изгиба поперечинъ на опорныя сопротивленія и дѣйствующіе моменты.

До сихъ поръ предполагалось, что шпалы передаютъ балласту давленіе равномѣрно по всей своей длинѣ; въ дѣйствительности же шпала, вслѣдствіе изгиба, передаетъ балластному слою давленіе тѣмъ большее, чѣмъ значительнѣе въ данной точкѣ прогибъ шпалы. Поэтому, сила D, принимаемая нами до сихъ поръ равною:

$$D=\frac{C\,b\,a}{2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (A)$$

т. е., пропорціональною длинѣ шпалы a, въ дѣйствительности не будетъ ей пропорціональна. Докторъ Циммерманнъ весьма обстоятельно изслѣдовалъ вопросъ о вліяніи изгиба шпалы на измѣненіе силы D, и по Циммерманну:

$$D=\frac{Cb}{\eta_\varsigma}\sqrt[4]{\frac{3\,E'I'}{Cb}}, \text{ гдѣ } \quad . \; . \; . \; . \; (B)$$

E′—коэффиціентъ продольной упругости матеріала поперечины. При деревянныхъ шпалахъ и размѣрахъ въ сантиметрахъ E′=120.000 кгр.

I′ —моментъ инерціи поперечнаго сѣченія шпалы относительно нейтральной оси.

η_ς—число, выражающее зависимость между длиною шпалы a и шириною пути e.

Сравнивъ выраженія А и В, видно, что $\frac{1}{\eta_\varsigma}\sqrt[4]{\frac{4E'I'_1}{Cb}}$ представляетъ нѣкоторую величину $\frac{L}{\eta_\varsigma}$, выраженную въ линейныхъ единицахъ и можетъ быть представлена въ видѣ:

$$\frac{L}{\eta_\varsigma}=\frac{a}{2}\varphi.$$

При размѣрахъ сосновыхъ шпалъ, указанныхъ на стр. 24 и при моментѣ инерціи сѣченія $I'=4310$ сант., получаемъ:

при $C=3$, $L=73$ и $\frac{1}{L}=0{\cdot}_{0137}$,

а при $C=8$, $L=57$ и $\frac{1}{L}=0{\cdot}_{0175}$.

При дубовыхъ шпалахъ, моментъ инерціи которыхъ $I'=6330$ сант. имѣемъ:

при $C=3$, $L=76$ и $\frac{1}{L}=0{\cdot}_{0132}$.

а при $C=8$, $L=59$ и $\frac{1}{L}=0{\cdot}_{0169}$.

При длинѣ шпалы $a=266$ сант. и при разстояніи между осями рельсовъ $e=160$ сант., вычисляемъ величины:

$$\lambda=\frac{1}{L}\cdot\frac{a}{2},\quad \varsigma=\frac{1}{L}\cdot\frac{e}{2}$$

и затѣмъ пользуясь таблицами Циммермана (стр. 296 и 297 *) значенія η_ς, соотвѣтствующія величинамъ λ и ς. Ходъ вычисленія показанъ въ таблицѣ VI.

*) Dr. Zimmermann. Die Berechnung des Eisenbahn—Oberbaues.

Таблица IV.

	Сосновыя шпалы. $I'=4310$ сант.		Дубовыя шпалы. $I_1=6330$ сант.	
	C=3.	C=8.	C=3.	C=8.
$\lambda=\frac{1}{L}\cdot 133\quad=$	1.80	2.30	1.75	2.25
$\varsigma=\frac{1}{L}\cdot 80\quad=$	1.10	1.40	1.05	1.35
η_ς (по таблицамъ)	0.617	0.527	0.625	0.540
$a'=\frac{a}{2}\varphi=\frac{L}{\eta_\varsigma}\quad=$	118 сант.	108 сант.	121 сант.	110 сант.
$\varphi=\frac{a'}{a}$	0.887	0.812	0.909	0.821
$\frac{1}{\varphi}$	1.127	1.232	1.100	1.218

Такъ какъ φ меньше единицы, то сила D при изгибѣ шпалы уменьшается. Съ уменьшеніемъ D отношеніе $\varkappa/\mu = \frac{B}{D}$ увеличивается и найбольшее увеличеніе равно 13%, при $C=3$ и 24% при $C=8$; съ увеличеніемъ же значенія $\varkappa/\mu$, максимальныя опорныя сопротивленія уменьшаются, а изгибающіе моменты возрастаютъ. Не трудно однако видѣть, что измѣненія эти незначительны. И въ самомъ дѣлѣ, принявъ увеличеніе $\varkappa/\mu$ равнымъ 25%, найдемъ уменьшеніе опорнаго сопротивленія отъ изгиба поперечины (формула 30):

$$\Delta r_1 = \left(\frac{\varkappa/\mu+2}{3\varkappa/\mu+2} - \frac{1.25\,\varkappa/\mu+2}{3.75\,\varkappa/\mu+2}\right)P$$

При $\varkappa/\mu = 1/2$,

$$\frac{\Delta r_1}{r_1} = \frac{(0.7142 - 0.6782)}{0.7142} = 0.05.$$

Увеличеніе максимальнаго дѣйствующаго момента, обусловленное изгибомъ поперечины, будетъ (формула 37):

$$\Delta M = \left(\frac{10^{x}/_{\mu} + 7}{20^{x}/_{\mu} + 40} - \frac{8^{x}/_{\mu} + 7}{16^{x}/_{\mu} + 40} \right) P l_0$$

при $^{x}/_{\mu} = 1$;

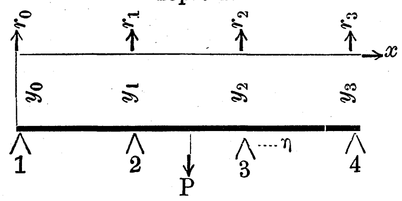
$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{0._{2833} - 0._{2678}}{0._{2678}} = 0._{057}.$$

Для большихъ значеній $^{x}/_{\mu}$, въ виду меньшихъ обратныхъ величинъ коэффиціента φ, величины $\frac{\Delta r_1}{r_1}$ и $\frac{\Delta M}{M}$ будутъ еще меньше. Поэтому, изгибъ поперечинъ, при длинѣ ихъ 266 сант. и поперечныхъ размѣрахъ, принятыхъ на русскихъ дорогахъ, обусловливаетъ наибольшее уменьшеніе максимальнаго опорнаго сопротивленія и увеличеніе наибольшаго изгибающаго момента, равныя приблизительно $5^0/_0$.

5. Вліяніе несовершенной подбивки поперечины на увеличеніе дѣйствующихъ моментовъ.

Вышеприведенныя значенія для опорныхъ сопротивленій и дѣйствующихъ моментовъ имѣютъ мѣсто лишь при идеальномъ состояніи пути; въ дѣйствительности же путь представляетъ значительныя отклоненія отъ идеальнаго состоянія: вслѣдствіе несовершенно одинаковой подбивки поперечинъ, а также вслѣдствіе неоднородности балласта, на пути не рѣдко образуются такъ называемые потайные толчки, заключающіеся въ томъ, что между постелью шпалы и поверхностью балласта получается болѣе или менѣе значительный зазоръ. Постараемся опредѣлить вліяніе этого зазора на увеличеніе дѣйствующихъ моментовъ. Если имѣется зазоръ η на одной изъ среднихъ опоръ рельса, лежащаго на четырехъ поперечинахъ и нагруженнаго по срединѣ грузомъ P (черт. 14):

Черт. 14.



то, примѣняя къ каждой парѣ пролетовъ уравненія, аналогичныя выраженію (29), найдемъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-y_0-y_2)=4M_1+M_2+{}^3/_8\,Pl_0 \quad \text{. . . . . (41)}$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_2-y_1-y_3)=M_1+4M_2+{}^3/_8\,Pl_0 \quad \text{. . . . . (42)}$$

Если зазоръ η имѣетъ мѣсто, напр., подъ 3-й шпалою,

то
$$y_1-y_2=\varkappa(r_1-r_2)-\eta,$$
$$y_2-y_3==\varkappa(r_2-r_3)+\eta;$$
$$y_1-y_0=\varkappa(r_1-r_0).$$

Подставивъ эти значенія въ уравненія (41 и 42), замѣнивъ

$$M_1=r_0l_0, \text{ и } M_2=\left(2r_0+r_1-\frac{P}{2}\right)l_0$$

и принявъ во вниманіе, что $\frac{6EI_0}{l_0^3}\eta=\eta B$, гдѣ B сила, производящая единицу прогиба рельса, мы получимъ:

$$\varkappa/\mu\,(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1+\eta B-{}^1/_8P \quad \text{. . . . . (43)}$$

$$\varkappa/\mu\,(2r_2-r_1-r_3)=9r_0+4r_1-2\eta B-{}^{13}/_8P \quad \text{. . . . . . (44)}$$

Изъ условія $M_3=0$ находимъ:

$$r_2={}^3/_2\,P-3r_0-2r_1 \quad \text{. . . . . (45)}$$

и $r_3=P-r_0-r_1-r_2$; тогда:

$$2r_2 - r_1 - r_3 = \frac{7}{2}P - 8r_0 - 6r_1 \; . \; . \; . \; . \; (46)$$

Вставивъ вмѣсто (r_2) и ($2r_2 - r_1 - r_3$) въ уравненія (43 и 44) ихъ значенія изъ (45 и 46), найдемъ:

$$\varkappa/\mu\left(2r_0 + 4r_1 - \frac{12}{8}P\right) = 6r_0 + r_1 - {}^1/_8P + \eta B \; . \; . \; . \; . \; . \; (47)$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{28}{8}P - 8r_0 - 6r_1\right) = 9r_0 + r_1 - {}^{13}/_8P - 2\eta B. \; . \; . \; . \; . \; (48)$$

Послѣднія два уравненія можемъ разбить на двѣ слѣдующія системы уравненій.

Первая система уравненій:

$$\varkappa/\mu\,(2r_0' + 4r_1' - {}^{12}/_8\,P) = 6r_0' + r_1' - {}^1/_8\,P \text{ и}$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{28}{8}P - 8r_0' - 6r_1'\right) = 9r_0' + r_1' - {}^{13}/_8\,P$$

будучи рѣшенной относительно r_0' и r_1' дастъ:

$$r_0' = \frac{4\,\varkappa/\mu - 3}{16\,\varkappa/\mu + 40}P \text{ и } r_1' = \frac{4\varkappa/\mu + 23}{16\varkappa/\mu + 40}P,$$

т. е. дастъ для опорныхъ сопротивленій величины, какія получились бы при дѣйствіи силы P при отсутствіи какого либо зазора η, (сравни съ выраженіями 35 и 36).

Вторая система уравненій:

$$\varkappa/\mu\,(2r_0'' + 4r_1'') = 6r_0'' + r_1'' + \eta\,B \text{ и}$$

$$\varkappa/\mu\,(-8r_0'' - 6r_1'') = 9r_0'' + 4r_1'' - 2\eta\,B$$

дастъ для r_0'' и r_1'' слѣдующія величины:

$$r_0'' = \frac{-(6 - 2\varkappa/\mu)}{(6 - 2\varkappa/\mu)(4 + 6\varkappa/\mu) - (9 + 8\varkappa/\mu)(1 - 4\varkappa/\mu)}\eta B$$

$$r_1''=\frac{(21+4\varkappa/\mu)}{(6-2\varkappa/\mu)(4+6\varkappa/\mu)-(9+8\varkappa/\mu)(1-4\varkappa/\mu)}\eta B.$$

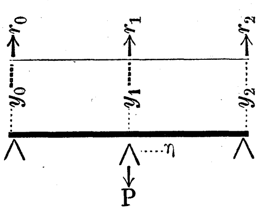
Величины r_0'' и r_1'' показываютъ измѣненіе опорныхъ давленій r_0' и r_1', обусловленное существованіемъ зазора η. Приращеніе момента будетъ равно:

$$\Delta M=\left(\,^3/_2\,r_0''+\frac{r_1''}{2}\right)l_0 \text{ или}$$

$$\Delta M=\frac{1.5+5\varkappa/\mu}{(6-2\varkappa/\mu)(4+6\varkappa/\mu)+(9+8\varkappa/\mu)(4\varkappa/\mu-1)}\eta B l_0$$

Точно такимъ же путемъ можемъ опредѣлить вліяніе зазора η на увеличеніе моментовъ въ томъ случаѣ, когда грузъ находится надъ опорою (черт. 15).

Черт. 15.



Тогда будемъ имѣть:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-2y_0)=4M_1=4r_0l_0,$$

или предполагая, что зазоръ находится подъ среднею поперечиною подставивъ вмѣсто:

$$y_1-y_0=\eta+\varkappa\,(r_1-r_0), \text{ и}$$

$$r_0=\frac{P-r_1}{2},$$

найдемъ:

$$\varkappa/\mu\times\,^3/_2\,r_1+r_1=\varkappa/\mu\,\frac{P}{2}+P-\eta B, \text{ откуда}$$

$$r_1=\frac{\varkappa/\mu+2}{3\varkappa/\mu+2}-\frac{2\eta B}{3\varkappa/\mu+2} \text{ и}$$

$$r_0=\frac{2\varkappa/\mu}{3\varkappa/\mu+2}+\frac{\eta B}{3\varkappa/\mu+2}.$$

Первые члены выраженій для r_1 и r_0 представляютъ значенія опорныхъ сопротивленій при условіи отсутствія зазора η, а вторые члены измѣненіе этихъ опорныхъ сопротивленій, обусловленное зазоромъ η. Приращеніе момента будетъ равно:

$$\triangle M = \triangle r_0 l_0 \text{ или}$$

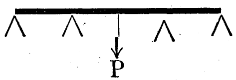
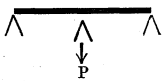
$$\triangle M = \frac{1}{3^{x}/_{\mu} + 2} \eta B l_0 \ldots \quad (52)$$

Въ таблицѣ IV вычислены приращенія моментовъ при разныхъ значеніяхъ $^{x}/_{\mu}$. Оказывается, что это приращеніе значительно больше въ случаѣ приложенія груза надъ шпалою, чѣмъ въ случаѣ приложенія его къ срединѣ пролета, и при извѣстной величинѣ η можетъ оказаться, что максимальный дѣйствующій моментъ будетъ для сѣченія надъ опорою. Если назовемъ моментъ въ точкѣ приложенія груза, совпадающей съ срединою пролета, чрезъ M_1, приращеніе его, обусловленное зазоромъ η, черезъ $\triangle M_1$, моментъ въ точкѣ приложенія груза, совпадающей съ опорою, чрезъ M_2, приращеніе, обусловленное зазоромъ, черезъ $\triangle M_2$, то для полученія максимальнаго момента надъ опорою необходимо, чтобы

$$\triangle M_2 - \triangle M_1 \geqq M_1 - M_2.$$

Въ той же таблицѣ показаны величины η, удовлетворяющія послѣднему условію, при разныхъ значеніяхъ $^{x}/_{\mu}$ и при разныхъ величинахъ силы B. Такъ какъ величина η зазора между шпалами и балластомъ, полученная непосредственнымъ измѣреніемъ, можетъ дистигать величины $3._5$ *mm* и даже нѣсколько большей, то послѣдняя строка для η въ таблицѣ V показываетъ, что при $^{x}/_{\mu} \leqq 2$, т. е. при нормальныхъ условіяхъ работы 20 и 24 фунтовыхъ рельсовъ, возможны наибольшіе моменты, изгибающіе рельсъ не посрединѣ пролета, а надъ опорою.

Таблица V.

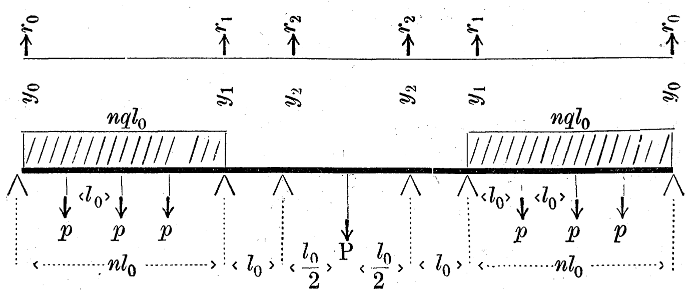
$\varkappa/\mu=$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
 $\Delta M_1=$	$0{.}0714\,\eta B l_0$	$0{.}0625\,\eta B l_0$	$0{.}0555\,\eta B l_0$	$0{.}0500\,\eta B l_0$	$0{.}0458\,\eta B l_0$
 $\Delta M_2=$	$0{.}2000\,\eta B l_0$	$0{.}1538\,\eta B l_0$	$0{.}1250\,\eta B l_0$	$0{.}1053\,\eta B l_0$	$0{.}0909\,\eta B l_0$
$\frac{\Delta M_2-\Delta M_1}{M_1-M_2}=1$	$\frac{0{.}1286\,\eta B}{0{.}0678\,P}=1$	$\frac{0{.}0913\,\eta B}{0{.}0660\,P}=1$	$\frac{0{.}0695\,\eta B}{0{.}0694\,P}=1$	$\frac{0{.}0553\,\eta B}{0{.}0743\,P}=1$	$\frac{0{.}0551\,\eta B}{0{.}0796\,P}=1$
η при $B=2P$	$\eta=2{.}6$ mm	—	—	—	—
η „ $B=2{.}7P$	$\eta=1{.}9$ mm	$2{.}7$ mm	$3{.}7$ mm	$5{.}0$ mm	$5{.}4$ mm
η „ $B=3{.}3P$	$\eta=1{.}6$ mm	$2{.}2$ mm	$3{.}0$ mm	$4{.}1$ mm	$4{.}4$ mm

Кромѣ того, изъ той же таблицы видно, что зазоръ η, при которомъ получается наибольшій моментъ надъ опорою, долженъ быть тѣмъ меньше, чѣмъ меньше $\varkappa/\mu = B/D$. Это показываетъ, что при одной и той же величинѣ потайнаго толчка, обусловленнаго несовершенною подбивкою шпалы, вѣроятность полученія максимальнаго момента надъ опорою тѣмъ больше, чѣмъ легче рельсъ и лучше балластъ.

6. Вліяніе вѣса верхняго строенія на уменьшеніе дѣйствующихъ моментовъ.

При разсмотрѣніи случая нагрузки рельса на шести опорахъ мы получили для крайнихъ опорныхъ сопротивленій отрицательныя значенія, показывающія, что поперечины за предѣлами трехъ среднихъ пролетовъ стремятся подняться. Этому поднятію будетъ оказано сопротивленіе вѣсомъ поперечинъ и вѣсомъ рельса за предѣлами четырехъ среднихъ опоръ (понижающихся). Какъ ни малъ этотъ вѣсъ по сравненію съ вѣсомъ груза, передаваемаго колесомъ подвижнаго состава, тѣмъ не менѣе онъ, будучи приложенъ на большомъ разстояніи отъ точки приложенія силы P, можетъ вызвать въ этой точкѣ значительный моментъ. Моменты опорныхъ сопротивленій и моментъ вѣса верхняго строенія имѣютъ знаки противоположные, а потому послѣдній повліяетъ на уменьшеніе максимальнаго момента въ точкѣ приложенія груза P. Отсюда слѣдуетъ, что для опредѣленія величины максимальнаго момента, обусловленнаго дѣйствіемъ не только груза P, но и вѣса верхняго строенія, требуется разсмотрѣть случай изгиба рельса, лежащаго на шести опорахъ и нагруженнаго въ крайнихъ пролетахъ nl_0 системою $n-1$ грузовъ p, равноудаленныхъ другъ отъ друга, представляющихъ собою вѣсъ поперечинъ и равномѣрно распредѣленною нагрузкою nql_0, т. е., вѣсомъ рельса; нагрузка P приложена къ рединѣ трехъ среднихъ пролетовъ l_0. Число n должно быть опредѣлено такъ, чтобы крайнія опорныя сопротивленія были или нули, или положительныя величины; при этомъ съ уменьшеніемъ n на единицу, крайнія опорныя сопротивленія должны получать отрицательныя значенія, такъ какъ только при послѣднемъ условіи вѣсъ всѣхъ $n-1$ промежуточныхъ поперечинъ можетъ быть принятъ въ разсчетъ. На основаніи уравненія 28 можемъ написать для первой пары пролетовъ (черт. 16):

Черт. 16.



$$\frac{6EI_0}{l_0^2}\left(\frac{y_1-y_0}{n}+y_1-y_2\right)=2M_1(n+1)+M_2+$$

$$+\sum_{a_0=l_0}^{a_0=(n-1)l_0}\frac{pa_0(n^2l_0^2-a_0^2)}{nl_0^2}+\frac{n^3ql_0^2}{4}\quad\ldots\ldots\ (53)$$

а на основанiи уравненiя 29 для слѣдующей пары пролетовъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_2-y_1)=M_1+5M_2+{}^3/_8 Pl_0\quad\ldots\ldots\ (54)$$

$$s=\sum_{a=l_0}^{a_0=(n-1)l_0}\frac{pa_0(n^2l_0-a_0^2)}{nl_0^2}=\frac{Pl_0}{nl_0^2}\,[n^2l_0^2-l_0^2)+$$

$$+2(n^2l_0^2-4l_0^2)+3(n^2l_0^2-9_0l^2+\ldots..$$

$$\ldots\ldots+(n-1)(n^2l_0^2-(n-1)^2l_0^2]\quad\ldots\ldots\ (55)$$

можетъ быть представлена въ видѣ разности двухъ рядовъ, если сложимъ отдѣльно члены съ $+$ и члены со знакомъ —, а именно:

$$s=\sum_{a_0=l_0}^{a=(n-1)l_0}\frac{pa_0(n^2l_0^2-a_0^2)}{nl_0^2}=pnl_0(1+2+3+\ldots+(n-1))-$$

$$-\frac{pl_0}{n}(1+2^3+3^3+\ldots.(n-1)^3)$$

Просуммировавъ оба ряда, найдемъ:

$$s=\frac{pl_0n^2(n-1)}{2}-\frac{pl_0n(n-1)^2}{4}=\frac{n(n^2-1)}{4}pl_0 \quad . \ . \ . \ . \ (56)$$

$$M_1=r_0nl_0-\frac{pl_0(n-1)n+ql_0{}^2n^2}{2}$$

$$M_2=r_0(n+1)l_0+r_1l_0-\frac{pl_0(n-1)n+ql_0{}^2n^2}{2}-$$
$$-[pl_0(n-1)+ql_0{}^3n].$$

Если теперь въ уравненія 53 и 54 вставимъ вмѣсто M_1, M_2 и s ихъ величины, если затѣмъ обѣ части каждаго уравненія раздѣлимъ на l_0 и обозначимъ для сокращенія:

$$1/\mu=\frac{6EI_0}{l_0{}^3},\quad \delta P=\frac{n(n^2-1)p+n^3ql_0}{4},$$

$$\varepsilon P=\frac{p(n-1)n+ql_0n^2}{2},\quad \iota P=p(n-1)+ql_0n,\ \text{то,}$$

замѣнивъ y_1-y_0 и y_1-y_2 величинами $\varkappa(r_1-r_0)$ и $\varkappa(r_1-r_2)$, мы можемъ уравненія 53 и 54 представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$\varkappa/\mu[r_1-r_0+n(r_1-r_2)]=[2n^2(n+1)+n(n+1)]r_0+$$
$$+r_1n-n(2n+3)\varepsilon P-n\iota P+n\delta P \quad . \ . \ . \ . \ (57)$$

$$\varkappa/\mu(r_2-r_1)=r_0(n+5(n+1))+$$
$$+5r_1-6\varepsilon P-5\iota P+3/8\,P \quad . \ . \ . \ . \ . \ (58)$$

?

Если изъ уравненія:

$$r_0+r_1+r_2=\frac{P}{2}+p(n-1)+qnl_0 \quad . \ . \ . \ . \ (58a)$$

опредѣлимъ r_2 и вставимъ въ уравненія 57 и 58, то получимъ:

$$\varkappa/\mu\left[r_1(2n+1)+r_0(n-1)-\frac{nP}{2}-n\,\iota P\right]=$$

$$=r_0 n(n+1)(1+2n)+r_1 n-n(2n+3)\varepsilon P-$$

$$-n\iota P+n\delta P \; . \; . \; . \; . \; . \; (59)$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{P}{2}+\varepsilon P-r_0-2r_1\right)=(6n+5)r_0+$$

$$+5r_1-6\varepsilon P-5\iota P+{}^3/_8\,P \; . \; . \; . \; . \; . \; (60)$$

При извѣстныхъ значеніяхъ $\varkappa/\mu$, p и ql, можемъ опредѣлить неизвѣстныя r_0 и r_1, причемъ n должно быть такимъ, чтобы при n получались для r_0 положительныя величины, а при $n-1$ —отрицательныя. Непосредственными подстановками легко убѣдиться, что при $\varkappa/\mu={}^1/_2$, а также при $p=0._{0066}\,P$ и $ql_0=0._{0044}\,P$ (при значеніяхъ $\varkappa/\mu$ отъ 1 до 3), число $n=4$, а при остальныхъ значеніяхъ для $\varkappa/\mu$, p и ql_0 (см. таблицу VI) число $n=5$. Для значеній $\varkappa/\mu$ большихъ трехъ, т. е. когда $\varkappa/\mu$ равно 4, 5 и 6, т. е. когда $ql_0=0._8 ql_0$, число n тоже равно 5.

Если въ уравненія 59 и 60 вставить соотвѣтствующія значенія для n, $\varkappa/\mu$, p и ql_0, то рѣшивъ ихъ найдемъ r_0 и r_1, а изъ 58a и неизвѣстную r_2. Зная r_0, r_1 и r_2 найдемъ max M:

$$\max M=[(n+1._5)r_0+1._5 r_1+0._5 r_2]l_0-(\varepsilon P-1._5\,\iota P)\,l_0$$

значенія δP, εP и ιP для разныхъ значеній n, p и ql_0 представлены въ таблицѣ VI.

Вычисленные такимъ образомъ максимальные моменты при одномъ и томъ же $\varkappa/\mu$ будутъ имѣть почти одинаковыя значенія для разныхъ p и ql_0. Такъ напр. при $\varkappa/\mu={}^1/_2$:

$$\max M=0._{2276}\,Pl_0,\quad 0._{2273}\,Pl_0,\quad \text{при}\ \varkappa/\mu=1$$

$$\max M=0._{2579},\quad 0._{2570},\quad 0._{2574},\quad 0._{2561}\ \text{и т. д.}$$

Табица VI.

n	I $p=0.36\%$ P $ql_0=0.28\%$ P	II $p=0.44\%$ P $ql_0=0.36\%$ P	III $p=0.52\%$ P $ql_0=0.36\%$ P	IV $p=0.66\%$ P $ql_0=0.44\%$ P	V $p=0.52\%$ P $ql_0=0.26\%$ P	VI $p=0.66\%$ P $ql_0=0.35\%$ P
			$\delta P=\dfrac{n(n^2-1)p+n^3ql_0}{4}=$			
5	0.1955 P	0.2445 P	0.2685 P	0.3355 P	0.2460 P	0.3080 P
4	0.0988 P	0.1236 P	0.1356 P	0.1694 P	0.1241 P	0.1553 P
3	0.0405 P	0.0507 P	0.0555 P	0.0693 P	0.0506 P	0.0634 P
			$\varepsilon P=\dfrac{n(n-1)p}{2}+\dfrac{n^2ql_0}{2}=$			
5	0.0710 P	0.0890 P	0.0970 P	0.1210 P	0.0880 P	0.1100 P
4	0.0440 P	0.0552 P	0.0600 P	0.0748 P	0.0542 P	0.0678 P
3	0.0234 P	0.0294 P	0.0318 P	0.0396 P	0.0286 P	0.0356 P
			$\iota P=(n-1)p+nql_0.$			
5	0.0284 P	0.0356 P	0.0188 P	0.0484 P	0.0352 P	0.0440 P
4	0.0220 P	0.0276 P	0.0300 P	0.0374 P	0.0271 P	0.0339 P
3	0.0156 P	0.0196 P	0.0212 P	0.0264 P	0.0190 P	0.0238 P

Взявъ среднія изъ этихъ величинъ для каждаго $^{\varkappa}/_{\mu}$ и сравнивъ ихъ съ соотвѣтствующими значеніями максимальныхъ моментовъ, выведенныхъ при игнорированіи вѣса верхняго строенія, находимъ, что первыя меньше вторыхъ и это уменьшеніе тѣмъ больше, чѣмъ $^{\varkappa}/_{\mu}$ больше (при измѣненіи $^{\varkappa}/_{\mu}$ отъ $^{3}/_{4}$ и выше). Кромѣ того оказывается, что при $^{\varkappa}/_{\mu}$ меньшемъ $^{3}/_{4}$, величина момента зависитъ отъ $^{\varkappa}/_{\mu}$, тогда какъ по формулѣ Циммерманна, какъ это раньше было объяснено, эта величина являлась независимою отъ $^{\varkappa}/_{\mu}$ (при $^{\varkappa}/_{\mu} < {}^{3}/_{4}$) и была равною $0{\cdot}_{25}\,\mathrm{P}l_0$.

Таблица VII.

$^{\mathrm{B}}/_{\mathrm{D}} = {}^{\varkappa}/_{\mu}$	$^{1}/_{2}$	1	2	3	4	5
max M	$0{\cdot}_{2500}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{2675}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3194}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3523}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3750}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{4044}\,\mathrm{P}l_0$
max M′	$0{\cdot}_{2275}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{2571}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{2915}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3100}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3242}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{3432}\,\mathrm{P}l_0$
Δ M	$0{\cdot}_{0225}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{0104}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{0279}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{0423}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{0508}\,\mathrm{P}l_0$	$0{\cdot}_{0612}\,\mathrm{P}l_0$
$\frac{\Delta M \times 100}{M}$	9%	4%	$8{\cdot}_{1}$%	12%	$13{\cdot}_{5}$%	15%

Изъ таблицы VII видно, что вѣсъ верхняго строенія уменьшаетъ статическіе дѣйствующіе моменты отъ 4% до 15%. Эти числа нѣсколько отличаются отъ выведенныхъ нами въ статьѣ „О вліяніи подвижной нагрузки на службу рельсовъ“, (см. „Инженеръ“, 1894), вслѣдствіе того, что въ послѣдней статьѣ въ видахъ упрощенія вычисленій, r_0 было приравнено нулю и число n уменьшено противу разсчетнаго на единицу. Кромѣ того, для отношеній $^{\varkappa}/_{\mu} < {}^{3}/_{4}$ max M′ въ означенной статьѣ сравнены съ величинами max M, вычисленными по формулѣ Циммерманна:

$$\max \mathrm{M} = \frac{8\,^{\varkappa}/_{\mu} + 7}{16\,^{\varkappa}/_{\mu} + 40}\,\mathrm{P}l_0,$$

тогда какъ max M′ должно быть сравнено съ постоянною величиною $\max \mathrm{M} = 0{\cdot}_{25}\,\mathrm{P}l_0$ относительно $^{\varkappa}/_{\mu}$. Совершенно аналогичнымъ путемъ можно было бы показать вліяніе вѣса верхняго строенія на уменьшеніе максимальнаго опорнаго сопротивленія, опредѣленнаго по формулѣ Шведлера:

$$\max r = \frac{\varkappa/\mu + 2}{3\varkappa/\mu + 2} P,$$

но исчисленное такимъ образомъ уменьшеніе опорнаго сопротивленія имѣетъ лишь теоретическое значеніе. Въ слѣдующей статьѣ о вліяніи системы сосредоточенныхъ грузовъ будетъ показано, что существуетъ распредѣленіе нагрузокъ, дающихъ для опорныхъ сопротивленій бо́льшія величины, сравнительно съ величинами, найденными не только по формулѣ Шведлера, но и по формулѣ Гоффмана:

$$\max r = \frac{4\varkappa/\mu + 1}{8\varkappa/\mu + 1} P \; *).$$

7. Вліяніе статическаго дѣйствія системы грузовъ на максимальные моменты и опорныя сопротивленія.

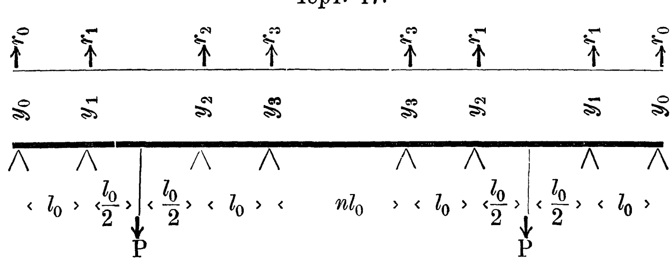
a) Вліяніе системы грузовъ на максимальные моменты.

Аналогично дѣйствію вѣса верхняго строенія будетъ и вліяніе всякаго груза, приложеннаго за предѣлами трехъ пролетовъ, т. е., въ случаѣ дѣйствія груза P на трехпролетный рельсъ со свѣшивающимися концами, всякій другой грузъ Q приложенный внѣ этихъ трехъ пролетовъ, даетъ приращеніе момента ΔM для точки приложенія перваго груза P, уменьшающій моментъ M, исчисленный въ предположеніи дѣйствія только одного груза P; при этомъ вліяніе груза Q будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ

*) См. Zimmermann die Berechnung des Eisenbahn—Oberbaues s. 3 und 203.

меньше разстояніе между точками приложеній обоихъ грузовъ. И въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ семипролетный рельсъ съ шестью равными пролетами l_0 и среднимъ nl_0, съ симетричнымъ расположеніемъ грузовъ въ каждой системѣ трехъ крайнихъ пролетовъ. Тогда для каждой пары смежныхъ пролетовъ можно написать уравненіе аналогичное уравненію 28. Въ виду симметріи расположенія нагрузки такихъ уравненій будетъ три (черт. 17):

Черт. 17.



$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1-y_0-y_2)=4M_1+M_2+{}^3/_8\,Pl_0.$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_2-y_1-y_3)=M_1+4M_2+M_3+{}^3/_8\,Pl_0.$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_3-y_2)=M_2+2(1+n)M_3+nM_3=M_2+(3n+2)M_3.$$

Подставивъ вмѣсто M_1, M_2, M_3 и r_3 ихъ величины:

$$M_1=r_0l_0,\quad M_2=\left(2r_0+r_1-\frac{P}{2}\right)l_0,$$

$$M_3=(3r_0=2r_1+r_1-{}^3/_2\,P)l_0,\quad r_3=P-r_0-r_1-r_2,$$

и обозначивъ $\frac{6EI_0}{l_0^3}$ чрезъ $^1/_\mu$, а $(y_1-y_0)=\varkappa(r_1-r_0)$ и т. д.

найдемъ:

$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-1/_8\,\mathrm{P}\ \ldots\ldots \quad (61)$$

$$\varkappa/\mu(3r_2+r_0-8/_8\,\mathrm{P})=12r_0+6r_1+r_2-\frac{25}{8}\mathrm{P}\ \ldots\ldots \quad (62)$$

$$\varkappa/\mu(8/_8\mathrm{P}-r_0-r_1-2r_2)=(8+9n)r_0+(5+6n)r_1+$$
$$+(2+3n)r_2-\left(\frac{28+36n}{8}\right)\mathrm{P}\ \ldots\ldots \quad (63)$$

При любомъ значенія $\varkappa/\mu$, заключающемся въ предѣлахъ $3/_4$ и $8._{16}$, можно отыскать изъ этихъ уравненій величины r_0 и r_1 при всѣхъ значеніяхъ n, а затѣмъ и опредѣлить моменты по формулѣ

$$\max \mathrm{M}=\left(\frac{3r_0}{2}+\frac{r_1}{2}\right)l_0,$$

такъ напр. при $n=-1$, т. е. когда $r_3=0$, послѣднее уравненіе представится въ видѣ:

$$-\varkappa/\mu r_2=-r_0-r_1-r_2+\mathrm{P}.$$

Сложивъ его съ 62, и замѣнивъ въ (61 и 62) $r_2=\mathrm{P}-r_0-r_1$, найдемъ два уравненія:

$$\varkappa/\mu(3r_1-8/_8\mathrm{P})=6r_0+r_1\,1/_8\,\mathrm{P}.$$
$$\varkappa/\mu(8/_8\mathrm{P}-r_0-2r_1)=11r_0+5r_1-17/_8\mathrm{P}.$$

При $n=0$, т. е. когда $r_3=2(\mathrm{P}-r_0-r_1-r_2)$, уравненія представляется въ видѣ:

$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-1/_8\mathrm{P}.$$

$$\varkappa/\mu(2r_0+r_1+4r_2-\frac{16}{8}\mathrm{P})=12r_0+6r_1+r_2-\frac{25}{8}\mathrm{P}.$$

$$\varkappa/\mu(16/_8\mathrm{P}-2r_0-2r_1-r_2)=8r_0+5r_1+2r_2-28/_8\,\mathrm{P}.$$

При $n=1$:

$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^1/_8\mathrm{P}.$

$^{\varkappa}/_{\mu}(3r_2+r_0-{}^8/_8\mathrm{P})=12r_0+6r_1+r_2-{}^{25}/_8\mathrm{P}.$

$^{\varkappa}/_{\mu}({}^8/_8\mathrm{P}-r_0-r_1-2r_2)=17r_0+11r_1+5r_2-{}^{64}/_8\,\mathrm{P},$

и т. д.

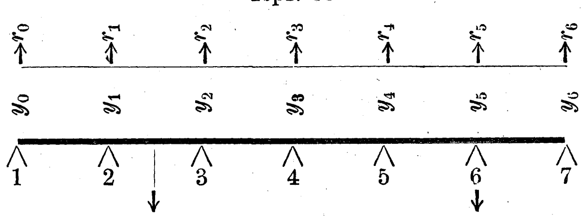
Въ таблицѣ VIII вычислены значенія max M при значеніяхъ для $^{\varkappa}/_{\mu}=1$ и $^{\varkappa}/_{\mu}=2$ и при разныхъ значеніяхъ n отъ $n=-1$ до $n=3$.

Таблица VIII.

	$n=-1$	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
Разстояніе между грузами	$2l_0$	$3l_0$	$4l_0$	$5l_0$	$6l_0$
max M' ($\varkappa/\mu=1$). . . .	$0._{2246}\,Pl_0$	$0._{2525}\,Pl_0$	$0._{2628}\,Pt_0$	$0._{2641}\,Pl_0$	$0._{2653}\,Pl_0$
max M' ($\varkappa/\mu=2$). . . .	$0._{2536}\,Pl_0$	$0._{2818}\,Pl_0$	$0._{3010}\,Pl_0$	$0._{3072}\,Pl_0$	$0._{3103}\,Pl_0$

Сравнивъ эти значенія для max M' съ величинами для max M, полученными отъ одиночнаго груза (см. табл. II), мы видимъ, что первыя тѣмъ меньше вторыхъ, чѣмъ n меньше, т. е. чѣмъ ближе другъ къ другу точки приложенія грузовъ. Это положеніе остается въ силѣ и къ случаю несимметричнаго расположенія нагрузокъ; когда напр. одинъ грузъ находится надъ опорою въ разстояніи $3._5 l_0$ отъ другаго груза, то max M при $^{\varkappa}/_{\mu}=1$ должна быть нѣкоторая средняя величина между $0._{2410}Pl_0$ и $0._{2628}Pl_0$. И дѣйствительно, если составить для балки на семи опорахъ (черт. 18):

Черт. 18.



клапейроновскія уравненія (см. уравненіе 28) и если замѣнить въ этихъ уравненіяхъ моменты M и ординаты y

ихъ величинами, то, обозначивъ по прежнему $\frac{6EI_0}{l_0^3}$ чрезъ $\frac{1}{\mu}$, найдемъ пять уравненій:

$$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^1/_8P.$$
$$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_2-r_1-r_3)=12r_0+6r_1+r_2-{}^{25}/_8P.$$
$$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_3-r_2-r_4)=18r_0+12r_1+6r_2+r_3-{}^{72}/_8P.$$
$$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_4-r_3-r_5)=24r_0+18r_1+12r_2+6r_3+r_4-{}^{120}/_8P.$$
$$^{\varkappa}/_{\mu}(2r_5-r_4-r_6)=24r_0+19r_1+14r_2+9r_3+4r_4-{}^{132}/_8P.$$

Изъ этихъ пяти уравненій и изъ двухъ:

$$r_6={}^{16}/_8P-r_0-r_1-r_2-r_3-r_4-r_5 \text{ и}$$

$$M_7=6r_0+5r_1+4r_2+3r_3+2r_4-{}^{44}/_8P=0.$$

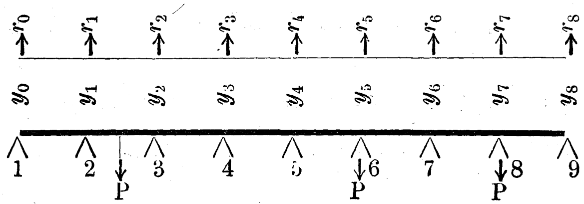
при любомъ значеніи отношенія $^{\varkappa}/_{\mu}={}^B/_D$, заключающемся въ предѣлахъ $^3/_4$ и $8._{16}$, можемъ опредѣлить величины r_0 и r_1.

При $^{\varkappa}/_{\mu}=1$, $r_0=0._{0212}P$, $r_1=0._{4556}P$
и $\max\limits_{L=3._5 l_0} M=({}^3/_2 r_0+{}^1/_2 r_1)l_0=0._{2591}Pl_0$
меньше $\max M_{L=4}$ и больше $\max M$ при $L=3l_0$.

Если кромѣ двухъ грузовъ, удаленныхъ другъ отъ друга на нѣкоторое разстояніе большее $4l_0$, дѣйствуетъ на рельсъ еще третій грузъ съ точкою приложенія, взятой гдѣ нибудь между точками приложенія грузовъ, но внѣ пролетовъ съ поло жительными опорными сопротивленіями, вызванными крайнимъ грузомъ, то на основаніи вышесказаннаго средній грузъ будетъ уменьшать моменты для сѣченія, взятыхъ въ точкахъ приложенія крайнихъ грузовъ, и это уменьшеніе будетъ значительнѣе для сѣченія болѣе близкаго къ среднему грузу. По этому, въ случаѣ несимметричнаго расположенія трехъ грузовъ максимальные моменты будутъ имѣть мѣсто при условіи возможно большаго разстоянія средняго груза отъ одного изъ крайнихъ.

Наибольшее разстояніе L_0 между осями паровозовъ не превосходитъ $3._5$ раза взятаго разстоянія между осями поперечинъ l_0, когда $l_0=80$ сант.; при этомъ разстояніе L, между другими осями (1-й и 2-й осью) не бываетъ меньше двойнаго разстоянія между поперечинами (см. альбомъ типовъ паровозовъ юго-западныхъ дорогъ, въ которомъ описано 36 типовъ 3-хъ осныхъ паровозовъ). Поэтому, согласно вышесказанному, для полученія наибольшаго момента рельсъ долженъ нагруженъ по схемѣ, представленной на черт. 19.

Черт. 19.



Составивъ для этой восьми пролетной балки клапейроновскія уравненія подобно тому, какъ это было сдѣлано нами для шестипролетной балки, найдемъ слѣдующія семь уравненій:

$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^1/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_2-r_1-r_3)=12r_0+6r_1+r_2-{}^{25}/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_3-r_2-r_4)=18r_0+12r_1+6r_2+r_3-{}^{72}/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_4-r_3-r_5)=24r_0+18r_1+12r_2+6r_3+r_4-{}^{120}/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_5-r_4-r_6)=30r_0+24r_1+18r_2+12r_3+6r_4+$$
$$+r_5-{}^{176}/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_6-r_5-r_7)=36r_0+30r_1+24r_2+18r_3+12r_4+6r_5+$$
$$+r_6-{}^{264}/_8P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_7-r_6-r_8)=34r_0+29r_1+24r_2+19r_3+14r_4+9r_5+$$
$$+4r_6-{}^{284}/_8P.$$

Изъ этихъ семи уравненій и двухъ слѣдующихъ:

$$r_7 = {}^{84}/_8 P - 8r_0 - 7r_1 - 6r_2 - 5r_3 - 4r_4 - 3r_5 - 2r_6 \text{ и}$$

$$r_8 = {}^{24}/_8 P - r_0 - r_1 - r_2 - r_3 - r_4 - r_5 - r_6 - r_7.$$

опредѣлимъ r_0 и r_1.

При $\varkappa/\mu = 1$, $r_0 = 0._{0213} P$ и $r_1 = 0._{4568} P$.
При $\varkappa/\mu = 2$, $r_0 = 0._{0666} P$ и $r_1 = 0._{3964} P$.

Тогда наибольшіе моменты будутъ:

при $\varkappa/\mu = 1$, $\max M = 0._{2604} Pl_0 < 0._{2675} Pl_0$ *) на 3%
при $\varkappa/\mu = 2$, $\max M = 0._{2981} Pl_0 < 0._{3194} Pl_0$*) на $6._5\%$,

т. е. максимальные статическіе моменты при самомъ невыгодномъ расположеніи нагрузокъ отъ трехоснаго паровоза будетъ меньше моментовъ, вызванныхъ одиночнымъ грузомъ на 3% при $\varkappa/\mu = B/D = 1$ и на $6._5\%$ при $\varkappa/\mu = B/D = 2$.

Понятно, что съ уменьшеніемъ разстоянія между осями паровозовъ, уменьшеніе дѣйствующихъ наибольшихъ моментовъ будетъ еще значительнѣе и мы моглибы опредѣлить ихъ значенія для любого L_0 способомъ описаннымъ выше, но въ виду слишкомъ большой сложности вычисленій при рѣшеніи многихъ уравненій, а также вслѣдствіе того обстоятельства, что полученныя значенія для максимальныхъ значеній моментовъ будутъ весьма мало отличаться отъ ихъ значеній, вычисленныхъ при условіи симметричнаго расположенія нагрузокъ, нами вычислены наибольшіе моменты при этомъ послѣднемъ условіи для значеній $\varkappa/\mu$, равныхъ $1/2$, 1 и 2.

---

*) Значенія $\max M$ при дѣйствіи одного сосредоточеннаго руза на трехпролетной балкѣ.

Таблица IX.

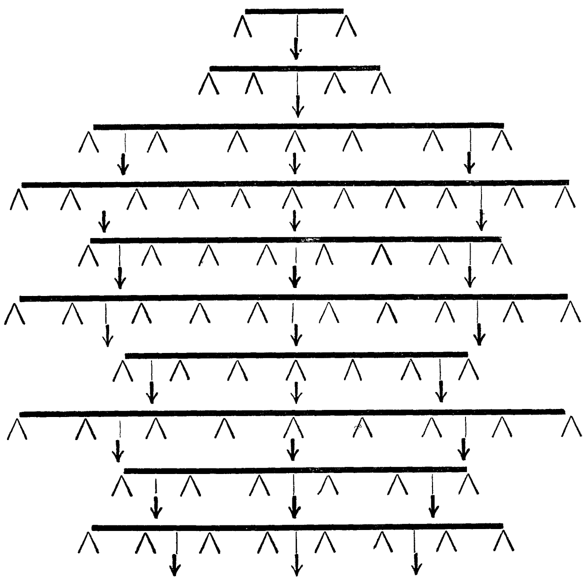


Схема расположенія нагрузокъ.	$\varkappa/\mu = B/D = 1/2$	$\varkappa/\mu = B/D = 1$	$\varkappa/\mu = B/D = 2$
	$0.25\,Pl_0$	—	—
	—	$0.2675\,Pl_0$	$0.3194\,Pl_0$
	$0.2365\,Pl_0$	—	—
	—	$0.2598\,Pl_0$	$0.2976\,Pl_0$
	$0.2364\,Pl_0$	—	—
	—	$0.2530\,Pl_0$	$0.2840\,Pl_0$
	$0.2296\,Pl_0$	—	—
	—	$0.2425\,Pl_0$	$0.2701\,Pl_0$
	$0.2158\,Pl_0$	—	—
	—	$0.2267\,Pl_0$	$0.2509\,Pl_0$

Изъ таблицы IX видно, что съ уменьшеніемъ разстоянія между паровозными осями величина максимальнаго момента быстро уменьшается, такъ что уменьшеніе это при $L=2l_0$ достигаетъ 14% при ${}^{x}/_{\mu}=1$ и $21._5\%$ при ${}^{x}/_{\mu}=2$.

б) Вліяніе системы грузовъ на опорныя сопротивленія.

Совершенно обратное дѣйствіе оказываетъ уменьшеніе разстояній между паровозными осями на опорныя сопротивленія. Въ таблицѣ X вычислены максимальныя опорныя сопротивленія при равномъ разстояніи между осями L_0 и кратномъ отъ половины разстоянія между поперечинами.

Оказывается, что съ уменьшеніемъ L_0 максимальныя опорныя сопротивленія сначала уменьшаются до нѣкотораго предѣла, а затѣмъ увеличиваются. При $L_0=2$ и $L_0=1._5 l_0$ опорныя сопротивленія значительно больше вычисленныхъ какъ по формулѣ Шведлера

$$\max r=\frac{{}^{x}/_{\mu}+2}{3\,{}^{x}/_{\mu}+1}$$

(см. 1 строку таблицы X), такъ и по формулѣ Гофмана

$$\max r=\frac{4\,{}^{x}/_{\mu}+1}{8\,{}^{x}/_{\mu}+1}\,P$$

и равныхъ $0._{6000}P$ (при ${}^{x}/_{\mu}={}^{1}/_{2}$), $0._{5555}P$ (при ${}^{x}/_{\mu}=1$) и $0._{5294}P$ (при ${}^{x}/_{\mu}=2$).

Трехосныхъ паровозовъ съ такимъ малымъ разстояніемъ между его осями, какъ $L=1._5 l_0$ не существуетъ, но въ четырехосныхъ паровозахъ разстояніе между ихъ осями немногимъ превосходитъ эту величину (такъ какъ въ нихъ $L_0=126._5-132._5$ сант.), а потому не безинтересно для нихъ опредѣлить максимальныя опорныя давленія. Составивъ для балки на 7 опорахъ (черт. 20) клапейроновскія

Таблица X.

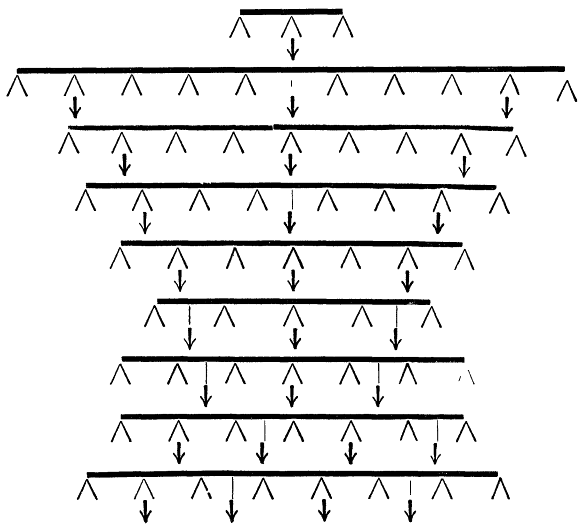
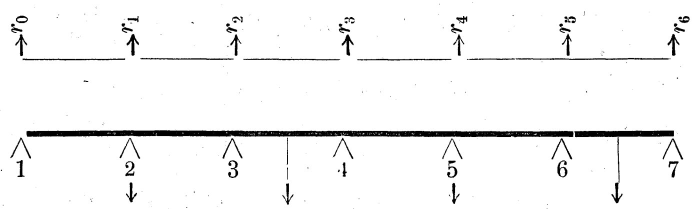


Схема расположенія нагрузокъ.	$^{x}/_{\mu}={}^{B}/_{D}={}^{1}/_{2}$	$^{x}/_{\mu}={}^{B}/_{D}=1$	$^{x}/_{\mu}={}^{B}/_{D}=2$
	$0.7143\,P$	$0.60\,P$	$0.50\,P$
	$0.6635\,P$	$0.5538\,P$	$0.603\,P$
	$0.654\,P$	$0.5497\,P$	$0.463\,P$
	$0.6427\,P$	$0.550\,P$	$0.493\,P$
	$0.6528\,P$	$0.5758\,P$	$0.5682\,P$
	$0.7478\,P$	$0.7500\,P$	—
	—	—	$0.7462\,P$
	$0.7214\,P$	$0.7185\,P$	—
	—	—	$0.7211\,P$

Черт. 20,



уравненія, подставивъ въ нихъ вмѣсто M и y ихъ значенія, и обозначивъ по предыдущему $\frac{6EI_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu}$, найдемъ слѣдующія пять уравненій, которыя будутъ справедливы только при $\varkappa/\mu=1/2$ и при $\varkappa/\text{и}=1$, такъ какъ принявъ 8 опоръ, получаемъ на восьмой опорѣ отрицательное сопротивленіе:

$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^{8}/_{8}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_2-r_1-r_3)=12r_0+6r_1+r_2-{}^{49}/_{8}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_3-r_2-r_4)=18r_0+12r_1+6r_2+r_3-{}^{121}/_{8}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_4-r_3-r_5)=24r_0+18r_1+12r_2+6r_3+r_4-{}^{224}/_{8}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_5-r_4-r_6)=24r_0+19r_1+14r_2+9r_3+4r_4-{}^{273}/_{8}P.$$

Эти пять уравненій совмѣстно съ двумя:

$$r_5=11P-6r_0-5r_1-4r_2-3r_3-2r_2 \text{ и}$$

$$r_6=4P-r_0-r_1-r_2-r_3-r_4-r_5$$

вполнѣ опредѣляютъ семь неизвѣстныхъ опорныхъ сопротивленій. Наибольшее изъ нихъ на пятой опорѣ $r_4=0._{7214}P$ (при $\varkappa/\mu=1/2$ и $r_4=0._{7185}P$ (при $\varkappa/\mu=1$).

Если $\varkappa/\mu=2$, то число опоръ надо взять восемь, такъ какъ тогда на восьмой опорѣ получается положительное опорное сопротивленіе. Первыя четыре уравненія будутъ идентичны съ выведенными для шестипролетной балки, а остальныя четыре будутъ другія:

$$\varkappa/\mu(2r_5-r_4-r_6)=$$
$$=30_0+24r_1+18r_2+12r_3+6r_4+r_5-{}^{361}/_8\,P.$$

$$\varkappa/\mu(2r_6-r_5-r_7)=$$
$$=29r_0+24r_1+19r_2+14r_3+9r_4+4r_5-{}^{409}/_8\,P.$$

$$r_6=15\,P-7r_0-6r_1-5r_2-4r_3\ -3r_4-2r_5$$

$$r_7=4Pr_0-r_1-r_2-r_3--r_4-r_5-r_6.$$

Рѣшивъ эти уравненія относительно r найдемъ наибольшее значеніе для $r_4=0._{7211}$ P (при $\varkappa/\mu=2$).

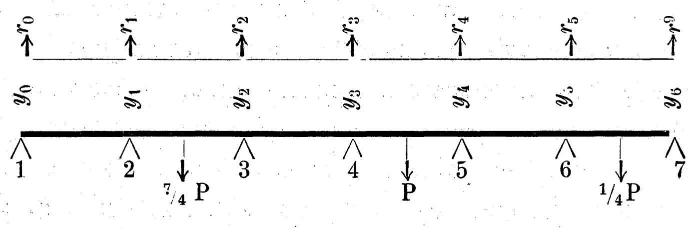
Такимъ образомъ оказывается, что при нагрузкѣ четырехоснымъ паровозомъ (при $L_0=1._5l_0$) получаются максимальныя опорныя сопротивленія больше исчисленныхъ по формулѣ Шведлера на $1._5\%$ (при $\varkappa/\mu={}^1/_2$) и на $19._7\%$ (при $\varkappa/\mu=1$) и противъ исчисленныхъ по формулѣ Гофманна на 39% (при $\varkappa/\mu=2$). Кромѣ того оказывается, что съ измѣненіемъ $\varkappa/\mu$ отъ ${}^1/_2$ до 2 величина максимальнаго давленія рельса на поперечину почти не измѣняется. Это замѣчаніе весьма важно, такъ какъ изъ него вытекаетъ выводъ, имѣющій весьма существенное значеніе въ вопросѣ объ увеличеніи вѣса рельса, а именно: если съ измѣненіемъ $\varkappa/\mu$, или что все равно съ измѣненіемъ B/D, максимальныя опорныя сопротивленія не измѣняются, то это значитъ, что съ увеличеніемъ вѣса рельса (момента инерціи его) нельзя ожидать уменьшенія опорныхъ давленій рельса на поперечины и потому на участкахъ пути съ плохимъ балластомъ, на которыхъ подбивка пути разстраивается отъ прохода четырехосныхъ паровозовъ, увеличеніе вѣса рельса не будетъ мѣрою раціональною, если ею предполагается ослабить вліяніе плохаго балласта. Для такихъ участковъ и паровозовъ слѣдуетъ увеличивать прочность пути другими мѣрами, а именно: уменьшеніемъ разстоянія между поперечинами и увеличеніемъ нижней постели шпалъ. Изъ этихъ двухъ мѣръ надо отдать предпочтеніе первой, такъ какъ съ уменьшеніемъ пролета не только уменьшатся максимальныя опорныя сопротивленія, но и напряженія матеріала при изгибѣ рельсовъ.

8. Динамическое вліяніе системы грузовъ на максимальные изгибающіе моменты.

До сихъ поръ мы имѣли въ виду только статическое дѣйствіе грузовъ и предполагали, что они равны другъ другу. При движеніи паровозовъ даже съ одинаковыми нагрузками на оси, давленія, передаваемыя колесами на рельсы, не будутъ постоянны а будутъ измѣняться, во первыхъ, отъ вращенія корпуса паровоза вокругъ оси, проходящей чрезъ его центръ тяжести и обусловливаемаго конструктивными особенностями механизма; результатомъ этого вращенія, измѣряемаго качаніемъ рессоръ, будетъ увеличеніе давленія на одни колеса и уменьшеніе его на другія; во вторыхъ, эти давленія будутъ измѣняться на величину вертикальной слагающей центробѣжной силы отъ вращенія противовѣсовъ, и неуравновѣшенной такою же силою отъ вращенія другихъ частей паровоза. Отъ вращенія противовѣсовъ получатся новыя силы, приложенныя и одинаково направленныя во всѣхъ спаренныхъ колесахъ. Очевидно, что при условіи спаренности всѣхъ осей въ паровозѣ и при направленіи вертикальной слагающей внизъ, каждое колесо получитъ избытокъ давленія равный величинѣ этой слагающей, и если это увеличеніе равно 50% отъ статическаго давленія на колесо, то и максимальный моментъ, исчисленный при соотвѣтствующемъ расположеніи нагрузки, долженъ увеличиться вслѣдствіе вращенія противовѣсовъ тоже на 50%, или, иначе говоря, существуетъ полная пропорціональность между увеличеніемъ давленія отъ вращенія противовѣсовъ при условіи спаренности всѣхъ осей и увеличеніемъ максимальныхъ моментовъ.

Что касается увеличенія давленія, вызываннаго вращеніемъ корпуса паровоза, то полной пропорціональности между увеличеніемъ давленія и увеличеніемъ момента, вообще говоря, не существуетъ. И въ самомъ дѣлѣ, если увеличеніе давленія на крайнюю ось произошло отъ такъ называемой скачки паровоза, происшедшей отъ вращенія вокругъ горизонтальной поперечной оси, проходящей чрезъ центръ тяжести корпуса паровоза, и если это увеличеніе равно $75^0/_0$, то, предположивъ совпаденіе средней оси паровоза съ плоскостью, проходящей чрезъ центръ тяжести его корпуса, давленіе на другую крайнюю ось будетъ уменьшено почти на такую же величину, а средняя ось не получитъ никакого приращенія давленія. Зная давленія на колеса, можно, составивъ клапейроновскія уравненія, опредѣлить давленія на опоры и максимальные моменты, но здѣсь надо имѣть въ виду, что скачка и вообще игра паровоза тѣмъ значительнѣе, чѣмъ короче база его, поэтому для нахожденія наибольшихъ моментовъ слѣдуетъ принять нагрузку рельса трехоснымъ паровозомъ съ возможно малымъ разстояніемъ между его осями, т. е. при $L_0 = 2l_0$. Тогда составивъ клапейроновскія уравненія аналогично тому, какъ это было сдѣлано для шестипролетной балки (см. стр. 59), найдемъ пять уравненій (черт. 21):

Черт. 21.



$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^7/_{32}\,\mathrm{P}.$$
$$\varkappa/\mu(2r_2-r_1-r_3)=12r_0+6r_1+r_2-{}^{175}/_{32}\,\mathrm{P}.$$
$$\varkappa/\mu(2r_3-r_2-r_4)=18r_0+12r_1+6r_2+r_3-{}^{508}/_{32}\mathrm{P}.$$
$$\varkappa/\mu(2r_4-r_3-r_5)=24r_0+18r_1+12r_2+6r_3+r_4-{}^{940}/_{32}\,\mathrm{P}.$$
$$\varkappa/\mu(2r_5-r_4-r_6)=24r_0+19r_1+14r_2+9r_3+4r_4-{}^{1129}/_{32}\mathrm{P}.$$

Кромѣ этихъ уравненій имѣемъ еще два:

$$r_5={}^{336}/_{32}\,\mathrm{P}-6r_0-5r_1-4r_2-3r_3-2r_4,$$

(изъ условія $\mathrm{M}_6=0$), и

$$r_6={}^{96}/_{32}\,\mathrm{P}-r_0-r_1-r_2-r_3-r_4-r_5,$$

(изъ условія Σ силъ $=0$).

Рѣшивъ эти уравненія находимъ, что при:

$$\varkappa/\mu=1,\quad r=0{.}_{017}\ \mathrm{P}\ \text{и}\ r_1=0{.}_{7922}\,\mathrm{P},$$

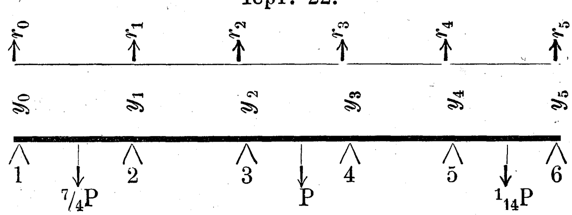
$$\max \mathrm{M}=0{.}_{4218}\,\mathrm{P}l_0.$$

при $\varkappa/\mu=2$, $r_0=0{.}_{0830}\,\mathrm{P}$, $r_1=0{.}_{7177}\,\mathrm{P}$,

а $\max \mathrm{M}=0{.}_{4784}\,\mathrm{P}l_0$.

При $\varkappa/\mu={}^1/_2$, и при расположеніи нагрузокъ, показанномъ на черт. 21, для r_0—получается отрицательная величина, а потому слѣдуетъ разсмотрѣть балку на 6 опорахъ. Уравненія для опредѣленія опорныхъ противодѣйствій будутъ тогда слѣдующія (черт. 22):

Черт. 22.



$$\varkappa/\mu(2r_1-r_0-r_2)=6r_0+r_1-{}^{175}/_{32}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_2-r_1-r_3)=12r_0+6r_1+r_2-{}^{508}/_{32}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_3-r_2-r_4)=18r_0+12r_1+6r_2-{}^{940}/_{32}P.$$
$$\varkappa/\mu(2r_4-r_3-r_5)=19r_0+14r_1+9r_2+4r_3-{}^{1129}/_{32}P.$$

$$r_4={}^{336}/_{32}P-5r_0-4r_1-3r_2-2r_3$$

$$r_5={}^{93}/_{32}P-r_0-r_1-r_2-r_3-r_4.$$

Рѣшивъ эти уравненія найдемъ при $\varkappa/\mu={}^1/_2$:

$$r_0=0{\cdot}_{7974}\,P;\ \text{и}\ \max M=0{\cdot}_{3987}\,Pl_0.$$

Если теперь къ найденнымъ величинамъ моментовъ присоединить приращенія ихъ отъ вращательнаго движенія противовѣсовъ, максимальныя значенія которыхъ равны половинѣ соотвѣтствующихъ статическихъ, моментовъ, то получимъ значенія максимальныхъ моментовъ, обусловленныя скачкою паровоза и движеніемъ противовѣсовъ:

$$\max M=0{\cdot}_{4218}+0{\cdot}_5+0{\cdot}_{2267})\,Pl_0=0{\cdot}_{5357}\,Pl_0\ \text{при}\ \varkappa/\mu=1.$$

$$\max M=(0{\cdot}_{4784}+0{\cdot}_5\times0{\cdot}_{2509}\,Pl_0=0{\cdot}_{6039}\,Pl_0\ \text{при}\ \varkappa/\mu=2.$$

$$\max M=(0{\cdot}_{3987}+0{\cdot}_5\times0{\cdot}_{2158}\,Pl_0=0{\cdot}_{5046}\,Pl_0\ \text{при}\ /\mu={}^1/_2.$$

Сравнивъ эти величины съ значеніями для статическихъ моментовъ, полученныхъ отъ нагрузки трехоснымъ паровозомъ при $L_0=2l_0$, найдемъ, что первыя больше вторыхъ, въ $2^1/_2$ раза; если же сравнить эти же динамическіе моменты со статическими, полученными отъ дѣйствія одного груза, то окажется, что они больше вторыхъ не въ $2^1/_4$ раза, а лишь всего вдвое. Отсюда слѣдуетъ, что приращеніе статическаго момента, разсчитаннаго по одиночному грузу отъ дѣйствія динамической нагрузки, не пропорціонально приращенію самой нагрузки, такъ что съ увеличеніемъ послѣдней въ *m* разъ, моменъ увеличится менѣе, чѣмъ въ *m* разъ.

Понятно, что отсутствіе этой пропорціональности будетъ имѣть мѣсто не только при приращеніи нагрузки, обусловленномъ скачкою паровоза, при вращеніи корпуса паровоза около поперечной горизонтальной оси, но и при увеличеніи нагрузки, вызванномъ боковою качкою паровоза, когда корпусъ его вращается около оси, проходящей чрезъ центръ тяжести корпуса и образующей уголъ съ продольною его осью. Хотя распредѣленіе давленій на колеса въ этомъ случаѣ будетъ отличаться отъ распредѣленія, вызваннаго скачкою паровоза, но и здѣсь наибольшая разница въ величинахъ давленій будетъ имѣть мѣсто на колесахъ крайнихъ осей; колеса средней оси, ближе расположенныя къ центру тяжести корпуса паровоза будутъ подвержены меньшимъ пертурбаціямъ. Если же всѣ три колеса получатъ не одинаковыя приращенія давленій, то увеличеніе моментовъ, какъ это мы видѣли, не пропорціонально приращенію самыхъ давленій. Въ одномъ лишь только случаѣ пропорціональность эта будетъ имѣть мѣсто, а именно, когда вслѣдствіе качанія корпуса паровоза вокругъ продольной горизонтальной оси, всѣ колеса по одну сторону его получатъ одинаковый избытокъ давленія, но, какъ показываютъ опытныя изслѣдованія, этотъ равномѣрно распредѣленный избытокъ давленія много меньше максимальныхъ его значеній, получающихся при неравномѣрной передачѣ давленія на колеса. Поэтому, при опредѣленіи максимальныхъ значеній динамическихъ моментовъ случай равномѣрнаго распредѣленія давленія отъ боковой качки паровоза не долженъ быть принимаемъ во вниманіе.

На основаніи опытныхъ изслѣдованій (Webera, Briere'a и др.), для максимальнаго значенія перегрузки колеса отъ колебательнаго движенія рессоръ должно принять ($0._{75}$ P) три четверти статической нагрузки; вертикальная слагающая центробѣжной силы отъ вращенія противовѣсовъ можетъ достигать величины равной половинѣ статической нагрузки. Такимъ образомъ динамическая нагрузка можетъ быть въ $2^1/_4$ раза больше статической; динамическіе моменты будутъ нѣсколько меньше статическихъ, взятыхъ $2^1/_4$ раза, и разсчитанныхъ по одиночному грузу.

Поэтому провѣрять прочность рельсовъ можно по статическому моменту отъ одиночнаго груза; но при такомъ разсчетѣ необходимо, чтобы полученныя напряженія были равны $^4/_9$ отъ предѣла упругости той стали, изъ которой рельсы изготовлены. Предѣлъ упругости для рельсовой стали почти равенъ $0._6$ временнаго сопротивленія при разрывѣ; временное же сопротивленіе хотя и задается техническими условіями на поставку рельсовъ, но величина его можетъ нѣсколько колебаться и въ ту и другую сторону, равно какъ и связанный съ нимъ предѣлъ упругости. Вотъ почему безопаснѣе принять для наибольшихъ напряженій, разсчитанныхъ по статическому моменту, около $0._4$ напряженій при предѣлѣ упругости или $^1/_4$ часть временнаго сопротивленія. До изданія новыхъ техническихъ условій на поставку рельсовъ, въ которыхъ для временнаго сопротивленія разрыву принято 65 кгр. на 1 кв. мм., всѣ рельсы, изготовленные въ Россіи на основаніи старыхъ техническихъ условій, прокатаны изъ мягкой стали съ временнымъ сопротивленіемъ 54—60 кгр. на 1 кв. мм., тогда какъ рельсы, заказанные въ Англіи, въ концѣ 70-хъ годовъ, изготовлены изъ твердой стали съ временнымъ сопротивленіемъ 80 кгр. на 1 кв. мм.

Исходя изъ цифръ для временныхъ сопротивленій, оказывается, что для прочнаго сопротивленія слѣдуетъ принять: для старыхъ русскихъ рельсовъ $13._{75}$ кгр. для новыхъ русскихъ $16._{25}$ кгр. и для англійскихъ 20 кгр.

Если вычислимъ численныя значенія для max M (см. табл. II) при разныхъ значеніяхъ для $^x/_\mu$ при $P=7500$ кгр.

и при $l_0 = 80$ сант. и раздѣлимъ ихъ на моменты сопротивленія поперечнаго сѣченія: рельса 20 фн. въ 1 пог. фт., равный 95 куб. сант. рельса $22^1/_2$ фн. въ 1 пог. фт., равный 118 куб. сант. и рельса $24^1/_2$ фн. въ 1 пог. фт., равный 140 куб. сант., то получимъ напряженія въ кгр. на кв. сант.

Таблица XI.

	$^3/_4$	1	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$
max M въ килограм. сант.	150000	160680	178140	191640	202500
Напряж. въ рельс. 20 фн.	$15._{79}$	$16._{91}$	—	—	—
„ „ $22^1/_2$ фн. въ 1 п. ф.	$12._{73}$	$13._{62}$	$15._{10}$	$16._{24}$	$17._{16}$
„ „ $24^1/_2$ фн. въ 1 п. ф.	—	$11._{47}$	$12._{72}$	$13._{69}$	$14._{47}$

Въ таблицѣ XI показаны напряженія въ этихъ рельсахъ въ кграм. на 1 кв. мм. Какъ видно, напряженія въ русскихъ рельсахъ $24^1/_2$ фн. въ 1 пог. фт. и англійскихъ вѣсомъ 20 фн. въ 1 фт. при какомъ бы ни было балластѣ ($^x/_\mu$) не достигаютъ напряженій при передѣлѣ упругости, а потому прочность пути, поскольку она зависитъ отъ напряженій въ рельсахъ при изгибѣ, представляется достаточно обезпечивающей безопасность движенія, Въ русскихъ рельсахъ 20 фн. и $22^1/_2$ фн. въ 1 пог. фт. при нѣкоторыхъ сортахъ балласта могутъ получаться напряженія большія предѣла упругости, а потому и прочность такихъ рельсовъ, изготовленныхъ согласно нынѣ дѣйствующимъ техническимъ условіямъ, представляется сомнитальчою.

Въ предыщемъ параграфѣ мы нашли, что при статической нагрузкѣ четырехосными паровозами при разстояніи между осями, равномъ полуторному растоянію между осями поперечинъ, наибольшія давленія на поперечину, получаются равными въ среднемъ $0._{72}$P. При движеніи этихъ паровозовъ, давленія на поперечины несомнѣнно должны возрости, какъ вслѣдствіе появленія новыхъ силъ отъ вращенія противовѣсовъ, такъ и вслѣдствіе неравномѣрнаго распредѣленія давленій на рессоры, обусловленнаго игрою паровоза. Къ сожалѣнію, это распредѣленіе недостаточно точно выяснено опытными и теоретическими изслѣдованіями, а потому при настоящемъ состояніи этого вопроса, представляется невозможнымъ точно опредѣлить разсчетомъ значенія опорныхъ давленій при динамическомъ дѣйствіи нагрузки. Имѣются лишь нѣкоторыя указанія на то, что максимальныя давленія на рельсы при динамической нагрузкѣ въ два съ лишнимъ раза больше, чѣмъ при статической.

Такъ опытами, произведенными въ механической лабораторіи Purdue University, въ Сѣверо-Американскихъ Соединенныхъ штатахъ, констатирована полная разгрузка колеса ведущей оси съ поднятіемъ послѣдняго на $^1/_8{}''$-$^1/_4{}''$; весьма вѣроятно поэтому и существованіе и перегрузки такой же величины, т. е. нѣсколько большей, чѣмъ давленіе на рельсъ при статическомъ грузѣ. Выше мы обратили вниманіе на то, что при статической нагрузкѣ четырехоснымъ паровозомъ, измѣненіе поперечнаго сѣченія рельса весьма ничтожно вліяетъ на величину опорныхъ давленій; это замѣчаніе остается справедливымъ и по отношенію къ перегрузкѣ колесъ, вызванной вращеніемъ противовѣсовъ. Что касается остальной части перегрузки, то измѣненіе поперечнаго сѣченія рельса окажетъ нѣкоторое вліяніе на измѣненіе величины опорныхъ сопротивленій, но это измѣненіе не можетъ быть особенно значительнымъ, такъ какъ перегрузка рессоръ отъ игры четырхоснаго паровоза составляетъ не больше четверти всей нагрузки, при условіи перегрузки колеса отъ вращенія противовѣса равной $0._5$ P. Поэтому, на основаніи всего вышесказаннаго можно принять, что максимальное динамическое давленіе будетъ мало измѣняться въ зависимости отъ профиля рельса и что его можно считать равнымъ двойному статическому, т. е. равнымъ $2 \times 0._{72}$ P.

Среднее давленіе на 1 кв. сант. балластнаго слоя, при длинѣ поперечины $2._{66}$ сант. и ширинѣ ея 21 сант. будетъ равно:

$$\frac{1._{44}\times 7500}{133\times 21}=3._{8}\text{ кгр. на 1 кв. сант., или}$$

свыше $1._5$ пуда на 1 кв. дюймъ. Столь значительное давленіе не можетъ быть выдерживаемо упругимъ образомъ всѣми сортами балласта, тѣмъ болѣе, что при изгибѣ поперечины максимальное давленіе на единицу поверхности будетъ еще больше.

Заканчивая изслѣдованіе вліянія внѣшнихъ силъ на промежуточные рельсовые пролеты, намъ кажется нелишнимъ результаты этихъ изслѣдованій написать отдѣльными положеніями.

1. Если исключить вліяніе вѣса верхняго строенія и вліяніе недостатковъ подбивки поперечинъ (потайныхъ толчковъ), то формула Циммермана:

$$\max M=\frac{8\gamma+7}{16\gamma+40}\,Pl_0$$

вѣрна для всѣхъ значеній $\gamma={}^{\varkappa}/_{\mu}={}^{B}/_{D}$ отъ $\gamma={}^{3}/_{4}$ до $\gamma=8._{16}$, гдѣ γ—отношеніе между силою B, производящею единицу прогиба рельса по срединѣ пролета, равнаго $2l_0$ и силою D, производящею единицу упругаго сжатія балласта площадью, равною половинѣ нижней поверхности поперечины. Эта формула даетъ только предѣльныя максимальныя значенія для моментовъ отъ статическаго дѣйствія системы грузовъ. Съ увеличеніемъ разстояніи между ними (осями паровоза) дѣйствительное значеніе для максимальнаго момента будетъ приближаться къ предѣльному, и при разстояніи между осями паровоза равномъ или большемъ 3 раза взятаго разстоянія между осями поперечинъ, дѣйствительное значеніе наибольшаго момента почти равно предѣльному, опредѣленному по формулѣ Циммерманна.

2. Вліяніе вѣса верхняго строенія выражается уменьшеніемъ дѣйствующихъ моментовъ въ тѣмъ большей степени, чѣмъ значительнѣе отношеніе $^B/_D$; такъ при $^B/_D=1$, уменьшеніе равно $4^0/_0$, а при $^B/_D=6$, оно равно $15^0/_0$. Съ другой стороны несовершенство подбивки или такъ называемые потайные толчки увеличиваютъ максимальные моменты, и при этомъ, чѣмъ меньше $^B/_D$ и чѣмъ больше величина зазора η между шпалою и балластомъ, тѣмъ увеличеніе момента будетъ значительнѣе въ процентномъ отношеніи; такъ напр. при $^B/_D=1$ и $\eta=2$ мм., увеличеніе момента равно $5^0/_0$, а при $^B/_D=3$ и $\eta=4$ мм., оно равно тоже $5^0/_0$ отъ значенія $\max M$. Для верхняго строенія, для котораго отношеніе $^B/_D$ заключается въ предѣлахъ отъ $^3/_4$ до 2, въ видахъ упрощенія разсчетовъ, можно вліяніемъ обоихъ факторовъ пренебречь; но при болѣе значительныхъ величинахъ для этого отношенія слѣдуетъ, пренебрегая вліяніемъ не совершенной подбивки, принять во вниманіе уменьшеніе дѣйствующаго момента, обусловленное вѣсомъ верхняго строенія.

3. При значеніяхъ $^B/_D$ меньшихъ $^3/_4$ при разсчетѣ наибольшихъ моментовъ не слѣдуетъ игнорировать дѣйствія вѣса верхняго строенія, такъ какъ оно уменьшаетъ моменты въ значительной степени; такъ напр. при $^B/_D=\,^1/_2$, уменьшеніе момента равно $9^0/_0$.

4. Ни формула Шведлера, ни формула Гоффманна не даютъ вѣрныхъ величинъ для максимальныхъ опорныхъ давленій, такъ какъ при $^B/_D>1._5$ отъ нагрузки трехоснымъ паровозамъ съ разстояніемъ L_0 между его осями, равномъ двойному разстоянію l_0 между поперечинами, и въ особенности при всѣхъ значеніяхъ $^B/_D$ отъ нагрузки четырехоснымъ паровозамъ, съ разстояніемъ между осями, равнымъ

полуторному разстоянію между осями поперечинъ, получаются опорныя давленія больше давленій, опредѣленныхъ по вышеназваннымъ формуламъ.

5. Отъ нагрузки четырхоснымъ паровозомъ, при $L_0 = 1._5 l_0$, максимальныя опорныя давленія почти не измѣняются въ зависимости отъ $^B/_D$ въ предѣлахъ для $^B/_D$ отъ $^B/_D = ^1/_2$ до $^B/_D = 2$, т. е. при одномъ и томъ же балластѣ и при однѣхъ и тѣхъ же шпалахъ (т. е. при D постоянной) максимальныя опорныя давленія не измѣняются и отъ величины силы B, (поскольку она не зависитъ отъ l_0) и равны постоянной величинѣ равной $0._{72}$ P, независимой отъ момента инерціи I_0 поперечнаго сѣченія рельса. Отсюда слѣдуетъ, что подъемная сила балластнаго слоя на участкахъ съ движеніемъ четырехосныхъ паровозовъ, при $L_0 = 1._5 l_0$, не можетъ быть увеличена болѣе тяжелымъ типомъ рельса.

6. Хотя распредѣленіе давленій на колеса паровоза при его движеніи не выяснено достаточно точно, но не подлежитъ сомнѣнію, что строгой пропорціональности между максимальными динамическими моментами и максимальными динамическими давленіями провести нельзя, и что при наибольшемъ увеличеніи статическаго давленія на рельсы отъ дѣйствія динамической нагрузки въ $2^1/_4$ раза, статическій моментъ, разсчитанный по одиночному грузу увеличится отъ динамическаго дѣйствія менѣе, чѣмъ въ $2^1/_4$ раза. А потому, строго говоря, и нельзя выражать соотношеній между динамическими и статическими моментами помощью коэффиціентовъ, выражающихъ увеличеніе динамическаго давленія противъ статическаго.

7. Прочность рельсовъ при изгибѣ можетъ быть провѣряема по статическому моменту отъ одиночнаго груза; но при этомъ напряженіе не должно превосходить $^1/_4$ временнаго сопротивленія. Провѣрка прочности рельсовъ вѣсомъ $24^1/_2$ фн. въ 1 пог. фт., показываетъ, что подъемная сила

такихъ рельсовъ вполнѣ обезпечиваетъ безопасность движенія при всѣхъ сортахъ балласта (D), при разстояніи между осями поперечинъ l_0=80 сант., при статической нагрузкѣ отъ колесъ паровоза P=7500 кгр., и при временномъ сопротивленіи рельсовой стали 65 кгр. на 1 кв. мм., обусловленномъ послѣдними техническими условіями на поставку рельсовъ.

8. Для того, чтобы увеличить подъемную силу балластнаго слоя на участкахъ, гдѣ обращаются четырехосные паровозы, слѣдуетъ предварительно уменьшить разстояніе между поперечинами до предѣла, опредѣляемаго возможностью подбивки, и лишь затѣмъ увеличивать вѣсъ рельса. Увеличеніе вѣса рельса само по себѣ не окажетъ существеннаго вліянія на измѣненіе максимальныхъ давленій на балластный слой и потому въ этомъ отношеніи было бы мѣрой малодѣйствительной.

ГЛАВА II.

Рельсовый стыкъ.

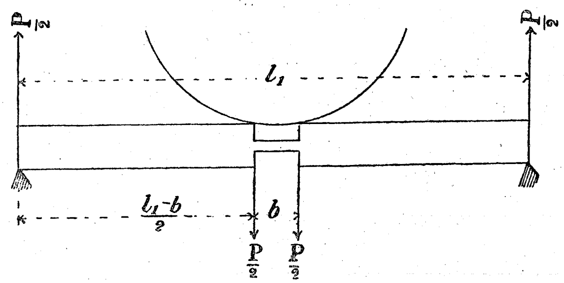
Изслѣдованіе вліянія внѣшнихъ силъ на накладки и рельсы въ стыковомъ пролетѣ.

Наше изслѣдованіе ограничено было до сихъ поръ разсмотрѣніемъ рельсовой балки постояннаго сѣченія. Въ дѣйствительности, рельсы чрезъ извѣстныя разстоянія соединены накладками, зажатыми въ видѣ клина между головкою и подошвою рельсовъ при помощи болтовъ. Такое клинообразное соединеніе рельсовъ и накладокъ близко подходитъ къ понятію о такъ называемой составной балкѣ, въ особенности, если части, входящія въ составъ этого соединенія, вполнѣ припассованы и сильно нажаты другъ къ другу. Принявъ соединеніе рельсовъ и накладокъ въ стыкѣ за составную балку, рельсы представятъ тогда брусъ перемѣннаго сѣченія, а изслѣдованіе напряженій въ разныхъ частяхъ стыка сведется къ опредѣленію опорныхъ противодѣйствій и моментовъ отъ дѣйствія грузовъ на неразрѣзную балку перемѣннаго сѣченія.

Для нахожденія опорныхъ противодѣйствій мы могли бы воспользоваться методомъ Клапейрона и опредѣлить ихъ изъ уравненія упругой линіи; но въ извѣстныхъ случаяхъ нагрузки, какъ напр., въ случаѣ балки симметричной, лежащей на 4 опорахъ съ нагрузкою, тожс симметрично расположенной въ отношеніи опоръ, опорныя сопротивленія опредѣляются проще, если примѣнить принципъ минимальной работы, заключающійся въ томъ, что въ данной системѣ, соотношеніе между силами должно быть таково, чтобы работа всѣхъ силъ была минимальная.

Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на то обстоятельство, что вслѣдствіе разрыва въ стыкѣ непрерывности рельса по высотѣ, максимальный моментъ въ пролетѣ получается при дѣйствіи силы P, приложенной не къ срединѣ стыка, а къ одному изъ концовъ рельса, такъ какъ въ первомъ случаѣ (черт. 23), максимальный моментъ (при

Черт. 23.



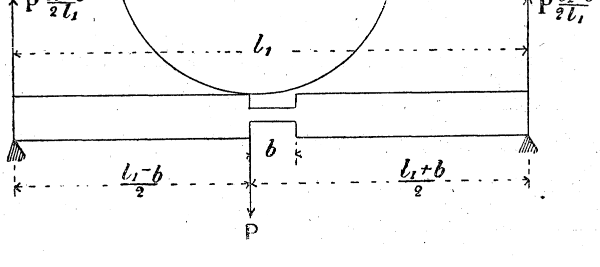
балкѣ свободно лежащей на 2-хъ опорахъ) равенъ:

$$\frac{P}{4}(l_1 - b),$$

а во второмъ (черт. 24) онъ равенъ:

$$\frac{P}{4}(l_1 - b)\frac{l_1 + b}{l_1}$$

Черт. 24.



и вторая величина больше первой въ $\left(1+\frac{b}{l_1}\right)$ разъ.

Съ другой стороны величина зазора b по сравненію съ величиною пролета l_1 мала, а именно, $b=$около $^2/_{100}\, l_0$, а потому и моменты, разсчитанные въ первомъ предположеніи, т. е., при симметричной нагрузкѣ, не многимъ будутъ отличаться отъ моментовъ силы, приложенной къ одному изъ концовъ рельса въ стыкѣ. Такъ какъ вмѣстѣ съ тѣмъ разсчетъ для перваго случая, вслѣдствіе симметріи, значительно упрощается, то этотъ случай нагрузки и будетъ нами разсмотрѣнъ для трехпролетной балки.

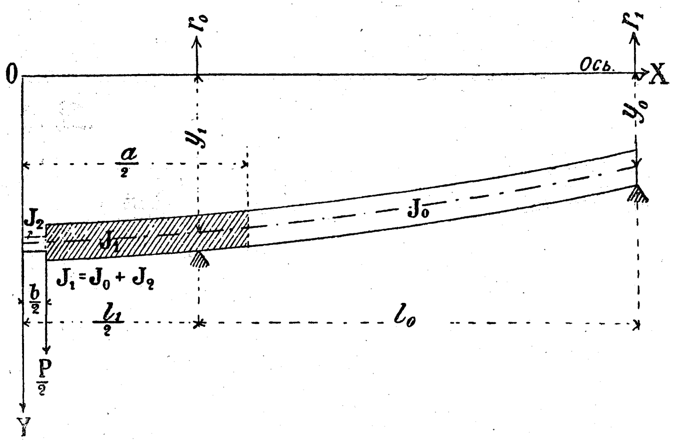
При стыкѣ на вѣсу, съ измѣненіемъ длины a накладки отъ $a<l_1$ до $a>l_1$, т. е. съ переходомъ границъ составнаго профиля рельсовой балки за предѣлы стыковаго пролета измѣняется и общій видъ формулъ для опорныхъ сопротивленій; а потому мы должны найти выраженія для опорныхъ сопротивленій, отдѣльно для случая длинныхъ и короткихъ накладокъ.

9. Случай длинныхъ накладокъ.

Если назовемъ моментъ инерціи сѣченія рельса относительно нейтральной оси чрезъ I_0, моментъ инерціи двухъ накладокъ чрезъ I_2 и предположимъ, что рельсъ и накладки спроектированы такъ, что нейтральныя оси сѣченій рельса и накладокъ совпадаютъ, то будемъ имѣть $I_1=I_0+I_2$.

Если затѣмъ обозначимъ длину стыковаго пролета (черт. 25) чрезъ l_1, длину промежуточнаго чрезъ l_0, длину накладки чрезъ a, величину зазора между рельсами въ стыкѣ чрезъ b, сосредоточенную нагрузку отъ колеса чрезъ P, а опорныя сопротивленія чрезъ r_0 и r_1, то, при условіи $a>l_1$, работа при изгибѣ и понижающихся опорахъ будетъ равна:

Черт. 25.



$$T = \frac{1}{2EI_0}\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}+l_0} M^2 dx + \frac{1}{2EI_1}\int_{\frac{l_1}{2}}^{\frac{a}{2}} M^2 dx + \frac{1}{2EI_1}\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{l_1}{2}} M^2 dx +$$

$$+ \frac{1}{2EI_2}\int_0^{\frac{b}{2}} M^2 dx + \frac{\varkappa}{2}(r_0{}^2 + r_1{}^2) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (64)$$

гдѣ $\varkappa = \frac{y}{r}$ (см. стр. 514).

Послѣдній членъ второй части этого выраженія представляетъ работу сдавливанія балластнаго слоя, прочіе члены со знакомъ интеграла—работу при изгибѣ.

Если вставимъ вмѣсто моментовъ M ихъ значенія и затѣмъ проинтегрируемъ, то будемъ имѣть:

$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}+l_0} M^2 dx = r_0{}^2 \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}+l_0} \left[\left(\frac{l_1}{2} + l_0\right)^2 - 2\left(\frac{l_1}{2} + l_0\right)x + x^2\right] dx =$$

$$=r_0^2\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)^2\left(\frac{l_0}{2}+l_0-\frac{a}{2}\right)-\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)\left[\left(\frac{l_1}{2}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+l_0\right)^2-\frac{a^2}{4}\right]+\frac{\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)^3-\frac{a^3}{8}}{3}\right];$$

$$\int_{\frac{l_1}{2}}^{\frac{a}{2}}\mathrm{M}^2dx=r_0^2\int_{\frac{l_1}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)^2-2\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)x+x^2\right]dx=$$

$$=r_0^2\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)^2\left(\frac{a}{2}-\frac{l_1}{2}\right)-\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)\left(\frac{a^2}{4}-\frac{l_1^2}{4}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{a^3}{8\times 3}-\frac{l_1^3}{8\times 3}\right];$$

$$\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{l_1}{2}}\mathrm{M}^2dx=r_0^2\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{l_1}{2}}\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)^2-2\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)x+x^2\right]dx+$$

$$+r_1^2\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{l_1}{2}}\left(\frac{l_1^2}{4}-l_1x+x^2\right)dx+2r_1r_0\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{l_1}{2}}\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)\frac{l_1}{2}-\right.$$

$$\left.-(l_1+l_0)x+x^2\right]dx=r_0^2\left[\left(\frac{l_1}{2}-l_0\right)^2\left(\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)\left(\frac{l_1^2}{4}-\frac{b^2}{4}\right)+\frac{l_1^3-b^3}{24}\right]+$$

$$+r_1^2\left[\frac{l_1^2}{4}\left(\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)-l_1\left(\frac{l_1^2}{8}-\frac{b^2}{8}\right)+\frac{l_1^3-b^3}{24}\right]+$$

$$+2r_0r_1\left[\left(\frac{l_1}{2}+l_0\right)\frac{l_1}{2}\left(\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)-(l_1+l_0)\left(\frac{l_1^2}{8}-\frac{b^2}{8}\right)-\frac{l_1^3-b^3}{24}\right];$$

$$\int_0^{\frac{b}{2}} \mathrm{M}^2 dx = r_0{}^2 \left[\left(\frac{l_1}{2} + l_0\right)^2 \frac{b}{2} - \left(\frac{l_1}{2} + l_0\right)\frac{b^2}{4} + \frac{b^3}{24}\right] + r_1{}^2 \left[\frac{l_1{}^2}{4} \cdot \frac{b}{2} - \frac{l_1 b^2}{8} + \frac{b^3}{24}\right] + 2 r_1 r_0 \left[\left(\frac{l_1}{2} + l_0\right)\frac{l_1 b}{4} - \right.$$

$$\left. - (l_1 + l_0)\frac{b^2}{8} + \frac{b^3}{24}\right] + \frac{\mathrm{P}^2}{4}\left[\frac{b^2 . b}{4 . 2} - \frac{b b^2}{8} + \frac{b^3}{24}\right] - r_0 \mathrm{P} \left[\left(\frac{l_2}{2} + l_0\right)\frac{b^2}{4} + \left(\frac{l_1}{2} + l_0 + \frac{b}{2}\right)\frac{b^2}{8} + \frac{b^3}{24}\right] -$$

$$- r_1 \mathrm{P} \left[\frac{l_1}{2} \cdot \frac{b^2}{4} - \frac{l_1 + b}{2} \cdot \frac{b^2}{8} + \frac{b^3}{24}\right];$$

Если въ выраженіе (64) вмѣсто интеграловъ подставимъ ихъ значенія, то, взявъ для отысканія минимума работы T первую производную отъ T по r_0 (при $r_1 = \frac{\mathrm{P}}{2} - r_0$, т. е., въ случаѣ симметричной нагрузки) и приравнявъ ее нулю, получимъ, за приведеніемъ подобныхъ членовъ, слѣдующее выраженіе для крайняго опорнаго сопротивленія:

$$r_0 = \frac{\left[\varkappa - \frac{l_0}{2\mathrm{EI}_1}\left(\frac{l_1}{2} - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{l_0 b}{4\mathrm{EI}_2}(l_1 - b)\right]\mathrm{P}}{4\varkappa + \frac{4\left[l_0 - \left(\frac{a - l_1}{2}\right)\right]^3}{6\mathrm{EI}_0} + \frac{4\left[l_0{}^3 + \left(\frac{a - l_1}{2} - l_0\right)^3\right]}{6\mathrm{EI}_1} + \frac{2(l_1 - b) l_0}{2\mathrm{EI}_1} + \frac{b l_0{}^2}{\mathrm{EI}_2}} \quad \ldots\ldots (65)$$

Если назовемъ $l_1=\alpha l_0$, $a=\alpha' l_0$ и $b=\beta l_0$, и если умножимъ числителя и знаменателя второй части этого равенства на

$$\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu}=\mathrm{B}$$

(см. стр. 18), то получимъ болѣе простое выраженіе:

$$r_0=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-{}^{3}/_{4}\,(\alpha-\beta)^2\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}-\frac{3}{2}\,(\alpha-\beta)\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu}+4\left(1-\frac{(\alpha'-\alpha)}{2}\right)^3+4\left(1+\frac{(\alpha'-\alpha-1)}{2}\right)^3\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}+6(\alpha-\beta)\cdot\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}+6\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\,\mathrm{P}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(66)$$

Въ большинствѣ случаевъ длина накладки равна разстоянію между осями стыковыхъ шпалъ; тогда $\alpha'=\alpha$, и выраженіе (66) представится въ видѣ:

$$r_0=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-{}^{3}/_{4}\,(\alpha-\beta)^2\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}-{}^{3}/_{2}(\alpha-\beta)\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu}+4+6(\alpha-\beta)\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}+6\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\,\mathrm{P}\;\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(67)$$

Если $\alpha=1$, $\beta=0$ и $\mathrm{I}_0=\mathrm{I}_1$, т. е., рельсовая балка несоставная, имѣетъ постоянное сѣченіе и равные пролеты, то получимъ выраженіе:

$$r_0=\frac{\varkappa/\mu-{}^3/_4}{4\varkappa/\mu+10}\,\mathrm{P}\;.\;.\;.\;.\quad(68)$$

идентичное съ выведеннымъ нами раньше выраженіемъ для крайняго опорнаго сопротивленія балки постояннаго поперечнаго сѣченія, лежащей на четырехъ понижающихся опорахъ.

Зазоръ между рельсами въ стыкѣ b по отношенію къ пролету l_0 малая величина и не болѣе $0._{02}\,l_0$, такъ что второю степенью β можно пренебречь. Длина стыковаго пролета въ большинствѣ случаевъ равна 50 сантим., такъ что при разстояніи между осями промежуточныхъ шпалъ равномъ 80 сант., величину α можно принять равной ${}^5/_8$. При длинныхъ шестиболтныхъ накладкахъ, длина накладки a не многимъ отличается отъ длины промежуточнаго пролета l_0, а потому можно принять, что $\alpha'=1$. Вставивъ эти значенія въ выраженіи (66) для r_0, находимъ для случая шестиболтныхъ накладокъ:

$$r_0'=\frac{\varkappa/\mu-0._{2742}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2}-0._{0182}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}{4\varkappa/\mu+2._{1455}+5._{4845}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2}+0._{12}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\,\mathrm{P}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(69)$$

Для случая четырехболтныхъ накладокъ и при $\alpha'=\alpha={}^5/_8$ получимъ изъ выраженія (67):

$$r_0''=\frac{\varkappa/\mu-0._{2742}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2}-0._{0182}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}{4\varkappa/\mu+4+3._{630}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2}+0._{12}\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\,\mathrm{P}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(70)$$

Зная отношеніе моментовъ инерціи рельса и накладокъ $\dfrac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}$ и отношеніе $\varkappa/\mu=\dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{D}}$, можемъ вычислить величины r_0', r', а затѣмъ и $\max\mathrm{M}$, такъ какъ

$$r_1' = \frac{P}{2} - r_0',$$

а $$\max M = r_0'\left(l_0 + \frac{l_1}{2}\right) + \frac{r_1' l_1}{2} - \frac{bP}{4}.$$

$$\max M = \left(r_0' + \frac{(\alpha-\beta)}{4} P\right) l_0 = (r_0' + 0{\cdot}_{15125} P) l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

Сравнивая выраженія для r_0' и r_0'', т. е. при шестиболтныхъ и четырехболтныхъ накладкахъ, мы видимъ, что при одинаковыхъ величинахъ $\varkappa/\mu$ и $\frac{I_0}{I_2}$

$$r_0' > r_0'',$$

и такъ какъ

$$\max M = (r_0' + 0{\cdot}_{15125} P) l_0,$$

то и наибольшіе моменты при шестиболтныхъ накладкахъ будутъ больше, чѣмъ при четырехболтныхъ. Если же сравнить выраженія для крайнихъ опорныхъ сопротивленій r_0' и r_0'' съ выраженіемъ для r_0 при балкѣ постояннаго сѣченія, то найдемъ, что первыя больше r_0 и разница между ними возрастаетъ съ увеличеніемъ I_2. Наибольшіе изгибающіе накладку моменты возрастаютъ съ увеличеніемъ момента инерціи накладки I_2, но числовая величина ихъ меньше моментовъ, изгибающихъ рельсъ за предѣлами стыковаго пролета, ибо, принявъ даже $I_2 = I_0$, найдемъ для **стыковаго пролета** при четырехболтныхъ накладкахъ, что

$$\max M'' = (r_0'' + 0{\cdot}_{15125} P) l_0 =$$
$$= \left(\frac{\varkappa/\mu - 0{\cdot}_{1558}}{4\varkappa/\mu + 5{\cdot}_{935}} + 0{\cdot}_{15125}\right) P l_0,$$

а наибольшій моментъ, изгибающій рельсъ въ **промежуточныхъ** пролетахъ, будетъ (см. стр. 21):

$$\max M = (r_0 + 0_{\cdot 25}\,P)l_0 = \left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0_{\cdot 75}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 10} + 0_{\cdot 25}\right)Pl_0.$$

Для того, чтобы $\max M$ было больше $\max M''$, необходимо, чтобы

$$\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0_{\cdot 75}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 10} + 0_{\cdot 09875} \text{ было } > \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0_{\cdot 156}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 5_{\cdot 94}}.$$

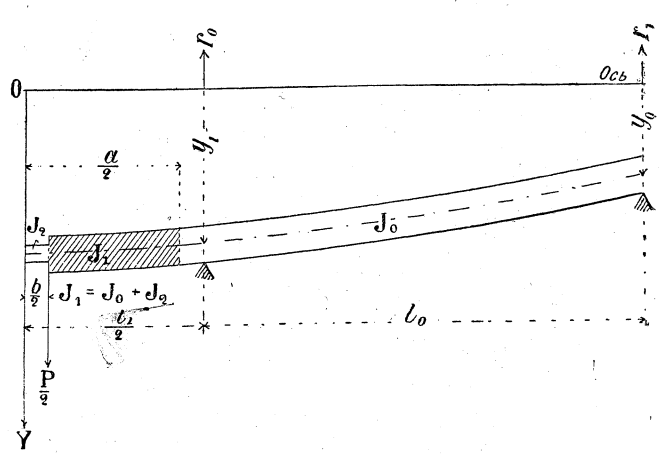
Легко убѣдиться, что это неравенство удовлетворяется при всѣхъ значеніяхъ для ${}^{\varkappa}/_{\mu}$.

10. Случай короткихъ, трехболтныхъ накладокъ.

При длинѣ накладокъ $a < l_1$ границы составнаго профиля рельсовой балки не выходятъ изъ предѣловъ стыковаго пролета, а потому общее выраженіе для работы при изгибѣ такой балки будетъ другое.

Сохраняя прежнія обозначенія (черт. 26), находимъ для T:

Черт. 26.



$$T = \frac{1}{2EI_0}\int_{\frac{l_1}{2}}^{l_0+\frac{l_1}{2}} M^2 dx + \frac{1}{2EI_0}\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}} M^2 dx + \frac{1}{2EI_1}\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}} M^2 dx +$$

$$+ \frac{1}{2EI_2}\int_0^{\frac{b}{2}} M^2 dx + \frac{\varkappa}{2}(r_0{}^2 + r_1{}^2) \ldots \ldots (72)$$

Въ этомъ выраженіи интегралы будутъ имѣть слѣдующія значенія:

$$T = \frac{1}{2EI_0}\left[\int_{\frac{a}{2}}^{l_0+\frac{l_1}{2}} r_0{}^2\left(l_0 + \frac{l_1}{2} - x\right)^2 dx +\right.$$

$$+ 2\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}} r_0 r_1 \left(l_0 + \frac{l_1}{2} - x\right)\left(\frac{l_1}{2} - x\right) dx +$$

$$\left. + \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{l_1}{2}} r_1{}^2\left(\frac{l_1}{2} - x\right)^2 dx\right] + \frac{1}{2EI_1}\left[\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}} r_0{}^2\left(l_0 + \frac{l_1}{2} - x\right)^2 dx +\right.$$

$$+ 2\int_{\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}} r_0 r_1 \left[\left(l_0 + \frac{l_1}{2}\right)\frac{l_1}{2} - (l_0 + l_1)x + x^2\right] dx +$$

$$\left. + \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}} r_1{}^2\left(\frac{l_1}{2} - x\right)^2 dx\right] + \frac{1}{2EI_2}\left[\int_0^{\frac{b}{2}} r_0{}^2\left(l_0 + \frac{l_1}{2} - x\right) dx +\right.$$

$$+ \int_0^{\frac{b}{2}} r_0{}^2\left(\frac{l_1}{2} - x\right) dx + \int_0^{\frac{b}{2}} P^2\left(\frac{b}{2} - x^2\right) dx +$$

$$+2\int_0^{\frac{b}{2}} r_0 r_1\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{l_1}{2}-(l_0+l_1)x+x^2\right]\Bigg]dx-$$

$$-\int_0^{\frac{b}{2}} r_0 \mathrm{P}\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{b}{2}-\left(l_0+\frac{l_1}{2}+\frac{b}{2}\right)x+x^2\right]dx-$$

$$-\int_0^{\frac{b}{2}} r_1 \mathrm{P}\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{b}{2}-\left(l_0+\frac{l_1}{2}+\frac{b}{2}\right)x+x^2\right]dx+\frac{\varkappa}{2}(r_0^2+r_1^2).$$

Послѣ интегрированія получаемъ:

$$\mathrm{T}=\frac{1}{2\mathrm{EI}_0}\left[\frac{r_0^2\left(l_0+\frac{b}{2}-\frac{a}{2}\right)^3}{3}+\right.$$

$$+2r_0r_1\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{l_1}{2}\left(\frac{l_1}{2}-\frac{a}{2}\right)-\frac{l_0+l_1}{2}\cdot\frac{l_1^2-a_1^2}{4}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{l_1^3-a^3}{24}\right)+\frac{r_1^2\left(\frac{l_1}{2}-\frac{a}{2}\right)^3}{3}\right]-$$

$$-\frac{1}{2\mathrm{EI}_1}\left[\frac{r_0^2\left(l_0+\frac{l_1}{2}-\frac{a}{2}\right)^3-\left(l_0+\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)^3}{3}-\right.$$

$$-2r_0r_1\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{l_1}{2}\cdot\frac{a-b}{2}-\frac{l_0+l_1}{2}\cdot\frac{a^2-b^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{a^3-b^3}{24}+\frac{r_1^2\left(\frac{l_1}{2}-\frac{a}{2}\right)^3-\left(\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)^3}{3}\right]-$$

$$-\frac{1}{2\mathrm{EI}_2}\left[\frac{r_0^2\left(l_0+\frac{l_1}{2}-\frac{b}{2}\right)^3}{3}-2r_0r_1\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{l_1 b}{4}-\right.\right.$$

$$-\frac{l_0+l_1}{2}\cdot\frac{b^2}{4}+\frac{b^3}{24}\Big)\Big]+r_1{}^2\left(\frac{l_1-b}{24}\right)^3-r_0{}^2\left(\frac{l_0+\frac{l_4}{2}}{3}\right)^3-\frac{r_1{}^2\,l_1{}^3}{24}+r_0\mathrm{P}\left[\left(l_0+\frac{l_1}{2}\right)\frac{b^2}{4}-\left(l_0+\frac{l_1}{2}+\frac{b}{2}\right)\frac{b^2}{8}+\right.$$

$$\left.+\frac{b^3}{8}\right]+r_1\mathrm{P}\left(\frac{l_1 b^2}{8}-\frac{l_1+b}{2}\cdot\frac{b^2}{8}+\frac{b^3}{24}\right]+\frac{\varkappa}{2}(r_0{}^2+r_1{}^2).$$

Если принять во вниманіе, что

$$r_1=\frac{\mathrm{P}}{2}-r_0$$

и взять первую производную отъ T по r_0, приравнять ее нулю, то найдемъ значеніе r_0, удовлетворяющее минимуму для T. Оно будетъ равно:

$$r_0=\frac{\varkappa-\frac{l_0}{2\mathrm{EI}_0}\left(\frac{l_1-a}{2}\right)^2+\frac{l_0}{\mathrm{EI}_1}\left[\frac{(l_1-a)^3}{24}+l_0\frac{a}{4}\left(l_1\quad\frac{a}{2}\right)-\frac{6l_0}{4}\left(l_1-\frac{b}{2}\right]-\frac{l_0}{4\mathrm{EI}_2}b(l_1-b)\right.}{4\varkappa+\frac{2l_0{}^2}{\mathrm{EI}_0}\left(\frac{l_0}{3}+\frac{l_1-a}{2}\right)+\frac{l_0{}^2}{\mathrm{EI}_1}(l_1-b)+\frac{bl_0{}^2}{\mathrm{EI}_2}}\mathrm{P}\,. \quad . \quad . \quad (73)$$

Назвавъ $l_1=\alpha l_0$, $a=\alpha' l_0$, $b=\beta l_0$ и $\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0{}^3}=\frac{1}{\mu}$ и умноживъ и раздѣливъ вторую часть этого равенства на $\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0{}^3}$, будемъ имѣть:

$$r_0 = \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - {}^3/_4(\alpha-\alpha')^2 + \frac{6\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}\left(\frac{(\alpha-\alpha')^3}{24} - \frac{\alpha'(2\alpha-\alpha')}{8} - \frac{\beta(2\alpha-\beta)}{2}\right) - \frac{3}{2}\,\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}\beta(\alpha-\beta)}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 4 + 6(\alpha-\alpha') + 6(\alpha'-\beta)\,\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1} + 6\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\mathrm{P} \quad \ldots\ldots \quad (74)$$

Если въ этомъ выраженіи принять $\alpha'=\alpha$, то есть, если длина накладки равна стыковому пролету, то получаемъ

$$r_0 = \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - {}^3/_4\,(\alpha-\beta)^2\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1} - {}^3/_2(\alpha-\beta)\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 4 + 6(\alpha-\beta)\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2} + 6\beta\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\mathrm{P}. \quad \ldots\ldots \quad (75)$$

выраженіе тождественное съ выраженіемъ (67).

При трехболтныхъ накладкахъ, когда $\alpha'={}^1/_2, \alpha=\frac{5}{8}$, $\beta=0{\cdot}_{02}$, находимъ:

$$r_0 = \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}_{0117} - 0{\cdot}_{2994}\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2} - 0{\cdot}_{0182}\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 4{\cdot}_{75} + 2{\cdot}_{88}\,\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_0+\mathrm{I}_2} + 0{\cdot}_{12}\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}}\mathrm{P} \quad \ldots\ldots \quad (76)$$

11. Вліяніе длины накладокъ, момента инерціи поперечнаго ихъ сѣченія и величины зазора между рельсами на изгибающіе накладку моменты.

Когда рельсы соединены плоскими накладками, моментъ инерціи которыхъ равенъ около $^1/_7$ момента инерціи поперечнаго сѣченія рельса, то максимальные моменты будутъ, при $\alpha = {}^5/_8$ и $\beta = 0{\cdot}_{02}$:

Для шестиболтныхъ плоскихъ накладокъ, при $a = l_0$,

$$\max M = \left(0{\cdot}_{15125} + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}_{3673}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 7{\cdot}_{78}}\right) P l_0.$$

Для четырехболтныхъ плоскихъ накладокъ, при $a = l_1 = {}^5/_8\, l_0$,

$$\max M = \left(0{\cdot}_{15125} + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}_{3673}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 8{\cdot}_{02}}\right) P l_0.$$

и для трехболтныхъ плоскихъ накладокъ, при $a = \frac{l_0}{2}$ и при $l_1 = {}^5/_8\, l_0$,

$$\max M = \left(0{\cdot}_{15125} + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}_{3998}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 8{\cdot}_{35}}\right) P l_0.$$

При угловомъ сѣченіи накладокъ, моментъ инерціи котораго равенъ около $^1/_3$ момента инерціи сѣченія рельса, максимальные моменты изгибающіе накладки будутъ:

Для шестиболтныхъ угловыхъ накладокъ, при $a = l_0$,

$$\max M = \left(0{\cdot}_{15125} + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}_{2602}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 6{\cdot}_{63}}\right) P l_0.$$

Для четырехболтныхъ угловыхъ накладокъ, при $a = l_1 = {}^5/_8\, l_0$,

$$\max M = \left(0{\cdot}15125 + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}2602}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 7{\cdot}08}\right) P l_0.$$

и, наконецъ, для трехболтныхъ угловыхъ накладокъ, при $a = \dfrac{l_0}{2}$,

$$\max M = \left(0{\cdot}15125 + \frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0{\cdot}2909}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu} + 7{\cdot}27}\right) P l_0.$$

Таблица XII.

Накладки.	Плоскія накладки $I_2 = {}^1/_7 I_0$.			Угловыя накладки $I_2 = {}^1/_3 I_0$.		
	${}^{\varkappa}/_{\mu} = {}^1/_2$	${}^{\varkappa}/_{\mu} = 1$	${}^{\varkappa}/_{\mu} = 2$	${}^{\varkappa}/_{\mu} = {}^1/_2$	${}^{\varkappa}/_{\mu} = 1$	${}^{\varkappa}/_{\mu} = 2$
Шестиболтныхъ $a = l_0$	$0{\cdot}1648\, Pl_0$	$0{\cdot}2049\, Pl_0$	$0{\cdot}2548\, Pl_0$	$0{\cdot}1790\, Pl_0$	$0{\cdot}2208\, Pl_0$	$0{\cdot}2702\, Pl_0$
Четырехболтныхъ $a = {}^5/_8 l_0$	0·16[illegible]5 Pl_0	$0{\cdot}2039\, Pl_0$	$0{\cdot}2531\, Pl_0$	$0{\cdot}1777\, Pl_0$	$0{\cdot}2179\, Pl_0$	$0{\cdot}2667\, Pl_0$
Трехболтныхъ $a = {}^1/_2 l_0$	$0{\cdot}1609\, Pl_0$	$0{\cdot}1999\, Pl_0$	$0{\cdot}2492\, Pl_0$	$0{\cdot}1738\, Pl_0$	$0{\cdot}2133\, Pl_0$	$0{\cdot}2626\, Pl_0$

Изъ таблицы XII усматривается, что длина накладки оказываетъ весьма незначительное вліяніе на увеличеніе дѣйствующихъ на накладку моментовъ; такъ напр. съ увеличеніемъ длины накладки вдвое, отъ $a=\frac{l_0}{2}$ до $a=l_0$, изгибающіе накладки моменты увеличатся приблизительно на $3^0/_0$. Поэтому при разсчетѣ накладокъ вполнѣ достаточно пользоваться болѣе простыми выраженіями для наибольшихъ изгибающихъ моментовъ, выведенными въ предположеніи $a=l_1={}^5/_8 l_0$. а именно (см. 67 и 71):

$$\max M=\left(r_0'+\frac{\alpha-\beta}{4}P\right)l_0=\left[\frac{\lambda/\mu-{}^3/_4(\alpha-\beta)^2\frac{I_0}{I_0+I_2}-\frac{3}{2}(\alpha-\beta)\beta\frac{I_0}{I_2}}{4\lambda/\mu+4+6(\alpha-\beta)\frac{I_0}{I_0+I_2}+6\beta\frac{I_0}{I_2}}+\frac{\alpha-\beta}{4}\right]Pl_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (78)$$

Нѣсколько большее вліяніе на увеличеніе моментовъ, изгибающихъ накладки, оказываетъ увеличеніе момента инерціи послѣднихъ; такъ напр. съ увеличеніемъ момента инерціи сѣченія накладокъ съ $^1/_7$ до $^1/_3$, изгибающій моментъ увеличивается приблизительно на $8^0/_0$. Самое же существенное вліяніе на моменты, дѣйствующіе на накладки, оказываетъ несомнѣнно качество балласта, иначе говоря. соотношеніе между B и D. Такъ съ увеличеніемъ отношенія $^B/_D$ вдвое, (т. е. съ ухудшеніемъ балласта) моменты, изгибающіе накладки, увеличиваются на $22^0/_0$-$23^0/_0$, а при увеличеніи отношенія $^B/_D$ въ четыре раза (отъ $^B/_D$ равнаго $^1/_2$ до $^B/_D=2$), моменты, изгибающіе накладки, увеличатся на $50^0/_0$.

Кромѣ длины накладокъ a, момента инерціи поперечнаго сѣченія и отношенія ${}^{B}/_{D}$, на величину изгибающаго накладки момента еще вліяютъ величина зазора b (или величина коэффиціента β) и величина стыковаго пролета l_1) (или величина коэффиціента α), причемъ моментъ будетъ возрастать съ уменьшеніемъ β и съ увеличеніемъ α.

Теоретическая максимальная величина момента получится при значеніяхъ b, близкихъ къ нулю; полагая $b=0$, имѣемъ при $a=l_1$:

$$\max M=\left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-{}^{3}/_{4}\alpha^2\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu}+4+6\alpha\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}+\frac{\alpha}{4}\right)Pl_0 \quad \ldots\ldots (78a)$$

При $\alpha={}^{5}/_{8}$ для плоскихъ накладокъ, т. е. при $\dfrac{I_0}{I_2}={}^{1}/_{7}$:

$$\max M=\left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}=0{\cdot}_{293}\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu}+4+3{\cdot}_{75}\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}+0{\cdot}_{15625}\right)Pl_0=$$

$$=\left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-0{\cdot}_{256}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu}+7{\cdot}_{28}}+0{\cdot}_{15625}\right)Pl_0 \quad \ldots\ldots (79)$$

и для угловыхъ накладокъ, т. е. при $\dfrac{I_0}{I_2}={}^{1}/_{3}$.

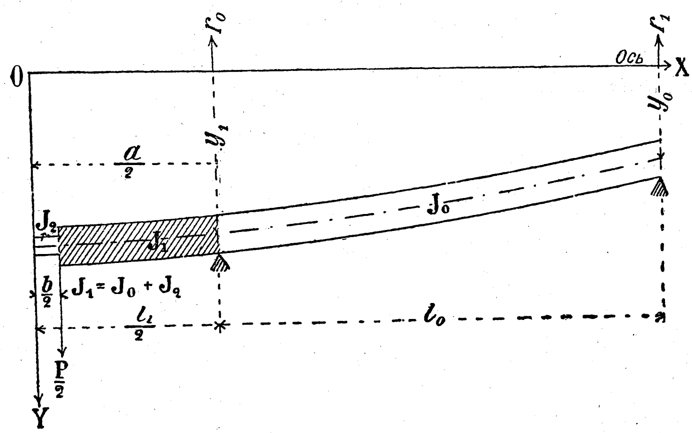
$$\max M-\left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-0{\cdot}_{293}\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu}+4+3{\cdot}_{75}\dfrac{I_0}{I_0+I_2}}+0{\cdot}_{15625}\right)Pl_0=$$

$$=\left(\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}-0{\cdot}_{220}}{4\,{}^{\varkappa}/_{\mu}+6{\cdot}_{81}}+0{\cdot}_{15625}\right)Pl_0 \quad \ldots\ldots (80)$$

Выраженіе для max M (78) могло бы быть получено нами другимъ путемъ. Въ самомъ дѣлѣ, составимъ для балки перемѣннаго сѣченія (черт. 27) клапейроновскія уравненія на основаніи выраженія (25). Тогда:

$$6EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0^2}+\frac{y_1-y_2}{\alpha l_0^2}\right)=-\left[M_0+2M_1\left(1+\frac{I_0}{I_1}\alpha\right)+M_2\alpha\frac{I_0}{I_1}\right]+{}^3/_8P\frac{I_0}{I_1}\cdot\alpha^2.$$

Черт. 27.



Замѣнивъ y_1-y_0 и y_1-y_2 выраженіями $\varkappa(r_1-r_0)$ и $\varkappa(r_1-r_2)$, подставивъ вмѣсто $M_1=-r_0l_0$, $M_0=M_2=0$ и обозначивъ $\frac{6EI_0}{l_0^3}=\frac{1}{\mu}=B$, найдемъ:

$$\varkappa/\mu\left(r_1-r_0+\frac{r_1-r_1}{\alpha}\right)=2r_0\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+{}^3/_8P\frac{I_0}{I_1}\cdot\alpha^2.$$

Если въ послѣднемъ выраженіи замѣнимъ r_2 его величиною $r_1=\frac{P}{2}-r_0$, то получимъ:

$$\varkappa/\mu\left(\frac{P}{2}-2r_0\right)=2r_0\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+{}^3/_8P\frac{I_0}{I_1}\cdot\alpha^2.$$

Отсюда:

$$r_0=\frac{\varkappa/\mu-{}^3/_4\alpha^2\frac{I_0}{I_1}}{4\varkappa/\mu+4+6\alpha\frac{I_0}{I_1}}P\ .\ .\ .\ \ .\ .\ .\ .\ .\ (81)$$

и

$$\max M = \left[\frac{\varkappa/\mu - {}^3/_4 \alpha^2 \frac{I_0}{I_1}}{4\varkappa/\mu + 4 + 6\alpha \frac{I_0}{I_1}} + \frac{\alpha}{4} \right] Pl_0 \quad \ldots\ldots\ldots (82)$$

т. е. получается выраженіе идентичное съ формулою ($78a$), выведенною на основаніи принципа минимальной работы.

Подставляя значенія для $\varkappa/\mu$ отъ $1/2$ до 2, находимъ изъ уравненія (79 и 80) предѣльныя максимальныя значенія для моментовъ, изгибающихъ накладки (таблица XIII).

Таблица XIII.

	Плоскія накладки, $I_0 = 7I_2$.			Уловыя накладки, $I_0 = 3I_2$.		
$\varkappa/ =$	$1/2$	1	2	$1/2$	1	2
max M при $b=0$, $a=l_1$, $l={}^5/_8 l_0$	$0._{1825}\, Pl_0$	$0._{2222}\, Pl_0$	$0._{2704}\, Pl_0$	$0._{1880}\, Pl_0$	$0._{2284}\, Pl_0$	$0._{2764}\, Pl_0$

Изъ сравненія между собою величинъ максимальныхъ моментовъ, изгибающихъ плоскія и угловыя накладки, оказывается, что моментъ инерціи накладки оказываетъ ничтожное вліяніе на измѣненіе предѣльныхъ значеній этихъ моментовъ при условіи $b=0$, такъ напр. съ увеличеніемъ момента инерціи накладки въ два съ лишнимъ раза, предѣльный максимальный моментъ увеличивается всего лишь на 3%. Если принять даже, что моментъ инерціи накладокъ увеличился въ 7 разъ, т. е. принять, что $I_0 = I_2$, то и тогда, предѣльные дѣйствующіе моменты

$$\max M = 0._{2010}\, Pl_0 \left(\varkappa/\mu = \frac{1}{2}\right),\ 0._{2425}\, Pl_0\ (\varkappa/\mu = 1) \quad \text{и}$$

$$0._{2897}\, Pl_0\ (\varkappa/\mu = 2)$$

увеличатся на 7%-10%.

12. Вліяніе величины пролетовъ, смежныхъ со стыковымъ, на изгибающіе моменты.

Выраженіе (78a) для предѣльнаго значенія максимальнаго момента:

$$\max M = \left[\frac{\varkappa/\mu - {}^3/_4 \alpha^2 \frac{I_0}{I_1}}{4\varkappa/\mu + 4 + 6\alpha \frac{I_0}{I_1}} + \frac{\alpha}{4} \right] P l_0$$

не находится въ линейной зависимости отъ величины l_0 пролетовъ, смежныхъ со стыковымъ, такъ какъ l_0 входитъ также въ выраженіе для $\mu = \frac{l_0^3}{6EI_0}$ и кромѣ того съ измѣненіемъ l_0 измѣняется и α. А потому $\max M$ не будетъ уменьшаться пропорціонально уменьшенію l_0. Если для стыковаго пролета l_1 выбрана минимальная длина, обусловленная возможностію подбивки и равная 50 сант., то, очевидно, до этой величины можетъ быть уменьшена и длина смежныхъ со стыковымъ пролетовъ. Если же первоначальная длина этихъ пролетовъ была равна 80 сант., то съ уменьшеніемъ l_0 до l_1 коэффиціентъ $\alpha = 1$, а $\varkappa/\mu$ увеличится въ $({}^8/_5)^3 = \backsim 4$ раза; выраженіе же для $\max M$ приметъ видъ:

$$\max M = \left[\frac{4\varkappa/\mu - {}^3/_4 \frac{I_0}{I_1}}{16\varkappa/\mu + 4 + 6 \frac{I_0}{I_1}} + \frac{1}{4} \right] \frac{5}{8} P l_0 \quad \ldots \ldots \quad (83)$$

въ которомъ l_0 и $1/\mu = \frac{6EI_0}{l_0^3}$ сохранили прежнія свои значенія для промежуточныхъ пролетовъ $l_0 = 80$ сант. Для отношенія $^{x}/_{\mu}$ отъ $^{x}/_{\mu}=^{1}/_{2}$ до $^{x}/_{\mu}=2$ $\max M$ получитъ слѣдующія значенія:

при плоскихъ накладкахъ, т. е. при $\frac{I_0}{I_2}=7$:

$$\max M = \left(\frac{4^{x}/_{\mu}-0{\cdot}_{656}}{16^{x}/_{\mu}+9{\cdot}_{25}} + 0{\cdot}_{25}\right)\frac{5}{8}Pl_0$$

и при угловыхъ накладкахъ т. е. при $\frac{I_0}{I_2}=3$:

$$\max M = \left(\frac{4^{x}/_{\mu}-0{\cdot}_{5625}}{16^{x}/_{\mu}+8{\cdot}_{5}} + 0{\cdot}_{25}\right)\frac{5}{8}Pl_0.$$

Сопоставивъ значенія для $\max M$ въ таблицѣ XIII и XIV, мы видимъ, что при значеніяхъ $^{x}/_{\mu}$ меньшихъ 2 *), максимальные моменты, изгибающіе накладку, увеличиваются съ уменьшеніемъ длины смежныхъ со стыковымъ пролетомъ и на оборотъ, при $^{x}/_{\mu}>2$, эти моменты уменьшаются, хотя уменьшеніе ихъ для $^{x}/_{\mu}=2$ и весьма невелико.

Таблица XIV.

	Плоскія накладки $\frac{I_0}{I_2}=7$.			Угловыя накладки $\frac{I_0}{I_2}=3$.		
$^{x}/_{\mu}=$	$^{1}/_{2}$	1	2	$^{1}/_{2}$	1	2
$\max M$ при $l_0=l_1$ и при $a=l_1$	$0{\cdot}_{2050}\,Pl_0$	$0{\cdot}_{2390}\,Pl_0$	$0{\cdot}_{2673}\,Pl_0$	$0{\cdot}_{2107}\,Pl_0$	$0{\cdot}_{2429}\,Pl_0$	$0{\cdot}_{2707}\,Pl_0$

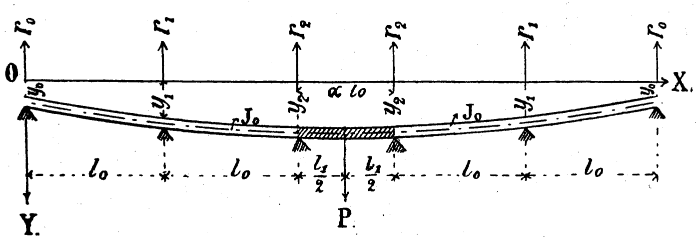
13. Вліяніе вѣса верхняго строенія на моменты, изгибающіе накладки.

Формула ($78a$ или 82) для предѣльнаго максимальнаго момента, изгибающаго накладку, выведенная въ предполо-

*) Одинаковыя значенія для $\max M$ получаются по обоимъ формуламъ (82 и 83) при $x/\mu=1{\cdot}_{89}$ и плоскихъ накладкахъ и при $x/\mu=1{\cdot}_{82}$ и угловыхъ накладкахъ.

женіи балки, лежащей на четырехъ опорахъ, будетъ вѣрна только въ томъ случаѣ, если съ увеличеніемъ числа опоръ до шести, на крайнихъ опорахъ получимъ отрицательныя сопротивленія. Поэтому, представляется необходимымъ для провѣрки разсмотрѣть случай изгиба рельсовой балки перемѣннаго сѣченія, лежащей на шести опорахъ (черт. 28).

Черт. 28.



Составивъ для первой пары пролетовъ клапейроновскія уравненія на основанія (29) и для слѣдующей пары такія же уравненія на основаніи (24), находимъ при $M_0 = 0$, что:

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(2y_1 - y_0 - y_2) = 4M_1 + M_2$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_2 - y_1) = M_1 + 2M_2\left(1 + \alpha\frac{I_0}{I_1}\right) + M_2\alpha\frac{I_0}{I_1} + {}^3/_8\alpha^2 P\frac{I_0}{I_1}l_0.$$

Подставивъ вмѣсто M_1 и M_2 ихъ значенія:

$$M_1 = r_0 l_0 \text{ и } M_2 = (2r_0 + r_1)\,l_0,$$

замѣнивъ разности $y_1 - y_0$ и $y_1 - y_2$ равными имъ величинами $\chi(r_1 - r_0)$ и $\chi(r_1 - r_2)$ и назвавъ по прежнему $\frac{6EI_0}{l_0^3} = \frac{1}{\mu}$, получаемъ:

$${}^\chi/_\mu(2r_1 - r_0 - r_2) = 6r_0 + r_1$$

$$\varkappa/\mu(r_2-r_1)=\left(5+6\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_0+\left(2+3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_1+{}^3/_8 P\alpha^2\frac{I_0}{I_1}.$$

Кромѣ того имѣемъ:

$$r_2=\frac{P}{2}-r_0-r_1.$$

Вставивъ въ первыя два уравненія вмѣсто r_2 его величину находимъ:

$$\varkappa/\mu\left(3r_1-\frac{P}{2}\right)=6r_0+r_1 \quad \text{и}$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{P}{2}-r_0-2r_1\right)=\left(5+6\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_0+\left(2+2\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_1+{}^3/_8\alpha^2\frac{I_0}{I_1}P$$

или

$$6r_0-(3\varkappa/\mu-1)r_1=-{}^1/_2\,\varkappa/\mu P \quad \text{и}$$

$$\left(\varkappa/\mu+5+6\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_0+\left(2\varkappa/\mu+2+3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_1=$$

$$=\left(\frac{1}{2}\varkappa/\mu-{}^3/_8\,\alpha^2\frac{I_0}{I_1}\right)P.$$

Рѣшивъ эти уравненія относительно r_0, будемъ имѣть:

$$r_0=\frac{\left({}^1/_2\varkappa/\mu-{}^3/_8\alpha^2\frac{I_0}{I_1}\right)(3\varkappa/\mu-1)-{}^1/_2\varkappa/\mu\left(2\varkappa/\mu+2+3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)}{\left(\varkappa/\mu+5+6\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)(3\varkappa/\mu-1)+\left(2\varkappa/\mu+2+3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)6}P.$$

Числитель второй части этого выраженія, равный:

$$4/_8(\varkappa/\mu)^2-\left[\left({}^9/_8\,\alpha+\frac{12}{8}\right)\alpha\frac{I_0}{I_1}+\frac{16}{8}\right]\varkappa/\mu+{}^3/_8\alpha^2\frac{I_0}{I_1}$$

будетъ отрицательною величиною, при $\alpha = {}^5/_8$ и $\frac{I_0}{I_1} = {}^3/_4$, для всѣхъ значеній ${}^{\varkappa}/_{\mu}$

$$ {}^{\varkappa}/_{\mu} \leqq \frac{6{\cdot}_{0654}}{2} + \sqrt{(3{\cdot}_{0327})^2 - 0{\cdot}_{2222}} \overline{\overline{<}} 6. $$

При увеличеніи I_2 до значенія равнаго I_0, т. е. при $\frac{I_0}{I_1} = {}^1/_2$

$$ {}^{\varkappa}/_{\mu} \overline{\overline{<}}\, 2{\cdot}_{688} + \sqrt{7{\cdot}_{2253} - 0{\cdot}_{1468}} \overline{\overline{<}} 5{\cdot}_{35}. $$

Отношеніе ${}^{\varkappa}/_{\mu} = {}^{B}/_{D}$ для русскихъ рельсовъ при $l_0 = 80$ сант. не достигаетъ этихъ предѣловъ (см. таблицу I), поэтому на 1-й и 6-й опорахъ составной рельсовой балки получимъ отрицательныя сопротивленія.

Для вѣрности результатовъ, исчисленныхъ по формулѣ (82), опорное сопротивленіе по (81) соотвѣтственно не должно быть отрицательнымъ, для чего необходимо, чтобы ${}^{\varkappa}/_{\mu} \overline{\overline{>}} {}^3/_4 \alpha^2 \frac{I_0}{I_1}$, что даетъ при $\alpha = {}^5/_8$ и $\frac{I_0}{I_1} = {}^7/_8$:

$$ {}^{\varkappa}/_{\mu} \overline{\overline{>}}\, 0{\cdot}_{25}. $$

Изъ таблицы I усматривается, что ${}^{\varkappa}/_{\mu} > {}^1/_4$. Отсюда слѣдуетъ, что формула (82):

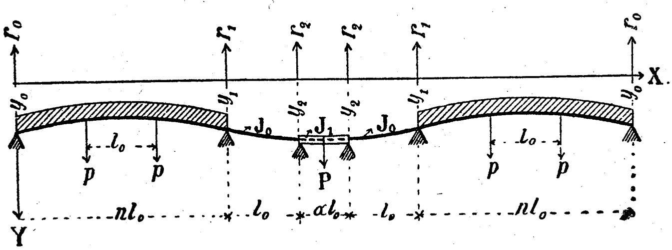
$$ \max M = \left[\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu} - {}^3/_4 \alpha^2 \frac{I_0}{I_1}}{4{}^{\varkappa}/_{\mu} + 4 + 6\alpha \frac{I_0}{I_1}} + \frac{\alpha}{4} \right] P l_0. $$

и м ѣ е т ъ м ѣ с т о д л я н а и б о л ь ш и х ъ м о м е н т о в ъ, и з г и б а ю щ и х ъ н а к л а д к и (при условіи, что $\alpha \overline{\overline{<}} l_1$).

Если за предѣлами 3-хъ пролетовъ опорныя сопротивленія принимаютъ отрицательныя значенія, то опоры, будучи связаны съ рельсомъ, стремятся подняться; вѣсъ рельсовъ и поперечинъ, сопротивляясь этому поднятію, вызываетъ моментъ въ накладкѣ, обратный моменту, вызванному нагрузкою колеса и потому его уменьшающій. Вліяніе момента вѣса рельсовъ и поперечинъ на накладку можно найти точно такимъ же путемъ, какъ это было нами сдѣлано для рельса.

Для симметричной балки съ двумя крайними пролетами nl_0, двумя промежуточными l_0 и среднимъ αl_0 при расположеніи нагрузокъ, показанномъ на черт. 29:

Черт. 29.



клапейроновскія уравненія будутъ имѣть слѣдующій видъ (см. 53 и 24):

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}\left(\frac{y_1-y_0}{n}+y_1-y_2\right)=2M_1(n+1)+$$

$$+M_2+\frac{n(n^2-1)p+n^3ql_0}{4}$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}(y_2-y_1)=M_1+M_2\left(2+3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+{}^3/_8P\alpha^2\frac{I_0}{I_1}$$

где $M_1=\left(r_0n-\frac{pn(n-1)+qln^2}{2}\right)l_0$

$$M_2=\left[r_0(n+1)+r_1-\frac{pn(n-1)+qln^2}{2}-\right.$$

$$\left.-p(n-1)+ql_0n\right]l_0$$

$$y_1 - y_0 = \varkappa(r_1 - r_0);\quad y_1 - y_2 = \varkappa(r_1 - r_2);\quad \frac{6EI_0}{l_0^3} = \frac{1}{\mu}$$

Подставивъ эти значенія въ послѣднія уравненія, найдемъ:

$$\varkappa/\mu\left(\frac{r_1 - r_0}{n} + r_1 - r_2\right) = (2n^2 + 3n + 1)r_0 + r_1 -$$

$$-\left(\frac{pn(n-1) + qln^2}{2}(2n+3) + p(n-1) + qln\right) +$$

$$+\frac{n(n^2-1)p + n^3ql_0}{4}$$

$$\varkappa/\mu\,(r_2 - r_1) = \left(3n + 2 + 3(n+1)\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_0 +$$

$$+\left(2 + 3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)r_1 - \left[\frac{pn(n-1) + qln^2}{2}\left(3 + 3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right) +\right.$$

$$\left.+ (p(n-1) + ql_0n)\left(2 + 3\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)\right] + {}^3/_8\,P\alpha^2\frac{I_0}{I_1};$$

гдѣ

$$r_2 = \frac{P}{2} + p(n-1) + ql_0n - r_0 - r_1.$$

Обозначимъ для сокращенія:

$$\frac{pn(n-1) + ql_0n^2}{2} = \varepsilon P,\quad p(n-1) + ql_0n = \iota P \quad \text{и}$$

$$\frac{n(n^2-1)p + n^3ql_0}{4} = \delta P.$$

Подставивъ эти величины въ послѣднія уравненія, найдемъ:

$$\varkappa/\mu[r_0(n-1)+r_1(2n+1)-\mathrm{P}'n]=(2n^3+3n^2+n)r_0+$$
$$+nr_1-(\varepsilon\mathrm{P}(2n+3)n+\iota\mathrm{P}n)+n\delta\mathrm{P};$$

$$\varkappa/\mu(\mathrm{P}'-r_0-2r_1)=\left(3n+2+3(n+1)\,\alpha\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}\right)r_0+$$
$$+\left(2+3\alpha\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}\right)r_1-\left[3\,\varepsilon\mathrm{P}\left(1+\alpha\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}\right)+\right.$$
$$\left.+\iota\mathrm{P}\left(2+3\alpha\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}\right)\right]+{}^3/_8\,\mathrm{P}\alpha^2\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}.$$

Для случая плоскихъ накладокъ, при $\alpha={}^5/_8$ и $\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}={}^7/_8$:

$$\varkappa/\mu\left[r_0(n-1)+r_1(2n+1)-\left(\frac{\mathrm{P}}{2}+\iota\mathrm{P}\right)n\right]=$$
$$=(2n^3+3n^2+n)r_0+nr_1-[\varepsilon\mathrm{P}(2n+3)n+\iota\mathrm{P}n]+n\delta\mathrm{P};$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{\mathrm{P}}{2}+\iota\mathrm{P}-r_0-2r_1\right)=[3n+2+1._{641}(n+1)]r_0+$$
$$+3._{641}\,r_1-(4._{641}\varepsilon\mathrm{P}+3._{641}\iota\mathrm{P})+0._{1282}\,\mathrm{P}.$$

Для случая угловыхъ накладокъ, при $\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1}={}^3/_4$:

$$\varkappa/\mu\left[r_0(n-1)+r_1(2n+1)-\left(\frac{\mathrm{P}}{2}+\iota\mathrm{P}\right)n\right]=$$
$$=(2n^3+3n^2+n)r_0+nr_1-[\varepsilon\mathrm{P}(2n+3)n+\iota\mathrm{P}n]+n\delta\mathrm{P};$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{\mathrm{P}}{2}+\iota\mathrm{P}-r_0-2r_1\right)=[3n+2+1._{406}(n+1)]r_0+$$
$$+3._{406}\,r_1-(4._{406}\,\varepsilon\mathrm{P}+3._{406}\,\iota\mathrm{P})+0._{11}\,\mathrm{P}.$$

Подставивъ вмѣсто p и ql_0 ихъ значенія изъ таблицы I (стр. 24) и рѣшивъ эти уравненія при $n=4$ и при $n=3$, найдемъ, что r_0 при $n=4$ положительная величина, а при $n=3$—отрицательная, вслѣдствіе этого и на основаніи сказаннаго на стр. 43 слѣдуетъ принять для дальнѣйшаго разсчета $n=4$. Тогда уравненія представятся въ видѣ:

Для плоскихъ накладокъ:

$$\varkappa/\mu[3r_0+9r_1-(2P+4\iota P)]=180r_0+4r_1-$$
$$-(44\varepsilon P+4\iota P)+4\delta P.$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{P}{2}+\iota P-r_0-2r_1\right)=22._2r_0+3._{64}r_1-$$
$$-(4._{64}\varepsilon P+3._{64}\iota P)+0._{1282}P$$

и для угловыхъ накладокъ:

$$\varkappa/\mu[3r_0+9r_1-(2P+4\iota P)]=180r_0+4r_1-$$
$$-(44\varepsilon P+4\iota P)+4\delta P;$$

$$\varkappa/\mu\left(\frac{P}{2}+\iota P-r_0-2r_1\right)=21._{05}r_0+3._{41}r_1-$$
$$-(4._{41}\varepsilon P+3._{41}\iota P)+0._{11}P.$$

Рѣшивъ эти уравненія для $\varkappa/\mu=1/2$, 1 и 2 и разныхъ значеній p и ql_0, руководствуясь таблицею VI, найдемъ опорныя сопротивленія, зная которыя легко вычислить, что

$$\max M=\frac{85r_0+21r_1+5r_2-159p-212ql_0}{16}.$$

Вычисленныя такимъ образомъ значенія максимальныхъ моментовъ будутъ весьма близки между собою при одинаковыхъ $\varkappa/\mu$. Среднія изъ этихъ значеній сопоставлены въ нижеприведенной таблицѣ XV съ значеніями максимальныхъ моментовъ, полученными при дѣйствіи одного сосредоточеннаго груза P, не принимая во вниманіе вѣса верхняго строенія. Оказывается, что съ увеличеніемъ отношенія $\varkappa/\mu$ числовая величина отрицательнаго приращенія $\triangle \max M$ момента $\max M$ отъ дѣйствія вѣса верхняго строенія возрастаетъ и при $\varkappa/\mu = 2$ она болѣе на 10% момента $\max M$, вызваннаго однимъ сосредоточеннымъ грузомъ.

Таблица XV.

	Плоскія накладки $\frac{I_0}{I_2} = 7.$			Угловыя накладки $\frac{I_0}{I_2} = 3.$		
$\varkappa/\mu = B/D$	$1/2$	1	2	$1/2$	1	2
$\max M$ пред.	$0.183\, Pl_0$	$0.222\, Pl_0$	$0.270\, Pl_0$	$0.188\, Pl_0$	$0.228\, Pl_0$	$0.276\, Pl_0$
$\max M'$	$0.179\, Pl_0$	$0.207\, Pl_0$	$0.241\, Pl_0$	$0.184\, Pl_0$	$0.213\, Pl_0$	$0.247\, Pl_0$
$\triangle \max M = \max M - \max M'$	$0.004\, Pl_0$	$0.015\, Pl_0$	$0.029\, Pl_0$	$0.004\, Pl_0$	$0.015\, Pl_0$	$0.029\, Pl_0$
$\frac{\triangle \max M.100}{\max M}$	2%	6.5%	10.5%	2%	6.5%	10.5%

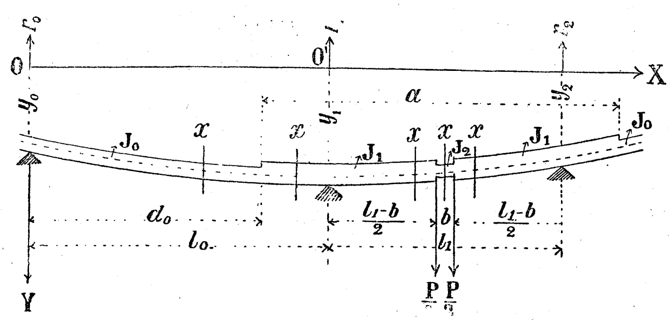
14. Примѣненіе метода Клапейрона къ опредѣленію максимальныхъ моментовъ и опорныхъ противодѣйствій въ стыковомъ пролетѣ.

Выраженія для опорныхъ противодѣйствій, какъ выше было сказано, могутъ быть найдены изъ уравненія упругой линіи $EI\frac{d^2y}{dx^2} = M_x$ примѣняя методъ Клапейрона.

Въ видахъ провѣрки найденныхъ нами ранѣе выраженій опредѣлимъ опорныя давленія для случая (черт. 30), когда длина накладки больше стыковаго пролета. Выраженія, которыя мы получимъ такимъ способомъ, будутъ намъ кромѣ того полезны для опредѣленія противодѣйствій опоръ, когда грузъ находится надъ стыковою шпалою.

Для сѣченія въ пролетѣ l_0, въ предположеніи равномѣрной нагрузки q въ этомъ пролетѣ, равной нулю:

Черт. 30.



$$M_x = A + Bx$$

$$M_{x=0} = M_0 = A, \text{ а } M_{x=l_0} = M_1 = M_0 + Bl_0,$$

отсюда

$$B = \frac{M_1 - M_0}{l_0} \quad \ldots\ldots\ldots (1) \quad \text{и}$$

$$M_x = M_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} x \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Послѣ подстановки этого выраженія для M_x въ уравненіе упругой линіи, и послѣ одного интегрированія находимъ:

$$EI_0 \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} + C_0 \quad \ldots\ldots (3)$$

$$EI_1 \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} + C_1 \quad \ldots\ldots (4)$$

При $x = 0$.

$$EI_0 \frac{dy}{dx} = EI_0 \, tg\alpha = C_0 \quad \ldots\ldots (5)$$

При $x = d_0$ изъ уравненія (3-го):

$$EI_0 \frac{dy}{dx} = tg\beta \times EI_0 = M_0 d_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{d^2{}_0}{2} + C_0 \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

При $x = d_0$ изъ уравненія (4-го):

$$EI_0 \frac{dy}{dx} = tg\beta \times EI_1 = M_0 d_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{d^2{}_0}{2} + C_1 \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Раздѣливъ (7) на (6), находимъ:

$$\frac{C_1 + M_0 d_0 + \left(\frac{M_1 - M_0}{l_0} \right) \frac{d^2{}_0}{2}}{C_0 + M_0 d_0 + \left(\frac{M_1 - M_0}{l_0} \right) \frac{d_0{}^2}{2}} = \frac{I_1}{I_0} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

или

$$C_1 = C_0 \frac{I_1}{I_0} - \left[M_0 d_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{d_0{}^2}{2} \right] \left(1 - \frac{I_1}{I_0} \right) \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Проинтегрировавъ (3) и (4), получаемъ:

$$EI_0 y = M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^3}{6} + C_0 x + C_0' . \quad . \; . \quad (10)$$

$$EI_1 y = M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_1' \; . \; . \; . \quad (11)$$

При $x = d_0$, оба эти уравненія даютъ:

$$EI_0 y_{d_0} = M_0 \frac{d_0{}^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{d_0{}^3}{6} + C_0 d_0 + C_0' =$$

$$= D_0 + C_0' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

$$EI_1 y_{d_0} = M_0 \frac{d_0{}^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{d_0{}^3}{6} + C_1 d_0 + C_1' =$$

$$= D_1 + C_1' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

По раздѣленіи (13) на (12) получается:

$$C_1'+D_1'=\frac{I_1}{I_0}(C_0'+D_0);\ \text{или}$$

$$C_1'=C_0'\frac{I_1}{I_0}-\left[D_1-D_0\frac{I_1}{I_0}\right],$$

а подставивъ вмѣсто D_1 и D_0 ихъ значенія:

$$C_1'=C_0'\frac{I_1}{I_0}-\left[M_0\frac{d_0^2}{2}+\frac{M_1-M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{6}\right]\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right)+$$
$$+\left(C_0\frac{I_1}{I_0}-C_1\right)d_0.$$

Вставивъ въ послѣднее выраженіе вмѣсто $C_0\frac{I_1}{I_0}-C_1$ его значеніе изъ (9), получимъ:

$$C_1'=C_0'\frac{I_1}{I_0}-\left(\frac{M_0d_0^2}{2}+\frac{M_1-M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{6}\right)\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right)+$$
$$+\left[M_0d_0^2+\left(\frac{M_1-M_0}{l_0}\right)\frac{d_0^2}{2}\right]\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right);$$

или

$$C_1'=C_0'\frac{I_1}{I_0}+\left(M_0\frac{d_0^2}{2}+\frac{M_1-M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{3}\right)\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right).\ .\ .\ .\ .\ (14)$$

Подставивъ въ (10) $x=0$ и въ (11) $x=l_0$, а также вмѣсто C_1' его значеніе изъ (14), находимъ:

$$EI_0y_0=C_0'\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (15)$$

$$EI_1y_1=\frac{M_0l_0^2}{2}+\frac{M_1-M_0}{l_0}\cdot\frac{l_0^3}{6}+\left(\frac{M_0d_0^2}{2}+\right.$$
$$\left.+\frac{M_1-M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{3}\right)\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right)+C_1l_0+C_0'\frac{I_1}{I_0}.\ .\ .\ .\ (16)$$

Умноживъ (16) на $\frac{I_0}{I_1}$, получаемъ:

$$EI_0 y_1 = \frac{I_0}{I_1}\left(\frac{M_0 l_0^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0}\frac{l_0^3}{6}\right) -$$

$$-\left(\frac{M_0 d_0^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{3}\right)\left(1 - \frac{I_0}{I_1}\right) + C_1 l_0 \frac{I_0}{I_1} + C_0' \quad . \; . \; . \; (17)$$

Подставивъ вмѣсто C_1 его величину изъ (9) находимъ:

$$EI_0 y_1 = \frac{I_0}{I_1}\left[\frac{M_0 l_0^2}{2} + \left(\frac{M_1 - M_0}{6}\right) l_0^2\right] +$$

$$+\left[M_0 d_0 l_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0}\frac{l_0 d_0^2}{2}\right]\left(1 - \frac{I_0}{I_1}\right) -$$

$$-\left(\frac{M_0 d_0^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0}\frac{d_0^3}{3}\right)\left(1 - \frac{I_0}{I_1}\right) + C_0 l_0 + C_0' \quad . \; . \; (18)$$

Сдѣлавъ приведеніе подобныхъ членовъ:

$$EI_0 y_1 = \frac{I_0}{I_1}\left(\frac{2M_0 + M_1}{6} l_0^2\right) +$$

$$+\left[M_0 d_0 l_0 + \left(\frac{M_1 - 2M_0}{2}\right) d_0^2 - \left(\frac{M_1 - M_0}{l_0}\right)\frac{d_0^3}{3}\right]\left(1 - \frac{I_0}{I_1}\right) +$$

$$+ C_0 l_0 + C_0' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (19)$$

Если начало координатъ перенести изъ точки O въ O′, то для части рельса вправо отъ точки O′ можно написать:

при $x \overline{<} \frac{l_1 - b}{2}$, $\qquad M_x = A' + B'x$

при $x \begin{matrix} > \frac{l_1 - b}{2} \\ < \frac{l_1 + b}{2} \end{matrix}$, $\qquad M_x = A' + B'x + \frac{P}{2}\left(x - \frac{l_1 - b}{2}\right)$

при $x \genfrac{}{}{0pt}{}{> \frac{l_1-b}{2}}{= l_1}$, $M_x = A' + B'x + \frac{P}{2}\left(x - \frac{l_1-b}{2} + \right.$

$$\left. + x - \frac{l_1+b}{2}\right) = A' + B'x + \frac{P}{2}(2x - l_1).$$

При $x=0$; $A' = M_1$

при $x = l_1$; $M_2 = M_1 + Bl_1 + \frac{P}{2} l_1$;

$$B = \frac{M_2 - M_1}{l_1} - \frac{P}{2}.$$

Тогда уравненія упругой линіи послѣ одного интегрированія превращаются въ слѣдующія:

$$\left(EI_1 \frac{dy}{dx}\right)_0^{\frac{l_1-b}{2}} = M_1 x + \left(\frac{M_2 - M_1}{l_1}\right)\frac{x^2}{2} -$$

$$- \frac{P}{2}\frac{x^2}{2} + C_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

$$\left(EI_2 \frac{dy}{dx}\right)_{\frac{l_1-b}{2}}^{\frac{l_1+b}{2}} = M_1 x + \left(\frac{M_2 - M_1}{l_1}\right)\frac{x^2}{2} -$$

$$- \frac{P}{2}\left(\frac{l_1-b}{2}\right)x + C_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

$$\left(EI_1 \frac{dy}{dx}\right)_{\frac{l_1+b}{2}}^{l_1} = M_1 x + \left(\frac{M_2 - M_1}{l_1}\right)\frac{x^2}{2} -$$

$$- \frac{P}{2}\left(\frac{x^2}{2} - lx\right) + C_4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

При $x=0$:

$$C_2 = \left(EI_1 \frac{dy}{dx}\right)_0 = EI_1 \, tg\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (23)$$

Для опредѣленія зависимости между C_3 и C_2, и C_4 и C_2 надо вставить соотвѣтственно:

$x=\frac{l_1-b}{2}$ въ уравненія (20 и 21) и

$x=\frac{l_1+b}{2}$ въ уравненія (21 и 22).

Тогда получаемъ, послѣ подстановкп $x=\frac{l_1-b}{2}$.

$$EI_1\, tg\,\delta=M_1\frac{l_1-b}{2}+\frac{M_2-M_1}{l_1}\left(\frac{l_1-b}{8}\right)^2-$$

$$-\frac{P}{2}\left(\frac{l_1-b}{8}\right)^2+C_2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (24)$$

$$EI_2\, tg\,\delta=M_1\frac{l_1-b}{2}+\frac{M_2-M_1}{l_1}\left(\frac{l_1-b}{8}\right)^2-$$

$$-\frac{P}{2}\left(\frac{l_1-b}{4}\right)^2+C_3 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (25)$$

Послѣ подстановки $\frac{l_1+b}{2}$ въ уравненія (21 и 22) находимъ:

$$EI_2\, tg\,\varepsilon=M_1\frac{l_1+b}{2}+\frac{M_2-M}{l_1}\left(\frac{l_1+b}{8}\right)^2-$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{l_1^2-b^2}{4}+C_3 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (26)$$

$$EI_1\, tg\,\varepsilon=M_1\frac{l_1+b}{2}+\frac{M_2-M_1}{l_1}\left(\frac{l_1+b}{8}\right)^2-$$

$$-\frac{P}{2}\left(\frac{3l_1^2+2l_1b-b^2}{8}\right)+C_4 \;.\;.\;.\;.\;.\; (27)$$

Обозначая сумму первыхъ трехъ членовъ въ уравненіи (24) чрезъ A_2 и въ уравненіи 25 чрезъ A_3, получаемъ:

$$\left.\begin{aligned} EI_1\, tg\,\delta &= A_2 + C_2 \\ EI_2\, tg\,\delta &= A_3 + C_3 \end{aligned}\right\} \text{ отсюда:}$$

$$A_3 + C_3 = (A_2 + C_2)\frac{I_2}{I_1}, \text{ или}$$

$$C_3 = C_2\frac{I_2}{I_1} + A_2\frac{I_2}{I_1} - A_3 = C_2\frac{I_2}{I_1} - \left(A_3 - A_2\frac{I_2}{I_1}\right).$$

Подставивъ вмѣсто A_3 и A_2 ихъ значенія, получимъ:

$$C_3 = C_2\frac{I_2}{I_1} - \left[M_1\frac{l_1-b}{2} + \frac{M_2-M_1}{l_1}\cdot\frac{(l_1-b)^2}{8}\right]\left(1-\frac{I_2}{I_1}\right) + \\ + \frac{P}{2}\frac{(l_1-b)^2}{4} - \frac{P}{2}\frac{(l_1-b)^2}{8}\frac{I_2}{I_1} \quad \ldots\ldots (28)$$

или

$$C_3\frac{I_1}{I_2} = C_2 + \left[M_1\frac{l_1-b}{2} + \frac{M_2-M_1}{l_1}\cdot\frac{(l_1-b)^2}{8}\right]\left(1-\frac{I_1}{I_2}\right) + \\ + \frac{P}{2}\frac{(l_1-b)^2}{4}\frac{I_1}{I_2} - \frac{P}{2}\frac{(l_1-b)^2}{8} \quad \ldots\ldots (29)$$

Назвавъ въ уравненіяхъ (26 и 27) сумму первыхъ трехъ членовъ соотвѣтственно чрезъ A_4 и A_5, находимъ, что:

$$EI_2\, tg\,\varepsilon = A_4 + C_3$$

$$EI_1\, tg\,\varepsilon = A_5 + C_4.$$

Зависимость между C_4 и C_2 получится, если изъ послѣдняго уравненія вычесть $EI_1\, tg\delta = A_2 + C_2$.

Тогда:

$$C_4+A_5-C_2-A_2=EI_1(tg\varepsilon-tg\delta)=\frac{EI_1}{EI_2}(A_4-A_2),\ \text{или}$$

$$C_4=C_2-(A_5-A_2)+\frac{I_1}{I_2}(A_4-A_5).$$

Подставивъ вмѣсто A_2, A_4 и A_5 ихъ величины, находимъ:

$$C_4=C_2-(M+M_2)\frac{b}{2}\left(1-\frac{I_1}{I_2}\right)+$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{l_1{}^2+2l_1b-b^2}{4}\right)-\frac{P}{2}\left(\frac{l_1b-b^2}{2}\right)\frac{I_1}{I_2}\ .\ .\ .\ (30)$$

Проинтегрировавъ еще разъ уравненія (20, 21 и 22), находимъ:

$$(EI_1y)_0^{\frac{l_1-b}{2}}=M_1\frac{x^2}{2}+\left(\frac{M_2-M_1}{l_1}\right)\frac{x^3}{6}-$$

$$-\frac{P}{2}\frac{x^3}{6}+C_2x+C_2'\ .\ .\ .\ .\ .\ (31)$$

$$(EI_2y)_{\frac{l_1-b}{2}}^{\frac{l_1+b}{2}}=M_1\frac{x^2}{2}+\frac{M_2-M_1}{l_1}\frac{x^3}{6}-$$

$$-\frac{P}{2}\left(\frac{l_1-b}{2}\right)\frac{x^2}{2}+C_3x+C_3'\ .\ .\ .\ .\ .\ (32)$$

$$(EI_1y)_{\frac{l_1+b}{2}}^{l_1}=M_1\frac{x^2}{2}+\frac{M_2-M_1}{l_1}\frac{x^3}{6}+$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{x^3}{6}-l_1\frac{x^2}{2}\right)+C_4x+C_4'\ .\ .\ .\ .\ .\ (33)$$

При $x=0$,

$$C_2'=EI_1y_1 \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

При $x=\frac{l_1-b}{2}$, уравненія (31 и 32) даютъ:

$$EI_1y'=M_1\frac{(l_1-b)^2}{8}+\left(\frac{M_2-M_1}{l_1}\right)\frac{(l_1-b)^3}{48}-$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1-b)^3}{48}+C_2\left(\frac{l_1-b}{2}\right)+C_2' \quad \ldots \quad (35)$$

$$EI_2y'=M_1\frac{l_1-b^2}{8}+\left(\frac{M_2-M_1}{l_1}\right)\frac{(l_1-b)^3}{48}-$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1-b)^3}{16}+C_3\left(\frac{l_1-b}{2}\right)+C_3' \quad \ldots\ldots \quad (36)$$

При $x=\frac{l_1+b}{2}$,

$$EI_2y''=M_1\frac{(l_1+b)^2}{8}+\left(\frac{M_2-M_1}{l_1}\right)\frac{(l_1+b)^3}{48}-$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1-b)(l_1+b)^2}{16}+C_3x+C_3' \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

$$EI_1y''=M_1\frac{(l_1+b)^2}{8}+\left(\frac{M_2-M_1}{l_1}\right)\frac{(l_1+b)^3}{48}-$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1-b)^2}{48}(5l_1-b)+C_4x+C_4' \quad \ldots \quad (38)$$

Назвавъ въ этихъ уравненіяхъ (35-38) сумму членовъ, зависимыхъ отъ $l_1 \mp b$, чрезъ B_2, B_3, B_4 и B_5, можно написать:

$$\left.\begin{aligned} EI_1y' &= B_2 + C_2' \\ EI_2y' &= B_3 + C_3' \\ EI_2y'' &= B_4 + C_3' \\ EI_1y'' &= B_5 + C_4' \end{aligned}\right\}$$

Изъ этихъ уравненій получаемъ:

$$B_5 + C_4' - B_2 - C_2' = EI_1(y'' - y');$$

но $y'' - y' = \dfrac{B_4 - B_3}{EI_2}$,

слѣдовательно:

$$C_4' = C_2' - (B_5 - B_2) + \frac{I_1}{I_2}(B_4 - B_3).$$

Подставляя вмѣсто $B_2 - B_5$ ихъ значенія, находимъ:

$$C_4' = C_2' - \left[\frac{M_1 l_1 b}{2} + \left(\frac{M_2 - M_1}{l_1}\right)\left(\frac{3l_1^2 b + b^3}{24}\right)\right]\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) -$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1 - b)(l_1 b)}{4}\,\frac{I_1}{I_2} + \frac{P}{2}\left(\frac{l_1^3 + 3l_1^2 b}{12}\right) -$$

$$-C_4\frac{l_1 + b}{2} + C_2\frac{l_1 - b}{2} + \frac{I_1}{I_2}C_3 . b \quad . \; . \; . \; . \; (39)$$

Подставивъ въ послѣднее уравненіе (39) вмѣсто C_3 и C_4 изъ величины, найденныя нами раньше (уравненія 29 и 30), и сдѣлавъ приведеніе подобныхъ членовъ, получимъ:

$$C_4' = C_2' + \left[M_1\left(\frac{3l_1^2 b - b^3}{12\,l_1}\right) + M_2\left(\frac{3l_1^2 b + b^3}{12\,l_1}\right)\right]\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) -$$

$$-\frac{P}{2}\,\frac{(l_1^3 - 3l_1 b^2 + 6l_1^2 b)}{24} - \frac{P}{2}\left(\frac{l_1 b^2 - l_1^2 b}{4}\right)\frac{I_1}{I_2} \quad . \; . \; . \; . \; . (40)$$

$$C_4 l_1 = C_2 l_1 - \left(M_1 + M_2\right)\frac{l_1^2 b}{2l_1}\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) +$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{l_1^3 + 2l_1^2 b - l_1 b^2}{4}\right) - \frac{P}{2}\left(\frac{l_1^2 b - l_1 b^2}{2}\right)\frac{I_1}{I_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (41)$$

$$C_4 l_1 + C_4' = C_2 l_1 - C_2' - M_1\left(\frac{3l_1^2 b + b^3}{12\, l_1}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) -$$

$$-M_2\left(\frac{3l_1^2 b - b^3}{12\, l_1}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) +$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{5l_1^3 + 6l_1^2 b + 3l_1^2 b}{24}\right) - \frac{P}{2}\left(\frac{l_1^2 b - l_1^2 b}{4}\right)\frac{I_1}{I_2} \quad . \; . \; . \; . \; . (42)$$

При $x = l_1$, уравненіе (33) даетъ, послѣ подстановки вмѣсто $C_4 l_1 + C_4'$ его значенія:

$$EI_1 y_2 = (2M_1 + M_2)\frac{l_1^2}{6} - \frac{P}{2}\left(\frac{l_1^3}{3} - \frac{5b_1^3}{24} +\right.$$

$$\left. + \frac{2l_1^2 b + l_1 b^2}{8}\right) - M_1\left(\frac{3l_1^2 b + b^3}{12\, l_1}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) -$$

$$-M_2\left(\frac{3l_1^2 b - b^3}{12\, l_1}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) - \frac{P}{2}\left(\frac{l_1^2 b - l_1 b^2}{4}\right) \cdot \frac{I_1}{I_2} +$$

$$+ C_2 l_1 + C_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . (43)$$

Подставивъ вмѣсто C_2' его выраженія изъ (34) и раздѣливъ на l_1, находимъ:

$$\frac{EI_1(y_2 - y_1)}{l_1} = (2M_1 + M_2)\,\frac{l_1}{6} -$$

$$-M_1\left(\frac{3l_1^2 b + b^3}{12\, l_1^2}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) -$$

$$-M_2\left(\frac{3l_1^2 b - b^3}{12\, l_1^2}\right)\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) - \frac{P}{2}\left(\frac{3l_1^2}{24} - \frac{2l_1 b + b^2}{8}\right) -$$

$$-\frac{P}{2}\left(\frac{l_1 b - b^2}{4}\right) \cdot \frac{I_1}{I_2} + C_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . (44)$$

Изъ уравненія (19), вставивъ вмѣсто C_0' его величину изъ (14), получаемъ:

$$\frac{EI_0(y_1-y_0)}{l_0}=\frac{I_0}{I_1}(2M_0+M_1)\frac{l_0}{6}+\left[M_0 d_0+\left(\frac{M_2-2M_0}{2}\right)\frac{d_0^2}{l_0}-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{M_1-M_0}{l_0^2}\right)\frac{d_0^3}{3}\right]\left(1-\frac{I_0}{I_1}\right)+C_0 \ldots \ldots (45)$$

$$C_2=EI_1 tg\gamma=M_0 l_0+\left(\frac{M_1-M_0}{l_0}\right)\frac{l_0^2}{2}+$$

$$+C_1=\frac{M_0 l_0}{2}+\frac{M_1}{2}l_0+C_1;$$

$$C_2=EI_1 tg\gamma=\left(\frac{M_0+M_1}{2}\right)l_0+C_1=\frac{M_0+M_1}{2}l_0+$$

$$+C_0\frac{I_1}{I_0}-\left(M_0 d_0+\frac{M_1-M_0}{l_0}\frac{d_0^2}{2}\right)\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right) \ldots \ldots (45)$$

$$C_0\frac{I_1}{I_0}=C_2-\left(\frac{M_0+M_1}{2}\right)l_0+$$

$$+\left[M_0 d_0+\left(\frac{M_1-M_0}{l_0}\right)\frac{d_0^2}{2}\right]\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right) \ldots \ldots (46)$$

Уравненіе (45) послѣ помноженія на $\frac{I_1}{I_0}$ получитъ видъ:

$$EI_1\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}\right)=(2M_0+M_1)\frac{l_0}{6}-$$

$$-\left[M_0 d_0++\left(\frac{M_1-2M_0}{l_0}\right)\frac{d_0^2}{2}-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{M_1-M_0}{l_0^2}\right)\frac{d_0^3}{3}\right]\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right)+C_0\frac{I_1}{I_0} \ldots \ldots (47)$$

Подставивъ въ послѣднемъ выраженіи вмѣсто $C_0\frac{I_1}{I_0}$ его значеніе изъ (46), находимъ:

$$EI_1\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}\right)=-(2M_1+M_0)\frac{l_0}{6}+$$

$$+\left[\frac{M_0 d_0^2}{2\,l_0}+\left(\frac{M_1-M_0}{l_0^2}\right)\frac{d_0^3}{3}\right]\left(l_1-\frac{I_1}{I_0}\right)+C_2 \quad \ldots\ldots (48)$$

Если вычтемъ (44) изъ (48), то исключимъ C_2. Если затѣмъ обѣ части уравненія умножимъ на $\frac{I_0}{I_1}$ и замѣнимъ d_0 его величиною $d_0=l_0+\frac{l_1-a}{2}$, то получимъ:

$$6EI_0\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=-\Big[M_0 l_0+2M_1(l_0+l_1)+$$

$$+M_2 l_1\Big]\frac{I_0}{I_1}+(M_1+M_2)\frac{3b}{2}\left(\frac{I_0}{I_1}-\frac{I_0}{I_2}\right)+$$

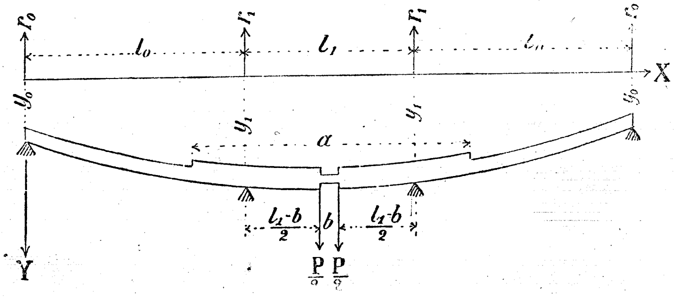
$$+(M_1-M_2)\frac{b^3}{2l_0^2}\left(\frac{I_0}{I_1}-\frac{I_0}{I_2}\right)+\left[3M_0\frac{\left(l_0+\frac{l_1-a}{2}\right)^2}{l_0}+\right.$$

$$\left.+\frac{2(M_1-M_0)\left(l_0+\frac{l_1-a}{2}\right)^3}{l_0^2}\right]\left(\frac{I_0}{I_1}-1\right)+$$

$$+\frac{3P}{2}\frac{(l_1-b)^2}{4}\frac{I_0}{I_1}+\frac{3}{4}P(l_1-b)b.\frac{I_0}{I_2} \quad \ldots\ldots (49)$$

Если примѣнить формулу (49) къ балкѣ (черт. 31) на 4 опорахъ со стыковымъ пролетомъ по срединѣ, то вслѣдствіе симметріи расположенія:

Черт. 31.



$$y_1 = y_2;\quad M_1 = M_2.$$

Кромѣ того:

$$M_0 = M_3 = 0,\quad M_1 = -r_0 l_0,\qquad (y_1 - y_0) = \varkappa(r_1 - r_0) = \varkappa\left(\frac{P}{2} - 2r_0\right).$$

Вставивъ эти значенія въ уравненіе (49), получаемъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0}\varkappa(r_1-r_0) = \left[2r_0 l_0(l_0+l_1) + r_0 l_1 l_0\right]\frac{I_0}{I_1} - 3\,r_0\,l_0\,b\left(\frac{I_0}{I_1}-\frac{I_0}{I_2}\right) - \frac{2r_0\left(l_0+\frac{l_1-a}{2}\right)^3}{l_0^2}\left(\frac{I_0}{I_1}-1\right) +$$

$$+ {}^3/_2 P\,\frac{(l_1-b)^2}{4}\frac{I_0}{I_1} + {}^3/_4 P(l_1-b)b\,\frac{I_0}{I_2}.$$

Назвавъ по прежнему $l_1 = \alpha l_0$; $b = \beta l_0$ и $\frac{6EI_0}{l_0^3} = \frac{1}{\mu}$,

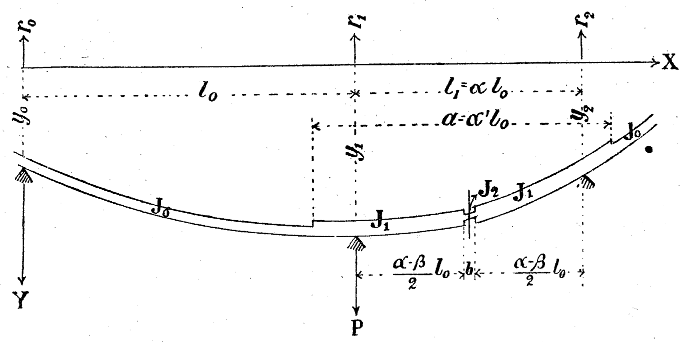
найдемъ, рѣшая это уравненіе относительно r_0:

$$r_0 = \frac{\varkappa/_\mu - {}^3/_4\,(\alpha-\beta)^2\,\frac{I_0}{I_1} - {}^3/_2(\alpha-\beta)\,\beta\frac{I_0}{I_2}}{4\varkappa/_\mu + 4\left[1+\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}-1\right)^3\right]\frac{I_0}{I_1} + 4\left(1-\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right)^3 + 6(\alpha-\beta)\frac{I_0}{I_1} + 6\beta\frac{I_0}{I_2}}\,P$$

т. е. получаемъ совершенно тождественное выраженіе съ выраженіемъ (66), найденнымъ нами раньше на основаніи принципа минимальной работы.

Если примѣнить туже формулу (49) къ балкѣ, лежащей на 3 опорахъ черт. 32 съ нагрузкою P надъ среднею

Черт. 32.



(стыковою) шпалою, то члены, содержащіе P, исключаются; кромѣ того имѣемъ, что:

$$M_0=M_2=0,\quad M_1=-r_0l_0,\quad \frac{y_1-y_0}{l_0}=\frac{\varkappa(r_1-r_0)}{l_0},$$

$$\frac{y_1-y_2}{l_1}=\frac{\varkappa(r_1-r_2)}{al_0},\quad r_0+r_1+r_2=P,$$

$$r_1=P-r_0\left(1+\frac{1}{a}\right)\ \text{и}\ r_2=\frac{r_0}{a}.$$

Тогда первая часть уравненія (49) представится въ видѣ:

$$\frac{6EI_0}{l_0}\left(\frac{y_1-y_0}{l_0}+\frac{y_1-y_2}{l_1}\right)=$$

$$=\frac{6EI_0}{l_0}\left[P\left(1+\frac{1}{a}\right)-2r_0\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)\right].$$

Подставивъ эти величины въ выраженіе (49), находимъ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^{\,3}}\left[\,P\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)-2r_0\left(1+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)\,\right]=2r_0\,(1+\alpha)\frac{I_0}{I_1}+\frac{r_0}{2}\,\beta\,(3-\beta^2)\left(\frac{I_0}{I_2}-\frac{I_0}{I_1}\right)+2r_0\left(1+\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right)^3\left(1-\frac{I_0}{I_1}\right).$$

Рѣшая послѣднее уравненіе относительно r_0:

$$r_0=\frac{\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{\varkappa}/_{\mu}}{2^{\varkappa}/_{\mu}\left(1+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)+2(1+\alpha)\frac{I_0}{I_1}+\frac{\alpha\beta}{2}(3-\beta^2)\left(\frac{I_0}{I_2}-\frac{I_0}{I_1}\right)+2\left(1+\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right)^3\left(1-\frac{I_0}{I_1}\right)}\,P.$$

Если пренебречь по малости β степенями ея выше первой и принять, что длина накладки равна стыковому пролету, то выраженіе для r_0 значительно упростится:

$$r_0=\frac{\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)^{\varkappa}/_{\mu}}{2^{\varkappa}/_{\mu}\left(1+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)+2(1+\alpha)\frac{I_0}{I_1}+\frac{3\alpha\beta}{2}\left(\frac{I_0}{I_2}-\frac{I_0}{I_1}\right)+2\left(1-\frac{I_0}{I_1}\right)}\,P.$$

Для принятыхъ нами ранѣе значеній $\alpha={}^5/_8$ и $\beta=0._{02}$:

$$r_0=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}}{3._{9692}{}^{\varkappa}/_{\mu}+0\ _{7692}+0._{4737}\frac{I_0}{I_1}+0._{0072}\frac{I_0}{I_2}}\,P.$$

При плоскихъ накладкахъ, т. е. при $\frac{I_0}{I_1}={}^7/_8$ и $\frac{I_0}{I_2}=7$.

$$r_0=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}}{3{\cdot}_{9692}{}^{\varkappa}/_{\mu}+1{\cdot}_{2341}}P,$$

а при угловыхъ накладкахъ и при $\frac{I_0}{I_1}={}^3/_4$, а $\frac{I_0}{I_2}=3$:

$$r_0=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}}{3{\cdot}_{9692}{}^{\varkappa}/_{\mu}+1{\cdot}_{1461}}P.$$

Зная r_0, легко найти r_1 и r_2 по формуламъ:

$$r_1=P-r_0\left(1+\frac{1}{a}\right) \text{ и } r_2=r_0\frac{1}{a}.$$

Таблица XVI.

Накладки.	Плоскія $\frac{I_0}{I_2}=7$.			Угловыя $\frac{I_0}{I_2}=3$.		
${}^{\varkappa}/_{\mu}={}^{B}/_{D}=$	$^1/_2$	1	2	$^1/_2$	1	2
r_0	$0{\cdot}_{1554}$ P	$0{\cdot}_{1922}$ P	$0{\cdot}_{2171}$ P	$0{\cdot}_{1597}$ P	$0{\cdot}_{1955}$ P	$0{\cdot}_{2192}$ P
r_2	$0{\cdot}_{2486}$ P	$0{\cdot}_{3075}$ P	$0{\cdot}_{3474}$ P	$0{\cdot}_{2555}$ P	$0{\cdot}_{3128}$ P	$0{\cdot}_{3507}$ P
$r_1=\max r=$	$0{\cdot}_{5960}$ P	$0{\cdot}_{5003}$ P	$0{\cdot}_{4355}$ P	$0{\cdot}_{5848}$ P	$0{\cdot}_{4917}$ P	$0{\cdot}_{4301}$ P

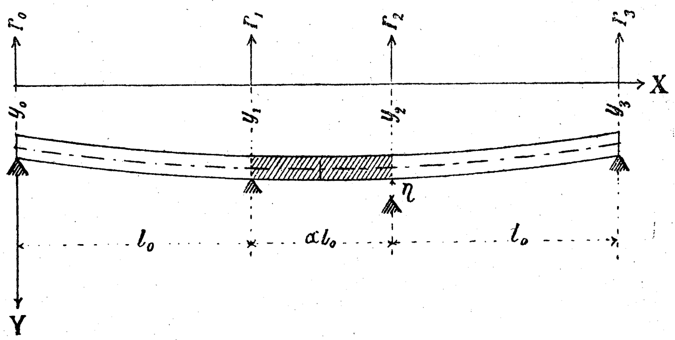
Сопоставивъ значенія максимальныхъ опорныхъ давленій на стыковыя шпалы, указанныя въ таблицѣ XVI, съ значеніями опорныхъ давленій на промежуточныя шпалы (см. табл. II), усматривается, что первыя меньше вторыхъ.

Тотъ же результатъ получимъ и при дѣйствіи системы грузовъ, такъ какъ, вслѣдствіе меньшей величины стыковаго пролета сравнительно съ промежуточнымъ, давленіе отъ груза, расположеннаго надъ стыковою шпалою (упругою опорою), переданное на сосѣднія шпалы, будетъ больше, а слѣдовательно давленіе на разсматриваемую стыковую шпалу уменьшится противу того наибольшаго давленія, какое получается отъ дѣйствія системы грузовъ на одни лишь промежуточные рельсовые пролеты. Такимъ образомъ, при упругой работѣ накладокъ и при отсутствіи зазора между ними и рельсами, максимальное давленіе на стыковую шпалу меньше такихъ же давленій на промежуточныя шпалы. Ниже мы увидимъ, что при случаяхъ болѣе близкихъ къ практикѣ, когда существуетъ зазоръ между рельсами и накладками, можемъ получить и обратный результатъ, а въ нѣкоторыхъ случаяхъ, при очень изношенныхъ рельсахъ и накладкахъ, давленіе на стыковую шпалу можетъ оказаться равнымъ давленію колеса на рельсъ, а если принять во вниманіе собственный вѣсъ верхняго строенія, то и больше таковаго.

15. Вліяніе несовершенной подбивки на увеличеніе дѣйствующихъ на накладки моментовъ.

Если назовемъ приращенія опорныхъ моментовъ, обусловленныя пониженіемъ на η напр. одной средней опоры, послѣдовательно чрезъ ΔM_0, ΔM_1, ΔM_2 и ΔM_3, то приращенія опорныхъ сопротивленій Δr_0, Δr_1, Δr_2 и Δr_3 опредѣлятся изъ клапейроновскихъ уравненій вида (черт. 33):

Черт. 33.



$$\frac{6EI_0}{l_0^2}\left(\Delta y_1-\Delta y_0+\frac{\Delta y_1-\Delta y_2}{\alpha}-\frac{\eta}{\alpha}\right)=$$

$$=2\Delta M_1\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+\Delta M_2\,\alpha\frac{I_0}{I_1},\ \text{и}$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}\left[\frac{\Delta y_2-\Delta y_1}{\alpha}+\Delta y_2-\Delta y_3+\eta\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)\right]=$$

$$=\Delta M_1\alpha\frac{I_0}{I_1}+2\Delta M_2\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right).$$

$$\Delta M_1=\Delta r_0 l_0$$
$$\Delta M_2=[\Delta r_0(1+\alpha)+\Delta r_1\alpha]l_0$$
$$\Delta M_3=\Delta r_0(2+\alpha)+\Delta r_1(1+\alpha)+\Delta r_2=0$$
$$\Delta r_3=-\Delta r_0-\Delta r_1-\Delta r_2$$
$$\Delta y_1-\Delta y_0=\varkappa(\Delta r_1-\Delta r_0);$$
$$\Delta y_1-\Delta y_2=\varkappa[\Delta r_0(2+\alpha)+\Delta r_1(2+\alpha)].$$
$$\Delta y_2-\Delta y_3=\varkappa(\Delta r_2-\Delta r_3)=-\varkappa\Delta r_0(3+2\alpha)-\varkappa\Delta r_1(1+2\alpha).$$

Подставивъ эти величины въ уравненія, находимъ:

$$\varkappa/\mu\left[(\Delta r_1-\Delta r_0)+\Delta r_0\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)+\Delta r_1\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)\right]=$$

$$=2\Delta r_0\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+\left[\Delta r_0(1+\alpha)+\Delta r_1\alpha\right]\alpha\frac{I_0}{I_1}+\frac{\eta}{\alpha}B.$$

$$\varkappa/\mu\left[\Delta r_0\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)+\Delta r_1\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)+\Delta r_0(3+2\alpha)+\right.$$

$$\left.+\Delta r_1(1+2\alpha)\right]=-\Delta r_0\alpha\frac{I_0}{I_1}-2\left[\Delta r_0(1+\alpha)+\right.$$

$$\left.+\Delta r_1\alpha\right]\left(1+\alpha\frac{I_0}{I_1}\right)+\eta\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)B.$$

или

$$\left[{}^{\varkappa}/_{\mu} \cdot \frac{2}{a} - \left(2 + 3\,a\frac{I_0}{I_1} + a^2\,\frac{I_0}{I_1}\right)\right]\Delta r_0 +$$

$$+\left[{}^{\varkappa}/_{\mu}\left(\frac{2}{a}+2\right) - a^2\frac{I_0}{I_1}\right]\Delta r_1 = \frac{\eta}{a}B.$$

$$\left[{}^{\varkappa}/_{\mu}\left(\frac{2}{a} + 4 + 2a\right) + \left(2 + 2a + 3a\frac{I_0}{I_1} + 2a^2\frac{I_0}{I_1}\right)\right]\Delta r_0 +$$

$$+\left[{}^{\varkappa}/_{\mu}\left(\frac{2}{a}+2+2a\right) + 2a + 2a^2\,\frac{I_0}{I_1}\right]\Delta r_1 = \frac{\eta(1+a}{a}B.$$

Подставивъ вмѣсто a, $\frac{I_0}{I_1}$, подобно предыщему $a = {}^5/_8$ и $\frac{I_0}{I_1} = {}^7/_8$ для плоскихъ, и $\frac{I_0}{I_1} = {}^3/_4$ для угловыхъ, будемъ имѣть послѣ, сокращеній, для плоскихъ накладокъ:

$$(2{}^{\varkappa}/_{\mu} - 2._{49})\Delta r_0 + (3._{25}{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0._{21})\Delta r_1 = \eta B.$$

$$(3._{25}{}^{\varkappa}/_{\mu} + 2._{14})\Delta r_0 + (2._{44}{}^{\varkappa}/_{\mu} + 0._{74})\Delta r_1 = \eta B.$$

и для угловыхъ накладокъ:

$$(2{}^{\varkappa}/_{\mu} - 2._{31})\Delta r_0 + (3._{25}{}^{\varkappa}/_{\mu} - 0._{18})\Delta r_1 = \eta B.$$

$$(3._{25}{}^{\varkappa}/_{\mu} + 2._{02})\Delta r_0 + (2._{44}{}^{\varkappa}/_{\mu} + 0._{72})\Delta r_1 = \eta B.$$

Опредѣливъ изъ этихъ уравненій Δr_0, Δr_1 и $\Delta \max M = \left[\Delta r_0 + \frac{a}{2}(\Delta r_0 + \Delta r_1)\right] l_0$, получимъ приращенія моментовъ, обусловленныя несовершенствомъ подбивки поперечинъ:

Таблица XVII.

	Плоскія накладки $I_0=7I_2$.			Угловыя накладки $I_0=3I_2$.		
$^{\varkappa}/_{\mu}={}^{B}/_{D}=$	$^1/_2$	1	2	$^1/_2$	1	2
Δ max M При $B=2P$ и $\eta=0._5$ сант.	$0._{112}\,B\eta l_0$	$0._{092}\,B\eta l_0$ $0._{092}\,Pl_0$	$0._{068}\,B\eta l_0$ $0._{068}\,Pl_0$	$0._{116}\,B\eta l_0$	$0._{099}\,B\eta l_0$ $0._{099}\,Pl_0$	$0._{075}\,B\eta l_0$ $0._{075}\,Pl_0$

Потайные толчки въ стыкѣ, т. е., зазоръ между стыковою шпалою и балластомъ вообще болѣе значительны, какъ показываютъ наблюденія, чѣмъ потайные толчки на промежуточныхъ шпалахъ; при плохомъ глинистомъ балластѣ, т. е., при маломъ значеніи силы D и въ особенности при существованіи зазора между рельсами накладками, они достигаютъ 5 *mm*.

Изъ таблицы XVII видно, что приращенія моментовъ, обусловленные такими потайными толчками, очень велики и достигаютъ $40^0/_0$ max M.

Хотя такой случай ненормально содержаннаго пути долженъ подлежать особому изслѣдованію, но и при ничтожныхъ потайныхъ толчкахъ, когда напр. $\eta=1$ *mm*, приращенія моментовъ могутъ превзойти то уменьшеніе момента, какое обусловливается вліяніемъ вѣса верхняго строенія. А потому, если при разсчетѣ моментовъ, изгибающихъ накладки отъ дѣйствія сосредоточеннаго груза, мы не вводимъ въ разсчетъ вліянія потайныхъ толчковъ, то тѣмъ болѣе можно пренебречь вліяніемъ вѣса верхняго строенія.

На томъ же основаніи возможно игнорировать и вліяніе другихъ сосредоточенныхъ грузовъ, такъ какъ аналогично тому, что было сказано о промежуточныхъ пролетахъ, вліяніе этихъ грузовъ на уменьшеніе моментовъ, изгибающихъ накладки, при достаточномъ удаленіи этихъ грузовъ другъ отъ друга, очень не велико и не превосходитъ того приращенія момента, которое имѣетъ мѣсто при несовершенствѣ подбивки поперечинъ.

16. Опредѣленіе напряженій въ накладкахъ и въ рельсахъ въ стыковомъ пролетѣ.

Максимальные моменты, изгибающіе накладки въ стыковомъ пролетѣ, значительно меньше максимальныхъ моментовъ, изгибающихъ рельсъ въ промежуточныхъ пролетахъ (см. табл. II и XIII), но такъ какъ моментъ сопротивленія W_2 накладокъ составляетъ лишь только часть момента сопротивленія W_0 рельса, то напряженія въ накладкахъ получаются весьма значительными. Въ самомъ дѣлѣ, принявъ для отношеній между моментами сопротивленій рельса и плоской накладки $\frac{W_0}{W_1}=4._5$, рельса и угловой накладки $\frac{W_0}{W_2}=3$ при нагрузкѣ $P=7500$ килограм. на колесо и при $l_0=80$ сант., находимъ, что напряженія R въ плоскихъ и угловыхъ накладкахъ составляютъ при рельсахъ:

	Плоскія накладки.	Угловыя накладки.
20 фнт. въ 1 п. ф.	$R=\frac{\max M\times 4._5}{95}$;	$\frac{\max M\times 3}{95}$;
$22\frac{1}{2}$ фнт. въ 1 п. ф.	$R=\frac{\max M\times 4._5}{118}$;	$\frac{\max M\times 3}{118}$;
$24\frac{1}{2}$ фнт. въ 1 п. ф.	$R=\frac{\max M\times 4._5}{140}$;	$\frac{\max M\times 3}{140}$.

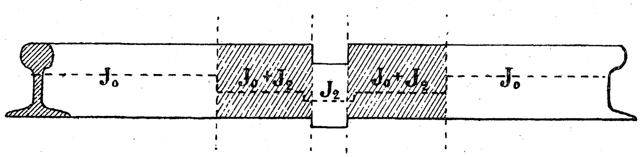
Въ этихъ выраженіяхъ max M долженъ быть опредѣленъ для даннаго $^B/_D = ^\varkappa/_\mu$ на основаніи формулы 82. Для значеній $^\varkappa/_\mu = ^1/_2$, 1 и 2, напряженія въ накладкахъ показаны въ таблицѣ XVIII. Оказывается, что напряженія въ плоскихъ накладкахъ настолько велики, что накладки сопротивляться упругимъ образомъ изгибу не въ состояніи, и что онѣ могутъ получить постоянный прогибъ даже при статическомъ дѣйствіи груза. Этотъ выводъ вполнѣ подтверждается дѣйствительными фактами, такъ какъ не только обѣ плоскія накладки, но система изъ одной плоской и одной угловой накладокъ, послѣ прохода поѣздовъ не сохраняетъ своего первоначальнаго вида, а получаетъ постоянный изгибъ по срединѣ длины.

Таблица XVIII.

	Плоскія накладки $I_0=7I_2$; $W_0=4.5W_2$.			Угловыя накладки $I_0=3I_2$; $W_0=3W_2$.		
$^\varkappa/_\mu = ^B/_D =$	$^1/_2$	1	2	$^1/_2$	1	2
20 фнт. въ 1 п. ф. $I_0=520$; $W_0=95$	52	63	—	35.6	42.4	—
$22^1/_2$ „ „ 1 „ ф. $I_0=700$; $W_0=118$	42	51	62	28.7	34.8	42.2
$24^1/_2$ „ „ 1 „ ф. $I_0=900$; $W=140$	35	43	52	24.2	29.4	35.5

Напряженія въ угловыхъ накладкахъ, хотя и не превосходятъ при хорошемъ балластѣ предѣла упругости при статическомъ дѣйствіи груза, но они все же столь велики, что накладки не въ состояніи сопротивляться упругимъ образомъ динамическому дѣйствію груза. Накладки изготовляются изъ болѣе мягкой стали съ временнымъ сопротивленіемъ 55-60 килиграм. на 1 кв. милл., и по аналогіи съ рельсами (см. стр. 66) для того, чтобы накладки сопротивлялись динамическому изгибу упругимъ образомъ, необходимо, чтобы напряженія, разсчитанныя по статическому моменту, не превосходили четвертой части временнаго сопротивленія, т. е., $\frac{60}{4}=15$ килограм. на 1 кв. милл. Изъ таблицы XVI усматривается, что даже въ угловыхъ накладкахъ при $24._5$ фнт. рельсахъ напряженія значительно превосходятъ этотъ предѣлъ. Кромѣ того въ угловыхъ накладкахъ будутъ имѣть мѣсто дополнительныя напряженія, являющіяся вслѣдствіе колѣнчатаго вида (черт. 34)

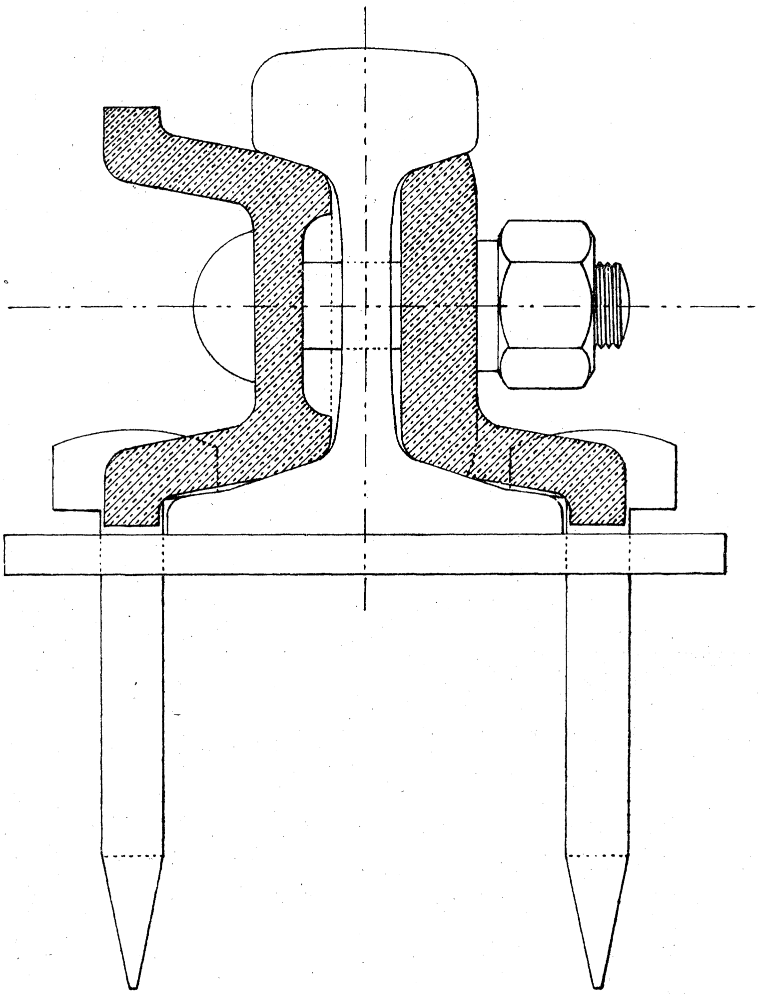
Черт. 34.



продольной оси рельсовой балки. Наши всѣ формулы выведены въ предположеніи сохраненія прямолинейности этой оси; при угловомъ сѣченіи накладокъ, прямолинейность не можетъ быть достигнута и отступленіе будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ профиль накладки сильнѣе. Эти дополнительныя напряженія не имѣли бы мѣста при симметричномъ сѣченіи накладокъ и при условіи положенія центра тяжести рельса по срединѣ высоты его шейки, такъ какъ при этихъ условіяхъ отъ приложенія накладокъ симметричнаго сѣченія къ рельсу, центръ тяжести всей системы не измѣнитъ своего положенія. Внутренняя накладка, обращенная къ закраинѣ бандажа при сказанномъ условіи по необходимости должна быть плоскою, тогда какъ поперечному сѣченію наружной можетъ быть придана жесткая форма въ видѣ [. Кромѣ того угловое сѣченіе обѣихъ накладокъ представляется нераціональнымъ и въ смыслѣ утилизаціи матеріала, такъ какъ при одинаковой площади поперечныхъ сѣченій наименьшій моментъ сопротивленія двухъ уголковъ . меньше момента сопротивленія поперечнаго сѣченія плоской и коробчатой накладокъ .

Такъ напр., при $24^1/_2$ фнт. рельсахъ, моментъ сопротивленія двухъ угловыхъ накладокъ равенъ $48._{66}$ куб. сант. (или около $^1/_3$ момента сопротивленія W_0 поперечнаго сѣченія рельса), тогда какъ моментъ сопротивленія плоской и коробчатой накладокъ, при сохраненіи того же вѣса, равенъ $16._{78}+48=64._{78}$ куб. сант. или немногимъ меньше $^1/_2 W_0$. Въ виду того, что изгибающіе моменты измѣняются весьма незначительно съ измѣненіемъ момента инерціи накладокъ (таблица XIII), напряженія въ симметричныхъ накладкахъ (плоской и коробчатой) при той же площади поперечнаго сѣченія, что и угловыя, будутъ равны приблизительно двумъ третямъ напряженій въ угловыхъ накладкахъ, показанныхъ въ таблицѣ XVI. Оказывается затѣмъ, что и при значительномъ полуторномъ увеличеніи момента сопротивленія накладокъ, напряженія въ нихъ тѣмъ не менѣе больше прочнаго сопротивленія $R=15$ кгр. на 1 кв. милл. Утолщеніемъ горизонтальныхъ полокъ коробчатой накладки и замѣною плоской накладки съ выкружкою — угловою безъ выкружки со стороны, обращенной къ рельсу (черт. 35), мы могли бы, пренебрегая незначительнымъ колѣнчатымъ видомъ продольной оси рельсовой балки, увеличить моментъ сопротивленія такихъ накладокъ до 84 куб. сант., т. е. до $0._6 W_0$. Препятствіемъ къ дальнѣйшему увеличенію момента сопротивленія коробчатой накладки при рельсахъ вѣсомъ $24^1/_2$ фнт. въ 1 п. ф. служатъ трудности, сопряженныя съ завинчиваніемъ болтовъ и выдергиваніемъ костылей. Принявъ для максимальнаго значенія момента сопротивленія накладокъ $0._6 W_0$, найдемъ напряженія въ нихъ: при $^x/_\mu={}^1/_2$, $R_{1/2}=15._{95}$; при $^x/_\mu=1$, $R_1=19._{33}$ и наконецъ при $^x/_\mu=2$, $R_2=23._{44}$ кгр. на 1 кв. милл., т. е. все

Черт. 35.



же большія прочнаго сопротивленія R=15 кгр. на 1 кв. милл.

Отсюда слѣдуетъ, что, каково бы нибыло качество балласта, профиль рельса вѣсомъ $24\frac{1}{2}$ фнт. въ 1 п. ф. недостаточна для того, чтобы можно было рельсы этого профиля связать накладками, способными сопротивляться изгибу упругимъ образомъ и что для удовлетворенія послѣдняго условія профиль рельса должна быть увеличена въ тѣмъ большей степени, чѣмъ качество балласта хуже. Такъ напр., замѣнивъ рельсы вѣсомъ $24^1/_2$ фнт. въ 1 п. ф. рельсами вѣсомъ 27 фнт. въ 1 п. ф., моментъ инерціи которыхъ равенъ 1165 сант. (т. е. равенъ $^5/_4$ момента инерціи рельса вѣсомъ $24^1/_2$ фнт. въ 1 п. ф.), а моментъ сопротивленія равенъ 167 куб. сант., мы можемъ довести моментъ сопротивленія двухъ накладокъ угловой и коробчатой до $112._5$ куб. сант. Изгибающій накладки моментъ опредѣлится тогда изъ выраженія ($78a$):

$$\max M = \left(\frac{\varkappa/\mu - {}^3/_4 \cdot {}^{25}/_{64} \cdot 0._{6274}}{4\varkappa/\mu + 4 + {}^{15}/_4 \times 0._{6274}} + 0._{15625} \right) Pl_0 =$$

$$= \left(\frac{\varkappa/\mu - 0._{1838}}{4\varkappa/\mu + 6._{3525}} + 0._{15625} \right) Pl_0.$$

Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе, что при замѣнѣ рельсовъ одного момента инерціи другимъ большимъ въ $^5/_4$ раза, отношеніе $\varkappa/\mu$ увеличится на $25^0/_0$; поэтому напряженія въ накладкахъ будутъ равны:

при $\varkappa/\mu = 1^1/_4$, $R = 13._5$ кгр. на 1 кв. милл. и

при $\varkappa/\mu = 2._5$, $R = 15._{95}$ кгр. на 1 кв. милл.

Такимъ образомъ оказывается, что при очень плохомъ балластномъ слоѣ и при 27 фнт. рельсахъ напряженія въ накладкахъ опять таки получаются свыше 15 кгр. на 1 кв. милл. Напряженія, не превосходящія 15 кгр. на 1 кв. милл., получаются въ накладкахъ 27 фнт. рельсовъ только при $\varkappa/\mu < 2$; поэтому улучшеніемъ балластнаго слоя подъ стыковыми и смежными къ нимъ шпалами можно уменьшить напряженія въ накладкахъ 27 фнт. рельсовъ и заставить эти накладки сопротивляться изгибу упругимъ образомъ даже при максимальной динамической нагрузкѣ.

Накладки, не удовлетворяющія условію упругаго изгиба, могутъ тѣмъ не менѣе продолжать службу, не подвергаясь излому, такъ какъ съ полученіемъ постоянной стрѣлы прогиба, измѣняются условія работы самой рельсовой балки), а именно: получается новое распредѣленіе давленій на поперечины и большее вліяніе вѣса верхняго строенія, причемъ работа накладокъ при изгибѣ значительно уменьшается. Съ возрастаніемъ постоянной стрѣлы прогиба накладокъ, эта работа будетъ постепенно уменьшаться, пока не дойдетъ до такого предѣльнаго значенія, при которомъ вся эта работа будетъ затрачиваться исключительно на упругій изгибъ накладокъ. И въ самомъ дѣлѣ, если накладки получили, подъ вліяніемъ силы P, жесткій прогибъ на протяженіи зазора между рельсами, то по минованіи дѣйствія силы онѣ останутся въ изогнутомъ положеніи, такъ какъ нѣтъ силы, достаточной для ихъ выпрямленія *), при этомъ шпалы, лежащія за стыковыми, окажутся приподнятыми. Рельсовая балка представитъ тогда брусъ перемѣннаго сѣченія, кривой на протяженіи зазора между рельсами, лежащій не на четырахъ, а на двухъ опорахъ (стыковыхъ шпалахъ) со свѣшивающимися концами, нагруженными вѣсомъ шпалъ и вѣсомъ самого рельса. При дѣйствіи груза P, каждый конецъ рельса въ стыковомъ пролетѣ, вслѣдствіе ослабленія упругаго сопротивленія накладокъ, будетъ понижаться, изгибаясь, до тѣхъ поръ, пока не уравновѣсится съ одной стороны, оставшеюся упругостью въ накладкѣ, а съ другой, вѣсомъ самого рельса и шпалъ подвѣшенныхъ къ рельсу по другую сторону опоры (стыковой шпалы).

---

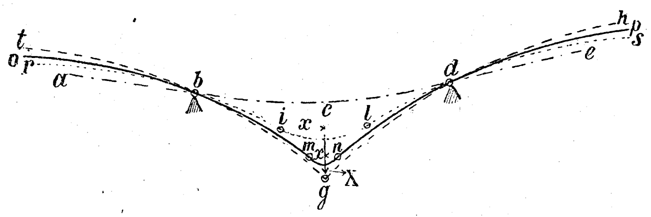
*) Этимъ объясняется сравнительно рѣдкіе на практикѣ случаи излома накладокъ. Если бы существовали силы, которыя каждый разъ послѣ прохода груза надъ стыкомъ обратно выпрямляли бы накладки, т. е., вызывали бы поперемѣнное сжатіе и растяженіе матеріала, то на основаніи законовъ Wöhler'а накладки должны бы быстро подвергнуться излому (см. Jean Résal. Fonte, fer et acier chap. 1 § 2).

Моментъ, изгибающій согнутую накладку, т. е. получившую постоянный прогибъ, будетъ меньше момента, изгибающаго прямую накладку, неослабленную въ отношеніи ея упругости, и величина перваго будетъ находиться въ малой зависимости отъ качества балластнаго слоя ($^x/_\mu$), такъ какъ съ увеличеніемъ постоянной стрѣлы прогиба, давленія на крайнія опоры трехпролетной балки будутъ уменьшаться пока не сдѣлаются равными нулю, тогда максимальная величина момента будетъ равна постоянной величинѣ $\frac{P}{2} \cdot \frac{a l_0}{2}$ $= 0{.}_{15625} P l_0$ (при $a = {}^5/_8$), независящей уже отъ отношенія $^x/_\mu$ и значительно меньшей, чѣмъ таковая величина, при условіи отсутствія постояннаго прогиба накладокъ.

Размѣры накладокъ могутъ однако оказаться недостаточными для упругаго сопротивленія и этому постоянному моменту $\frac{P a l_0}{4}$ и накладки получатъ дальнѣйшее увеличеніе постоянной стрѣлы прогиба; тогда каждый конецъ рельса въ стыкѣ будетъ понижаться до тѣхъ поръ, пока не уравновѣсится съ одной стороны вѣсомъ рельса и подвѣшенныхъ къ нему шпалъ по другую сторону опоры и съ другой сопротивленіемъ изгибу самой накладки. При этомъ моментъ, изгибающій накладки, будетъ уменьшаться отъ вліянія момента вѣса верхняго строенія, дѣйствующаго въ противоположномъ направленіи. Въ предѣлѣ, когда размѣръ накладокъ слишкомъ малъ для упругаго сопротивленія какъ бы ни было малому изгибающему моменту, но при этомъ достаточенъ для сопротивленія перерѣзывающимъ усиліямъ, являющимся при передачѣ силы съ одного рельса на другой, мы можемъ исключить изъ системы, на протяженіи зазора между рельсами, накладки, замѣнивъ ихъ парою силъ $-\frac{P}{2}$ и $+\frac{P}{2}$. Поэтому, въ случаѣ приложенія силы P къ концу одного рельса въ стыкѣ, исключивъ накладки, мы получимъ вмѣсто одной рельсовой балки, лежащей на двухъ опорахъ, двѣ балки, изъ которыхъ каждая лежитъ на опорѣ (стыковой шпалѣ) и нагружена на короткомъ плечѣ $\frac{l_1}{2}$ силою $\frac{P}{2}$, а на длинномъ l_0—(n—1) грузами p, приложенными въ разстояніи l_0 другъ отъ друга и равномѣрно распредѣленною нагрузкою nql_0.

Такимъ образомъ, случай изгиба накладокъ, уже ослабленныхъ въ смыслѣ ихъ упругаго дѣйствія, вслѣдствіе полученнаго ими постояннаго жесткаго прогиба имѣетъ какъ бы два предѣла: первый—при упругомъ сопротивленіи рельсовой балки $abcde$ (черт. 36), лежащей на двухъ опо-

Черт. 36.



рахъ и второй—при полномъ отсутствіи упругаго сопротивленія накладокъ изгибу; въ послѣднемъ случаѣ имѣемъ двѣ рельсовыя балки fbg и gdh, изъ которыхъ каждая представляетъ рычагъ (упругій) перваго рода, нагруженный на одномъ плечѣ длиною $\frac{l_1}{2}$ грузомъ $\frac{P}{2}$, а на другомъ длиною nl_0 вѣсомъ n—1 шпалъ и вѣсомъ самого рельса длиною nl_0.

Въ первомъ случаѣ изгиба рельсовая балка имѣетъ двѣ точки перегиба; во второмъ эти точки сходятся въ одну предѣльную g—по срединѣ накладки. Въ промежуточныхъ положеніяхъ рельсовая балка, получая нѣкоторый неупругій прогибъ, вмѣстѣ съ тѣмъ сопротивляется упругимъ образомъ системѣ грузовъ: P *) и $2(n'-1)p+n'ql_0$), причемъ n' меньше числа n, требующагося для второго предѣльнаго случая. Если назовемъ чрезъ X силу, затрачиваемую на упругій изгибъ средней части накладки между точками перегиба, отстоящими въ разстояніи $2x$, то, исключивъ накладки, мы получимъ двѣ рельсовыя балки obm и pdn, лежащихъ на опорахъ b и d; къ каждому короткому плечу bm и dn приложены: сила $\frac{P}{2}$ и моментъ $-\frac{Xx}{2}$, а къ каждому длинному плечу $n'-1$ силъ p въ разстояніи l_0 другъ отъ друга **) и равномѣрная нагрузка; моментъ этихъ силъ $\frac{pn'(n'-1)}{2}l_0+\frac{qn'^2l_0{}^2}{2}$ для соблюденія условія равновѣсія долженъ быть равенъ моменту силъ по другую сторону опоры $\frac{P}{2}\cdot\frac{al_0}{2}-\frac{Xx}{2}$.

Съ увеличеніемъ постоянной стрѣлы прогиба моментъ $\frac{pn(n-1)}{2}l_0+\frac{qn^2l_0{}^2}{2}$ возрастаетъ, а моментъ $\frac{Xx}{2}$ уменьшается имѣя предѣломъ нуль. При этомъ предѣльномъ значеніи для $\frac{Xx}{2}$ равенство $\frac{Pal_0}{4}=\frac{pn(n-1)l_0}{2}+\frac{qn^2l_0}{2}$ даетъ величину для числа шпалъ n, уравновѣшивающихъ вмѣстѣ съ вѣсомъ рельса nql_0 грузъ $\frac{P}{2}$.

Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что плечо силы $\frac{P}{2}$ всегда меньше половины разстоянія между стыковыми шпалами, т. е. меньше $\frac{al_0}{2}$, такъ какъ колесо под-

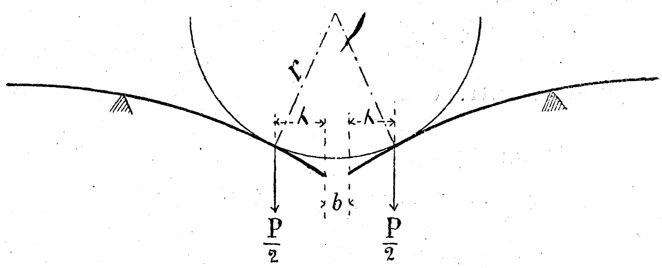
---

*) Вліяніемъ собственнаго вѣса рельса въ стыковомъ пролетѣ можно пренебречь.

**) Cos угла наклоненія элементовъ плечъ къ горизонту по малости этого угла принимаемъ равнымъ 1.

вижнаго состава никоимъ образомъ не можетъ дѣйствовать на самый конецъ рельса въ стыкѣ. И въ самомъ дѣлѣ, упругія линіи смежныхъ рельсовъ представляютъ кривыя, выпуклыя въ сторону колеса (черт. 37) и концы этихъ

Черт. 37.

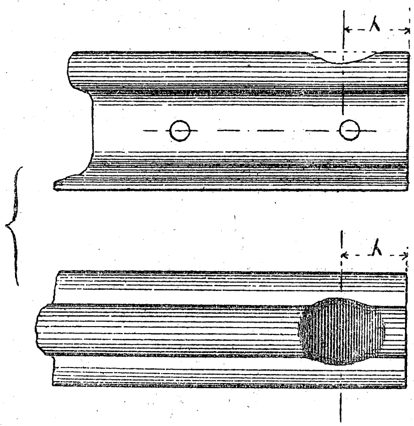


кривыхъ удалены на разстояніе b, незначительное по сравненію съ радіусомъ колеса r; понятно, что точки касанія упругихъ линій и окружности колеса должны находиться на нѣкоторомъ разстояніи λ отъ концовъ рельсовъ. Это разстояніе λ зависитъ въ каждомъ данномъ случаѣ отъ соотношенія между радіусами кривизны упругихъ линій и окружности колеса и представляетъ сложную функцію отъ величинъ, обусловливающихъ эти элементы, поэтому гораздо проще вводить въ разсчетъ для λ величины, взятыя изъ наблюденій.

Всѣмъ извѣстно, что рельсы въ стыкахъ сминаются такимъ образомъ, что наибольшее уменьшеніе высоты рельса и расплющиваніе его головки имѣютъ мѣсто не въ концѣ рельса, а на нѣкоторомъ разстояніи λ отъ конца (черт. 38), равномъ отъ $1^1/_2$ дюйм.$=0._{05}l_0$ до 3 дюйм.$=0._{10}l_0$. Это и будутъ тѣ предѣлы, которые слѣдуетъ имѣть въ виду, при опредѣленіи точки приложенія нагрузки отъ колеса. Тогда наибольшій моментъ, изгибающій рельсъ въ стыковомъ пролетѣ, будетъ:

$$\max M=(0._{15625}-0._{05})\,Pl_0=0._{10625}\,Pl_0 \quad (\text{при } \lambda=0._{10}\,l_0), \text{ и}$$
$$\max M=(0._{15625}-0._{025})\,Pl_0=0._{13125}\,Pl_0 \quad (\text{при } \lambda=0._{05}\,l_0).$$

Черт. 38.



Такимъ образомъ до полученія накладками постояннаго прогиба, наибольшіе дѣйствующій моментъ и напряженіе имѣютъ мѣсто въ накладкѣ и величина ихъ находятся въ большой зависимости отъ качества балластнаго слоя, съ полученіемъ накладками постояннаго прогиба дѣйствующій моментъ и напряженіе переходятъ на рельсъ; при возрастаніи постоянной стрѣлы прогиба моментъ, дѣйствующій на рельсъ надъ опорою, будетъ тоже возрастать и стремится къ предѣльной величинѣ $\frac{P}{2}\left(\frac{al_0}{2}-\lambda\right)=0._{13125}\,Pl_0$ (при $a={}^5/_8$ и при $\lambda=0._{05}\,l_0$). Этотъ предѣльный максимальный моментъ надъ стыковою шпалою не зависитъ ни отъ качества балласта, ни отъ профиля рельса и величина его значительно меньше момента, изгибающаго рельсъ въ промежуточныхъ междушпальныхъ пролетахъ.

17. Опредѣленіе напряженій въ рельсахъ и накладкахъ въ случаѣ зазора между ними.

Передача давленія отъ одного рельса на другой въ стыкѣ при помощи накладокъ, получившихъ постоянный прогибъ, сопровождается смятьемъ плоскостей соприкасанія рельса и накладокъ или, вѣрнѣе, выдавливаніемъ металла изъ областей смежныхъ съ этими плоскостями по направленію къ поверхностямъ, не принимающимъ на себя внѣшняго давленія. Результатомъ этого выдавливанія (вытеканія) металла является зазоръ между рельсомъ и накладками, сжатіе накладокъ въ вертикальномъ направленіи и расплющиваніе нижней части головки рельса. Съ перенесеніемъ точки приложенія груза P съ пошерстнаго на встрѣчный конецъ смежнаго рельса происходитъ перемѣна поверхностей, по которымъ рельсъ и накладка воспринимали внѣшнія силы. Пока грузъ P находится на пошерстномъ концѣ, внѣшняя сила передается встрѣчному рельсу накладкой по нижней поверхности ихъ соприкасанія; съ переходомъ же груза чрезъ стыкъ внѣшняя сила передается встрѣчному концу не накладкой рельсу, а рельсомъ накладкѣ и притомъ по верхней поверхности ихъ соприкасанія. Кромѣ того при зазорѣ между рельсомъ и накладками происходитъ мгновенная разгрузка и нагрузка накладокъ. При значительной скорости движенія измѣненія эти происходятъ почти моментально, и тогда работа, производимая перерѣзывающими и сминающими силами, какъ мгновенными, должна быть вдвое больше, чѣмъ при статической нагрузкѣ. Этимъ объясняется столь интенсивное смятіе рельсовъ и накладокъ въ плоскостяхъ ихъ соприкасанія и прогрессивное увеличеніе образующагося отъ этого смятія зазора. Въ существованіи этого зазора легко убѣдиться осмотромъ плоскостей соприкасанія рельсовъ и накладокъ и величина его можетъ быть точно установлена профилировкою изношенныхъ рельсовъ и накладокъ; оказывается, что она превосходитъ нерѣдко $2._5$ *mm* у головки и столько же у подошвы рельса. Кромѣ того наблюденіе констатируетъ тотъ фактъ, что зазоръ между рельсами и накладками образуется тѣмъ быстрѣе, чѣмъ мягче металлъ рельса и чѣмъ меньшее сопротивленіе изгибу представляютъ накладки, такъ что зазоръ появляется раньше при плоскихъ накладкахъ, нежели при угловыхъ.

Очевидно, что система рельсовъ и накладокъ, при условіи существованія между ними зазора, не можетъ быть разсматриваема какъ составная балка. Если предположить отсутствіе накладокъ, то, для уравновѣшенія груза P, приложеннаго къ свѣшивающемуся концу рельса, къ другому концу его, лежащему за стыковою шпалою должны быть приложены силы, моментъ которыхъ для равновѣсія системы долженъ быть равенъ моменту силы P; если ограничиться изслѣдованіемъ вліянія нагрузки только одного колеса паровоза, что имѣетъ мѣсто въ дѣйствительности по отношенію къ встрѣчному концу рельса въ стыкѣ, то силы, уравновѣшивающія эту нагрузку, будутъ: вѣсъ рельса по другую сторону опоры, (стыковой шпалы) и вѣсъ подвѣшенныхъ къ нему поперечинъ.

Если рельсы снабжены въ стыкѣ накладками, то, при существованіи зазора между ними и рельсомъ, и при изгибѣ послѣдняго на величину равную зазору, можно разсматривать накладку въ точкѣ соприкасанія ея съ концомъ рельса, какъ опору, сопротивленіе которой R_1 будетъ уменьшать силу P, такъ что къ остальной части рельса должны быть приложены силы, уравновѣшивающія грузъ $P-R_1$. Отсюда видно, что вѣсъ верхняго строенія является весьма важнымъ факторомъ при рѣшеніи вопроса о напряженіи въ стыкѣ, такъ какъ, игнорируя его, нельзя объяснить условія равновѣсія рельса при дѣйствіи внѣшнихъ силъ. Такимъ образомъ, вопросъ объ опредѣленіи наибольшихъ моментовъ, изгибающихъ рельсъ и накладки, въ случаѣ образованія между ними зазора, сводится къ опредѣленію давленія R передаваемаго рельсомъ на накладку и къ нахожденію числа $n-1$ подвѣшенныхъ шпалъ, которыя вмѣстѣ съ вѣсомъ рельса длиною nl_0 уравновѣшиваютъ силы P и $-R$. Въ свою очередь давленіе R изгибаетъ накладку; но изгибъ ея при одномъ и томъ же зазорѣ η между рельсомъ и накладками существенно измѣняется въ зависимости отъ расположенія нагрузки на рельсахъ въ стыкѣ, т. е., въ зависимости отъ того передается ли нагрузка P на оба конца рельсовъ въ стыкѣ, или она сосредоточена на одномъ концѣ.

Въ первомъ случаѣ, накладка представитъ брусъ, лежащій на двухъ опорахъ, нагруженный двумя силами R_1, приложенными въ равномъ разстояніи $\frac{b}{2}$ отъ средины; при достаточной величинѣ η длина бруса будетъ равна длинѣ стыковаго пролета l_1.

Во второмъ случаѣ на накладку будетъ дѣйствовать одна сила R_2, приложенная въ разстояніи $\frac{b}{2}$ отъ середины накладки. При нѣкоторой величинѣ зазора η, длина бруса между опорами будетъ равна $\frac{l_1 - b}{2} + x$ и сила R_2 будетъ приложена въ разстояніи $b + x$ отъ опоры, гдѣ x есть разстояніе отъ конца рельса точки передачи давленія ненагруженному рельсу. Такъ какъ въ разсматриваемыхъ случаяхъ при одномъ и томъ же зазорѣ η получаются разныя значенія для R и для длины пролета, то представляется необходимымъ изслѣдовать изгибъ рельсовъ и накладокъ особо:

1. Для симметричной нагрузки относительно концовъ рельсовъ, когда на каждый конецъ рельсовъ въ стыкѣ передается сила $\frac{P}{2}$, и

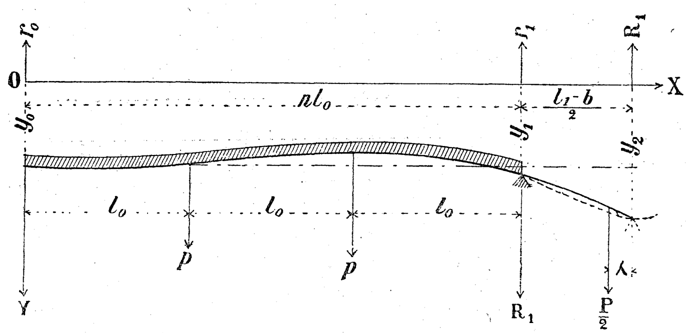
2. Для несимметричной нагрузки, когда сила P приложена только къ одному концу рельса въ стыкѣ.

a) Случай симметричной нагрузки стыка.

Если накладку въ точкѣ, соотвѣтствующей концу рельса принять за опору съ опорнымъ сопротивленіемъ R_1

(черт. 39), то рельсъ тогда можно разсматривать какъ двупролетную балку, нагруженную въ одномъ пролетѣ длиною

Черт. 39.



nlo равномѣрно распредѣленною нагрузкою *nqlo* и системою n—1 грузовъ p въ разстояніи другъ отъ друга lo; въ другомъ пролетѣ $\frac{l_1 - b}{2}$ дѣйствуютъ: сила $\frac{P}{2}$, приложенная въ разстояніи λ отъ конца рельса, и пара силъ $+R_1$ и $-R_1$ съ плечемъ $\frac{l_1 - b}{2}$. Если для такой балки составимъ клапейроновское уравненіе (см. ур. 25) то получимъ (черт. 39):

$$6EI_0\left(\frac{y_1 - y_0}{nl_0}\right) + \frac{(y_1 - y_2)2}{l_1 - b} = 2M_1\left(nl_0 + \frac{l_1 - b}{2}\right) +$$

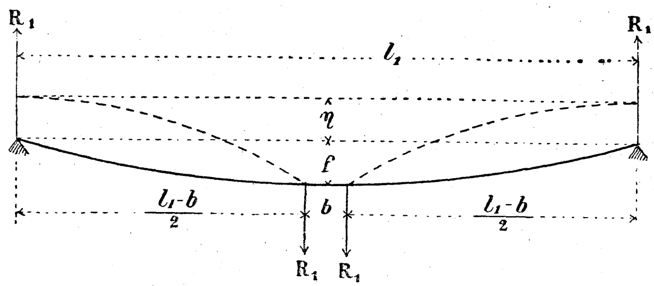
$$+ \frac{n(n^2-1)}{4} pl_0{}^2 + \frac{n^3 ql_0{}^3}{4} + \frac{P\lambda (l_1 - b)^2 - 4\lambda^2}{4(l_1 - b)}.$$

Разность ординатъ—$(y_1 - y_2)$ должна быть равна зазору η между рельсомъ и накладкою, сложенному съ прогибомъ f накладки, т. е.

$$y_1 - y_2 = -(\eta + f)$$

Прогибъ f для бруса, лежащаго на двухъ опорахъ, и нагруженнаго двумя равными грузами R_1, приложенными въ равномъ разстояніи $\frac{l_1-b}{2}$ отъ опоръ, будетъ равенъ (черт. 40):

Черт. 40.



$$f = \frac{R_1 (l_1-b)^2 (l_1+2b)}{24EI_2},$$

гдѣ I_2 моментъ инерціи накладокъ. Тогда

$$y_1 - y_2 = -\left(\eta + \frac{R_1 (l_1-b)^2 (l_1+2b)}{24EI_2}\right).$$

Осадки поперечинъ пропорціональны давленіямъ на эти поперечины, т. е.,

$$y_1 - y_0 = \varkappa (r_1 - r_0)$$

Условія равновѣсія системы дадутъ два уравненія:

1) уравненіе проекцій силъ на ось y-въ;

$$r_0 + r_1 = \frac{P}{2} + p(n-1) + qnl_0, \quad \text{и}$$

2) уравненіе моментовъ:

$$M_1 = \frac{n(n-1)pl_0 + n^2 q l_0^2}{2} - r_0 n l_0 = \frac{P}{2}\left(\frac{l_1-b-2\lambda}{2}\right) - R_1 \frac{l_1-b}{2}.$$

Тогда $$y_1 - y_0 = \varkappa\left(\mathrm{P}\frac{nl_0 + l_1 - b - 2\lambda}{2nl_0} - \mathrm{R}_1\frac{l_1 - b}{nl_0}\right).$$

Подставивъ въ клапейроновское уравненіе вмѣсто M_1, $(y_1 - y_0)$ и $(y_1 - y_2)$ ихъ значенія получаемъ:

$$6\mathrm{EI}_0\left[\frac{\varkappa[\mathrm{P}(nl_0 + l_1 - b - 2\lambda) - \mathrm{R}_1(l_1 - b)2]}{2n^2 l_0^2} - \frac{2\eta}{l_1 - b} - \frac{\mathrm{R}_1(l_1 - b)(l_1 + 2b)}{12\mathrm{EI}_2}\right] =$$

$$-\frac{\mathrm{P}}{4}(l_1 - b - 2\lambda)(2nl_0 + l_1 - b) + \frac{\mathrm{R}_1}{2}(l_1 - b)(2nl_0 + l_1 - b) + \frac{\mathrm{P}\lambda(l_1 - b)^2 - 4\lambda^2}{4(l_1 - b)} + \frac{n(n^2 - 1)pl_0^2 + n^3 q l_0^3}{4}.$$

Если назвать $l_1 = al_0$; $b = \beta l_0$, $a - b = a' l_0$,

$$\lambda = \gamma l_0, \quad \frac{l_0^3}{6\mathrm{EI}_0} = \mu, \quad \frac{n(n^2 - 1)p + n^3 q l_0}{4} = \delta\mathrm{P}$$

и рѣшить послѣднее уравненіе относительно R_1, то получимъ:

$$\mathrm{R}_1 = \frac{{}^{\varkappa}\!/_{\mu}\,\frac{\mathrm{P}}{2}\,\frac{n + \alpha' - 2\gamma}{n} + \frac{\mathrm{P}n}{4}(\alpha' - 2\gamma)(2n + \alpha') - \frac{\mathrm{P}\gamma n(\alpha'^2 - 4\gamma^2)}{4\alpha'} - n\delta\mathrm{P} - \frac{2\eta}{\mu}\frac{n}{\alpha'}}{{}^{\varkappa}\!/_{\mu}\,\frac{\alpha'}{n} + \frac{n\alpha'(\alpha' + 3\beta)}{2}\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_1} + \frac{n\alpha'(2n + \alpha')}{2.}} \quad . \; . \; . \; (\mathrm{A})$$

Въ этомъ выраженіи n должно быть числомъ цѣлымъ, ближайше большимъ отъ значенія корня уравненія моментовъ внѣшнихъ силъ относительно стыковой опоры при условіи $r_0=0$:

$$(p+ql_0)n'^2-pn'-\frac{P}{2}(a-2\gamma)+R_1a'=0.$$

Подставляя въ послѣднее уравненіе разныя значенія для R_1, найдемъ n', а слѣд. и n, а подставивъ въ выраженіе (A) вмѣсто R_1 и n ихъ величины, получимъ значенія для η.

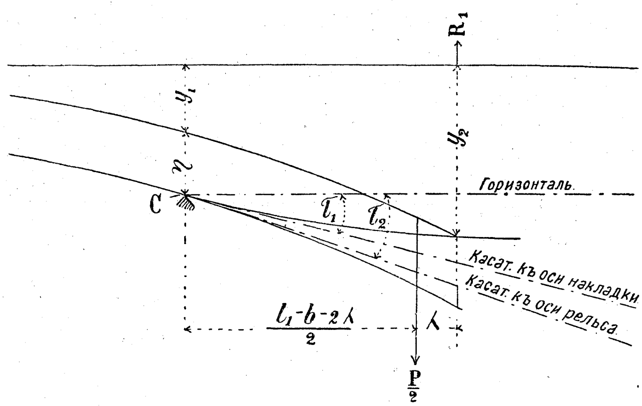
Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что выраженіе для R_1 справедливо только при извѣстныхъ значеніяхъ для η между опредѣленными предѣлами. Въ самомъ дѣлѣ, сдѣланное нами предположеніе, что точки передачи давленій отъ накладокъ на рельсы совпадаютъ съ концами накладокъ справедливо только въ томъ случаѣ, когда уголъ между горизонталью и касательною, проведенною къ продольной оси накладки въ началѣ ея, послѣ деформаціи накладки, будетъ равенъ или меньше угла, образуемаго тою же горизонталью и касательной проведенной отъ тойже точки къ продольной оси рельса, послѣ его деформаціи, т. е., когда $\tau_2 \geqq \tau_1$ (черт. 41).

Если на накладку дѣйствуютъ двѣ равныя силы R_1 въ разстояніи $\frac{l_1-b}{2}$ отъ опоръ, то тангенсъ угла, образуемаго касательною къ оси накладки послѣ ея деформаціи, въ точкѣ надъ опорою C, будетъ равенъ:

$$\tau_1=\frac{R_1}{2EI_2}\,\frac{(l_1-b)(l_1+b)}{4}=\frac{R_1}{8EI_2}(l_1{}^2-b^2)$$

Выведемъ выраженіе для тангенса угла τ_2, образуемаго осью x-въ и касательною къ продольной оси рельса, послѣ

Черт. 41.



его деформаціи, проведенною въ точкѣ соотвѣтствующей концу накладки C.

Изъ уравненія 13 (стр. 11) при $x=0$ и при $I_1=I_0$ получаемъ:

$$\left(EI_0\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}=EI_0\,\tau_2=C_2.$$

Значеніе C_2 можетъ быть опредѣлено изъ ур. 20, при $\frac{I_0}{I_1}=1$, предположивъ $M_2=0$ и замѣнивъ l_1 и a_1 соотвѣтствующими величинами $\frac{l_1-b}{2}$ и $\frac{l_1-b-2\lambda}{2}$. Тогда уравненіе (20) дастъ для C_2

$$EI_0\tau_2=C_2=\frac{EI_0(y_2-y_1)2}{l_1-b}-$$

$$-\frac{P(l_1-b-2\lambda)^2}{8}\,\frac{(l_1-b+\lambda)}{3(l_1-b)}+R_1\frac{(l_1-b)^2}{12},$$

откуда

$$\tau_2=\frac{2(y_2-y_1)}{l_1-b}-\frac{P}{24EI_0}\cdot\frac{(l_1-b-2\gamma)^2(l_1-b+\gamma)}{l_1-b}+$$

$$+\frac{R_1}{12EI_0}(l_1-b)^2.$$

Подставивъ вмѣсто τ_1 и τ_2 ихъ величины въ неравенствѣ $\tau_1+\tau_2 \overline{\overline{>}} 0$, получаемъ:

$$\frac{2(y_2-y_1)}{l_1-b}-\frac{P}{24EI_0}\frac{(l_1-b-2\lambda)^2(l_1-b+\lambda)}{l_1-b}+$$
$$+\frac{R_1}{12EI_0}(l_1-b)^2-\frac{R_1}{8EI_2}(l_1{}^2-b^2)\overline{\overline{>}}0.$$

Клапейроновское уравненіе, составленное для двупролетной рельсовой балки, даетъ

$$6EI_0\left[\frac{\varkappa[P(nl_0+l_1-b-2\lambda)-2\varkappa R_1(l_1-b)]}{2n^2l_0{}^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{2(y_2-y_1)}{l_1-b}\right]=-\frac{P}{4}(l_1-b-2\lambda)(2nl_0+l_1-b)+$$
$$+R_1\frac{(l_1-b)(2nl_0+l_1-b)}{2}+\frac{n(n^2-1)pl_0{}^2+n^3ql_0{}^3}{4}+$$
$$+\frac{P\lambda(l_1-b)^2-4\lambda^2)}{4(l_1-b)};$$

Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что съ уменьшеніемъ зазора η, уменьшается прогибъ f, а слѣдовательно уменьшается λ и при η близкихъ нулю величина λ будетъ ничтожная и ею можно пренебречь. Если изъ послѣдняго уравненія опредѣлить $\frac{2(y_2-y_1)}{l_1-b}$ и вставить ее въ наше неравенство, то, назвавъ $\frac{6EI_0}{l_0{}^3}=\frac{1}{\mu}$, $l_1=\alpha l_0$, $b=\beta l_0$, $(l_1-b)=\alpha' l_0$, $\frac{n(n^2-1)p+n^3ql_0}{4}=\delta P$, найдемъ:

$$R_1\overline{\overline{>}}\frac{\varkappa/\mu\frac{P}{2}\frac{n+\alpha'}{n}+\frac{Pn}{4}\alpha'(2n+\alpha')-\frac{Pn}{4}\alpha'^2-n\delta P}{\alpha'\left(\varkappa/\mu\frac{1}{n}+{}^3/_4 n\alpha'\frac{I_0}{I_2}+n^2\right)}.$$

Кромѣ того клапейроновское уравненіе (A) даетъ:

$$R_1=\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}\frac{P}{2}\frac{n+\alpha'}{n}+\frac{Pn}{4}\alpha'(2n+\alpha')-n\delta P-\frac{2\eta}{\mu}\cdot\frac{n}{\alpha'}}{\alpha'\left({}^{\varkappa}/_{\mu}\frac{1}{n}+\frac{n}{2}(\alpha'+3\beta)\frac{I_0}{I_2}+\frac{n(2n+\alpha')}{2}\right)}.$$

Число n въ послѣднихъ двухъ выраженіяхъ должно быть цѣлое число, ближайшее большее отъ значенія корня n' уравненія,

$$(p+ql_0)n'^2-pn'-\frac{P}{2}-R_1\frac{\alpha'}{2}=0.$$

Этихъ трехъ условій достаточно для нахожденія трехъ неизвѣстныхъ n, R_1 и η миним. Въ таблицѣ XIX. исчислены значенія этихъ неизвѣстныхъ для 20 и $24^1/_2$ фунтовыхъ рельсовъ, при $P=6000$ *kg.* и $P=7500$ *kg* при $\alpha={}^5/_8$, $\beta=0._{02}$, при дубовыхъ и сосновыхъ шпалахъ, при плоскихъ и угловыхъ накладкахъ.

Изъ таблицы усматривается, что минимальный зазоръ, при которомъ точки передачи давленій накладокъ на рельсы совпадаютъ съ концами накладокъ, тѣмъ болѣе отличается отъ нуля, чѣмъ меньше моментъ инерціи накладки и чѣмъ меньше отношеніе ${}^B/_D$. При плоскихъ накладкахъ, средняя величина η пред. равна $0._{42}$ *mm*, а при угловыхъ $0._{25}$ *mm* (при 20 *фн.* рельсахъ и $0._{13}$ *mm* при $24^1/_2$ *фн.* рельсахъ. При зазорахъ η меньшихъ, чѣмъ показаны въ таблицѣ, разстояніе между опорами накладки будетъ меньше длины ея и выведенная ранѣе формула для давленія рельса на накладки R_1 не имѣетъ мѣста.

Интересно найти величину зазора η_0, при которомъ накладки не принимаютъ участья въ изгибѣ рельсовъ при симметричномъ расположеніи нагрузки, т. е., когда каждый конецъ рельсовъ въ стыкѣ нагруженъ силою $\frac{P}{2}$.

Таблица XIX.

Рельсы вѣсомъ въ 1 пог. футѣ.	$\varkappa/\mu$ B/D	Угловыя накладки $\frac{I_2}{I_0}=3$. R_1 maxim.	η min.	n	r_0	Плоскія накладки $\frac{I_2}{I_0}=7$. R_1 maxim.	η min.	n	r_0	
			mm				*mm*			
20 *фн.*	1/2	0.355 P	0.28	4	0.0001 P	0.270 P	0.44	5	0.0005 P	$p=0.0036$ P $ql_0=0.0028$ P
	1	0.376 P	0.26	4	0.0020 P	0.281 P	0.42	5	0.0010 P	$B=\frac{1}{\mu}=1.5$ P
	1/2	0.349 P	0.20	4	0.0017 P	0.269 P	0.40	5	0.0035 P	$p=0.0044$ P $ql_0=0.0036$ P
	1	0.369 P	0.19	4	0.0032 P	0.271	0.40	5	0.0041 P	$B=\frac{1}{\mu}=2$P
$24\frac{1}{2}$ *фн.*	1	0.365 P	0.15	4	0.0050 P	—	—	—	—	$p=0.0052$ P $ql_0=0.0036$ P
	2	0.443 P	0.14	3	0.0046 P	—	—	—	—	$B=2.7$ P
	1	0.376 P	0.12	3	0.0008 P	—	—	—	—	$p=0.0066$ P $ql_0=0.0044$ P
	2	0.438 P	0.11	3	0.0070 P	—	—	—	—	$B=3.3$ P

Тогда при $R_1=0$, получаемъ выраженіе для η_0:

$$\eta_0=\frac{\alpha'}{2}\left[\varkappa/\mu\,\frac{n+\alpha'-2\gamma}{2n^2}+\frac{(\alpha'-2\gamma)(2n+\alpha)}{4}-\frac{\gamma(\alpha'^2-4\gamma^2)}{4\alpha'}-\delta\right]\frac{P}{B},$$

гдѣ $B = \frac{1}{\mu} = \frac{6EI_0}{l_0^3}$ — значеніе силы, производящей единицу прогиба рельса, можетъ быть взято изъ таблицы I стр. 24 и можетъ быть представлено въ видѣ φ P, гдѣ φ измѣняется отъ $\varphi = 1._5$ до $\varphi = 2._7$ при $P = 7500$ *kg*, и отъ $\varphi = 2$ до $\varphi = 3._3$ при $P = 6000$ *kg*. Число n должно быть числомъ цѣлымъ, ближайшимъ большимъ отъ значенія корня уравненія:

$$(p + ql_0)n'^2 - pn' - \frac{P}{2}(\alpha' - 2\gamma) = 0.$$

Таблица XX.

	20 *фн.* рельсы.		$24^1/_2$ *фн.* рельсы.	
	$P=7500$ *kg* $B=1._5\,P$	$P=6000$ *kg* $B=2\,P$	$P=7500$ *kg* $B=2._7\,P$	$P=6000$ *kg* $B=3._3\,P$
	$p=0._{0036}\,P$ $ql_0=0._{0028}\,P$	$p=0._{0044}\,P$ $ql_0=0._{0036}\,P$	$p=0._{0053}\,P$ $ql_0=0._{0036}\,P$	$p=0._{0066}\,P$ $lq_0=0._{0044}\,P$
$n =$	6	6	6	5
η_0 при $\varkappa/\mu = 1/2$	$2._0$ *mm*	$1._{55}$ *mm*	—	—
η_0 при $\varkappa/\mu = 1$	$2._{25}$ *mm*	$1._{60}$ *mm*	$1._{10}$ *mm*	$1._{00}$ *mm*
η_0 при $\varkappa/\mu = 2$	—	—	$1._{25}$ *mm*	$1._{05}$ *mm*

Въ таблицѣ XX показаны значенія зазора η_0, обусловливающія отсутствіе вліянія накладокъ на изгибъ рельсовъ, вычисленныя при данныхъ, указанныхъ въ таблицѣ, и при прежнихъ значеніяхъ коэффиціентовъ α, β и γ, а именно при $\alpha = 5/8$, $\beta = 0._{02}$ и $\gamma = 0._{10}$.

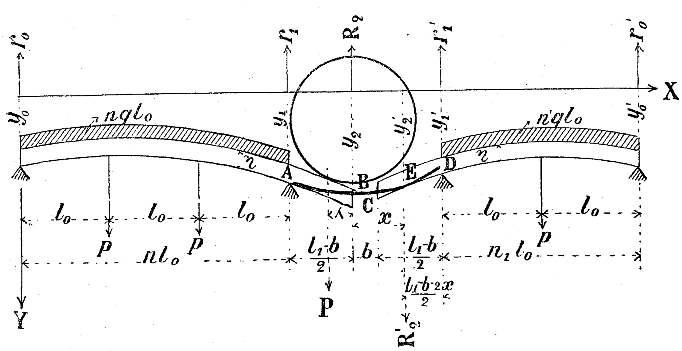
Оказывается, что η_0 — небольшія величины, не превосходящія $2^1/_4$ *mm* для 20 *фн.* рельсовъ и уменьшающіяся съ увеличеніемъ вѣса рельса и съ улучшеніемъ качества балласта, такъ что для $24^1/_2$ *фн.* рельсовъ при хорошемъ балластѣ η_0 равно 1 *mm*.

Выраженія для R_1 и η_0 выведены въ томъ предположеніи, что болты не принимаютъ участія въ передачѣ давленій рельса на накладки. Такое предположеніе можетъ быть сдѣлано только при томъ условіи, чтобы износъ η боковыхъ наклонныхъ граней рельса и накладокъ былъ не больше зазора между болтами и стѣнками отверстій. Въ виду того, что этотъ зазоръ бываетъ не меньше 2 или $2._5$ *mm*, а износъ η_0 равенъ или меньше 2 *mm*, то въ формулы для R_1 и для η_0 нѣтъ основаній вводить сопротивленія болтовъ и потому можно принять, что при симметричномъ расположеніи нагрузки въ стыковомъ пролетѣ, при зазорѣ η между рельсами и накладками, равномъ 2 *mm*, накладки, или совсѣмъ не принимаютъ участія въ изгибѣ стыка, или изгибъ ихъ очень незначителенъ.

б. Случай несимметричной нагрузки стыка.

Если грузъ приложенъ къ одному рельсу въ стыкѣ, то при существованіи зазора η между рельсомъ и накладкою, рельсъ въ началѣ дѣйствія будетъ изгибаться независимо накладки, причемъ соотвѣтствующая ему стыковая поперечина A будетъ понижаться, заставляя накладку принять наклонное положеніе. Съ момента касанія конца рельса и накладки въ точкѣ B, накладка станетъ передавать часть получаемаго давленія другому рельсу, результатомъ чего будетъ изгибъ этого рельса; при этомъ представляется очевиднымъ, что точка E приложенія силы R'_2 (черт. 42), изгибающей встрѣчный рельсъ, или будетъ находиться гдѣ нибудь между точками C и D, или будетъ совпадать съ точкою C. Опредѣленіе величины давленія R_2, передаваемаго рельсомъ AB накладкѣ AE, въ случаѣ несимметричнаго расположенія нагрузки P въ стыкѣ, усложняется противу разобраннаго нами случая симметричной нагрузки, опредѣленіемъ еще одной неизвѣстной xl_0, представляющей разстояніе точки E передачи давленія накладки встрѣчному рельсу отъ конца B рельса, нагруженнаго грузомъ P. Поэтому для

Черт. 42.



рѣшенія вопроса необходимо, кромѣ уравненій, выражающихъ условія равновѣсія внѣшнихъ и внутреннихъ силъ, еще уравненіе, дающее возможность опредѣленія новой неизвѣстной x; очевидно, что такое уравненіе должно быть выведено изъ условія тангенціальности въ точкѣ E обѣихъ кривыхъ упругихъ линій: накладки AE и рельса CED.

Если назовемъ:

$$l_1 - b = \alpha' l_0,\ l_1 + b = \alpha'' l_0,\ \lambda = \gamma l_0,\ b = \beta l_0,\ l_1 = \alpha l_0:$$

$$\frac{n(n^2-1)p + n^3 q l_0}{4} = \delta_n \mathrm{P},$$

$$\frac{n_1(n_1{}^2-1)p + n_1{}^3 q l_0}{4} = \delta_{n_1} \mathrm{P},$$

и если примемъ во вниманіе, что $\mathrm{M}_0 = 0$, $\mathrm{M}_2 = 0$, $\mathrm{M}'_0 = 0$ и $\mathrm{M}'_2 = 0$, то клапейроновскія уравненія для каждаго рельса представятся въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{6\mathrm{EI}_0}{l_0{}^2}\left(\frac{y_1 - y_0}{n} + \frac{2(y_1 - y_2)}{\alpha'}\right) = -2\mathrm{M}_1\left(\frac{2n+\alpha'}{2}\right) +$$

$$+ \delta_n \mathrm{P} l_0 + \gamma \frac{(\alpha'^2 - 4\gamma^2)}{2\alpha'} \mathrm{P} l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \ (1)$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^2}\left(\frac{y'_1-y'_0}{n'}+\frac{2(y'_1-y'_2)}{a'-2x}\right)=$$

$$=-2M'_1\,\frac{2n'_1+a''-2x}{2}+\delta_{n_1}Pl_0, \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

гдѣ

$$M_1=\left(\frac{P}{2}(a'-2\gamma)-\frac{R_2}{2}a'\right)l_0=$$

$$=\left(\frac{n(n-1)p+n^2ql_0}{2}-r_0n\right)l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$M'_1=\frac{R_2}{2}\,\frac{a'}{a'+2x}(a''-2x)l_0=$$

$$=\left(\frac{n_1(n_1-1)p+n_1{}^2ql_0}{2}-r_0'n_1\right)l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Изъ условія равенства проекцій всѣхъ силъ на ось Y получаются два уравненія:

$$r_1+r_0=P+p(n-1)+qnl_0-R_2\frac{a'}{a'+2x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$r'_1+r'_0=p(n_1-1)+qn_1l_0+R_2\frac{a'}{a'+2x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Изъ послѣднихъ 4 уравненій можемъ найти значенія для

$$r_1-r_0=P\frac{n+a'-2\gamma}{n}-R_2\frac{a'(n+a'+2x)}{n(a'+2x)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\text{и}\quad r'_1-r'_0=R_2\frac{a'(n_1+a''-2x)}{n_1(a'+2x)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

а также и для

$$r_1=P\frac{2n+a'-2\gamma}{2n}+\frac{p(n-1)+qnl_0}{2}-R_2\frac{a'(2n+a'+2x)}{2n(a'+2x)} \quad . \quad (9)$$

и для

$$r'_1 = R_2 \frac{a'(2n + a'' - 2x)}{2n(a' + 2x)} + \frac{p(n_1 - 1) + qn_1 l_0}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

Если въ клапейроновскія уравненія (1 и 2) подставимъ вмѣсто M_1 и M'_1 ихъ значенія (изъ выраженій 3 и 4), а вмѣсто разности ординатъ $y_1 - y_0$ и $y_1' - y_0'$ величины $\varkappa(r_1 - r_0)$ и $\varkappa(r_1' - r_0')$, то, послѣ замѣны разностей $r_1 - r_0$ и $r_1' - r_0'$ равными имъ величинами (изъ 7 и 8), уравненія (1 и 2) представятся въ видѣ:

$$\frac{6EI_0}{l_0^3}\left[\frac{\varkappa(n + a' - 2\gamma)}{n^2} P - \frac{\varkappa a'(n + a' + 2x)}{n^2(a' + 2x)} R_2 + \right.$$

$$\left. + \frac{2(y_1 - y_2)}{a'}\right] = \left[-P(a' - 2\gamma) + R_2 a'\right]\frac{2n + a'}{2} +$$

$$+ \delta_n P + \frac{\gamma(a^2 - 4\gamma^2)}{2a'} P \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

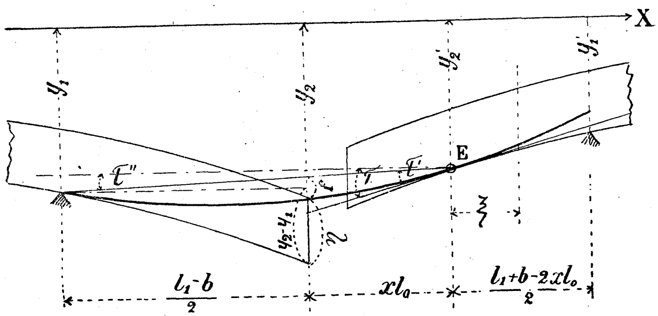
$$\frac{6EI_0}{l_0^3}\left[\frac{\varkappa a'(n_1 + a'' - 2x)}{n^2(a' + 2x)} R_2 + \frac{2(y_1' - y_2')}{a'' - 2x}\right] =$$

$$= - R_2 \frac{a'(a'' - 2x)(2n + a'' - 2x)}{2(a' + 2x)} + \delta_{n_1} P \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

Въ четырехъ уравненіяхъ (3, 4, 11 и 12), въ предположеніи $r_0 = r_0' = 0$, мы имѣемъ шесть неизвѣстныхъ R_2, x, n, n_1, $(y_1 - y_2)$ и $(y_1' - y_2')$ поэтому для опредѣленія этихъ неизвѣстныхъ нужны еще два уравненія. Одно изъ нихъ представляетъ выраженіе для $y_2 - y_1$, равное прогибу f накладки длиною $\frac{l_1 - b + 2xl_0}{2}$, лежащей свободно на двухъ опорахъ, сложенному съ зазоромъ η безъ

$$(y_1 - y_2') \frac{l_1 - b}{l_1 - b + 2xl_0} \quad \text{(черт. 43), т. е.}$$

(Черт. 42.



$$y_1-y_2=-\left[\eta+f-(y_1-y_2')\frac{l_1-b}{l_1-b+2xl_0}\right], \text{ гдѣ}$$

$$f=\frac{R_2}{6EI_2}\cdot\frac{x^2a'^2}{a'+2x}\cdot l_0{}^3, \text{ или}$$

$$y_1-y_2=-\left[\eta+\frac{R_2 l_0{}^3}{6EI_2}\cdot\frac{x^2a'^2}{(a'+2x)}-\right.$$

$$\left.-(y_1-y_2')\frac{a'}{(a'+2x)}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Второе уравненіе получится изъ условія равенства тангенсовъ угловъ, образуемыхъ осью x-овъ съ касательными къ упругимъ линіямъ рельса и накладки.

Выраженіе 7-е (стр. 10), при $x=\xi$, при $M_0=M_2'=0$ и при $M_1=M_1'$ и при

$$l_0=a_0=\frac{l_1-b-2xl_0}{2}=\left(\frac{a''-2x}{2}\right)l_0, \text{ даетъ:}$$

$$EI_0\frac{dy}{d\xi}=\frac{2M_1'\xi^2}{(a''-2x)l_0}+C_1,$$

гдѣ C_1 опредѣлится изъ выраженія (19) стр. 13.

$$C_1=\frac{2EI_0(y_1'-y_2')}{(a''-2x)l_0}-M_1'\frac{(a''-2x)l_0}{12}.$$

При $\xi=0$, $\frac{dy}{d\xi}=\tau$, тогда

$$EI_0\tau=\frac{2EI_0(y_1'-y'_2)}{(\alpha''-2x)l_0}-R_2\frac{\alpha'(\alpha''-2x)^2l_0^2}{24(\alpha'+2x)},\text{ откуда}$$

$$\tau=\frac{2(y_1'-y_2')}{(\alpha''-2x)l_0}-\frac{R_2}{24EI_0}\,\frac{\alpha'(\alpha''-2x)^2l_0^2}{\alpha'+2x}\quad\ldots\ldots\ldots(14)$$

Послѣднее выраженіе представляетъ величину тангенса угла образуемаго касательною къ оси рельса въ точкѣ E (черт. 43) и осью абсциссъ.

Назвавъ уголъ наклоненія накладки къ оси x-овъ (до изгиба накладки) черезъ τ'', находимъ, (см. Ott. Baumechanik 1872 г. стр. 88), что величина тангенса угла наклоненія касательной въ точкѣ E къ оси абсциссъ послѣ изгиба накладки будетъ равна:

$$\tau=-\left[\frac{2(y_1-y_2')}{(\alpha'+2x)l_0}+\frac{R_2l_0^2}{6EI_2}\,\frac{x\alpha'(\alpha'+x)}{(\alpha'+2x)}\right]\quad\ldots\ldots\ldots(15)$$

Изъ равенства выраженій 14 и 15 получается второе изъ требующихся уравненій:

$$\frac{2(y_1'-y_2')}{\alpha''-2x}+\frac{2(y_1-y_2')}{\alpha'+2x}=$$

$$=\frac{R_2l_0^3}{24EI_0}\,\frac{\alpha'(\alpha''-2x)^2}{\alpha'+2x}-\frac{R_2l_0^3}{6EI_2}\,\frac{x.\alpha'(\alpha'+x)}{\alpha'+2x}\quad\ldots\ldots\ldots(16)$$

Если въ уравненіе 11 вставимъ вмѣсто (y_1-y_2) его значеніе изъ выраженія 13, а въ уравненіе 12—вмѣсто $(y_1'-y_2')$—его значеніе изъ выраженія 16, и затѣмъ оба уравненія сложимъ, то члены съ (y_1-y_2') пропадаютъ. Тогда рѣшая полученное такимъ образомъ уравненіе относительно R_2, будемъ имѣть:

$$R_2 = \frac{\left[\varkappa/\mu\left(\frac{n+\alpha'-2\gamma}{n^2}\right)+\frac{(\alpha'-2\gamma)(2n+\alpha')}{2}-\frac{\gamma(\alpha'^2-4\gamma^2)}{4\alpha'}-(\delta_n+\delta_{n'-1})-\frac{2\eta}{\alpha'}\varphi\right]P}{\frac{\alpha'}{\alpha'+2x}\left[\varkappa/\mu\frac{[(n_1+\alpha''-2x)n^2-(n+\alpha'+2x)n_1^2]}{n^2 n_1^2}+x(\alpha'+3x)\frac{I_0}{I_2}+\frac{(2n+\alpha')(\alpha'+2x)-(2n_1+\alpha''-2x)(\alpha''-2x)}{2}+\frac{(\alpha''-2x)^2}{4}\right]} \quad \ldots \quad (17)$$

Если умножимъ обѣ части уравненія 16 на $(\alpha''-2x)(\alpha'+2x)$, то первую часть уравненія:

$$2(y_1'-y_2')(\alpha'+2x)+2(y_1-y_2')(\alpha''-2x)$$

можно представить въ видѣ: $2(y_1'-y_2')\alpha+(y_1-y_1')(\alpha''-2x)$ *).

Если въ уравненіе (12) вставимъ вмѣсто $(y_1'-y_2')$ его значеніе изъ уравненія 16, въ которомъ значенія y_1 и y_1' замѣнены величинами χr_1 и $\chi r_1'$, опредѣленными изъ выраженій (9) и (10), то рѣшая преобразованное такимъ образомъ уравненіе (12), найдемъ для R_2:

$$R_2 = \frac{\left(\frac{2n+\alpha'-2\lambda}{2\alpha n}\varkappa/\mu+\delta n_1\right)P+\frac{\varkappa/\mu(n-n_1)(p+ql_0)}{2\alpha}}{\frac{\alpha'}{\alpha'+2x}\left[\frac{(n_1+\alpha''-2x)2n\alpha+(2n+\alpha'+2x)n_1^2+(2n_1+\alpha''-2x)nn_1}{2nn_1^2\alpha}\varkappa/\mu+\frac{(2n_1+\alpha'+2x)(\alpha''-2x)}{2}-\frac{x(\alpha'+x)(\alpha'+2x)}{2}\frac{I_0}{I_2}+\frac{(\alpha''-2x)^2(\alpha'+2x)}{4}\right]} (18).$$

Въ обоихъ выраженіяхъ для R_2 (17 и 18) числа n и n_1 должны быть цѣлыми и ближайшими большими значеній корней уравненій (3 и 4) въ предположеніи, что r_0 и r_0' равны нулю—т. е. корней уравненій:

---

*) $$2(y_1'-y_2')(\alpha'+2x)+2(y_1-y_2')(\alpha''-2x)=2(y_1'-y_2')(\alpha-\beta+2x)+2(y_1-y_2')(\alpha+\beta-2x)=$$
$$=2y_1'\alpha+2y_1\alpha+2(y_1-y_1')(\beta-2x)-2y_2'.2\alpha.$$

Если ко второй части этого равенства прибавимъ $+2y\alpha_1-2y_1\alpha$, то сдѣлавъ приведеніе, найдемъ:

$$2(y_1-y_2')(\alpha'+2x)+(2y_1-y_2')(\alpha''+2x)=4\alpha(y_1'-y_2')+2\alpha(y_1-y_1')+2(y_1-y_1')(\beta-2x)=4\alpha(y'-y_2')+2(y_1-y_1')(\alpha''-2x).$$

$$(p+ql_0)n'^2-pn'-[\mathrm{P}(\alpha'-2\gamma)-\mathrm{R}_2\alpha']=0\ .\ .\ .\ (19)\ \text{и}\ (p+ql_0)n_1'^2-pn_1'-\mathrm{R}_2\frac{\alpha'(\alpha''-2x)}{(\alpha'+2x)}=0\ .\ .\ (20)$$

Непосредственное рѣшеніе уравненій (17-20) очень сложно; поэтому проще рѣшать обратную задачу: задавшись величинами n, n_1 и $2x$, опредѣлить по уравненіямъ (18, 19 и 20) значеніе R_2, зная которое, получимъ изъ выраженія (17) значеніе для зазора η. Такимъ образомъ получимъ для ряда значеній η—соотвѣтствующія ему величины R_2, x, n и n_1. Въ таблицѣ XXI показаны величины R_2, x, n, n_1, соотвѣтствующія зазору $\eta=2$ *mm* при 20 фнт. рельсахъ и при $\alpha={}^5/_8$, $\beta=0._{02}$ и $\lambda=0._1$.

Формулы (17-20) примѣнимы только въ томъ случаѣ, когда упругія линіи накладки и встрѣчнаго рельса тангенціальны; зазоръ η' можетъ быть столь великъ, что тангенціальность не будетъ имѣть мѣста и въ точкѣ, соотвѣтствующей концу встрѣчнаго рельса въ стыкѣ. Для нахожденія η пред., при которомъ возможно примѣненіе формулъ (17-20), слѣдуетъ въ эти формулы вмѣсто x подставить $\beta=\frac{b}{l_0}$. Тогда получимъ:

$$\mathrm{R}_2=\frac{\left[{}^{\varkappa}/_{\mu}\left(\frac{n+\alpha'-2\gamma}{n^2}+\frac{(\alpha'-2\gamma)(2n+\alpha')}{2}\right)-0._{027}-\delta_n-\delta_{n_1}+\frac{2\eta_\tau'}{\alpha'}\varphi\right]\mathrm{P}}{\frac{\alpha'}{\alpha''}\left[{}^{\varkappa}/_{\mu}\frac{(n_1+\alpha')n^2-(n_1+\alpha'')n_1^{\,2}}{n^2n_1^{\,2}}+\frac{(2n+\alpha')\alpha''-(2n_1+\alpha')\alpha'}{2}+\beta\alpha''\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}+\frac{\alpha'^2}{4}\right]}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (21)$$

$$R_2 = \frac{\left[\varkappa/\mu \left(\frac{2n + \alpha' - 2\gamma}{2\alpha n} \right) + \delta_{n_1} \right] P + \varkappa/\mu \, \frac{(n - n_1)(p + q l_0)}{2\alpha}}{\frac{\alpha'}{\alpha''} \left[\frac{(n_1 + \alpha')2n\alpha + (2n + \alpha'')n_1{}^2 + (2n_1 + \alpha'')nn_1}{2nn_1{}^2\alpha} \, \varkappa/\mu + \frac{(2n_1 + \alpha'')\alpha'}{2} + \frac{\alpha'^2\alpha''}{4} - \frac{\alpha\beta\alpha''}{2} \, \frac{I_0}{I_2} \right]} \quad . \; . \; . \qquad (22)$$

Таблица XXI.

Рельсы вѣсомъ 20 фнт. въ 1 пог. фт. $I_0 = 521$ сант. $l_0 = 80$ сант.

	Плоскія накладки $I_0/I_2=7$.				Угловыя накладки $I_0/I_2=3$.			
Нагрузка въ тоннахъ. . . . . Вѣсъ верхняго строенія въ $^0/_0$P.	$P=7._5\,t$; $B=1._5$ P. $p=0._{36}{}^0/_0$ P; $ql_0=0._{28}{}^0/_0$ P.		$P=6\,t$; $B=2$P. $p=0._{44}{}^0/_0$ P; $ql_0=0._{36}{}^0/_0$ P.		$P=7._5\,t$; $B=1._5$ P. $p=0._{36}{}^0/_0$ P; $ql_0=0._{28}{}^0/_0$ P.		$P=6\,t$; $B=2$ P. $p=0._{44}{}^0/_0$ P; $ql_0=0._{36}{}^0/_0$ P.	
Отношеніе $\varkappa/\mu = B/D$.	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1
$n=$	6	6	6	5	6	5	6	5
n_1	5	5	5	5	5	5	5	5
$2x$	$0._{225}$	$0._{205}$	$0._{160}$	$0._{145}$	$0._{275}$	$0._{255}$	$0._{175}$	$0._{165}$
Давленіе на накладку R_2	$0._{365}$ P	$0._{30}$ P	$0._{315}$ P	$0._{380}$ P	$0._{407}$ P	$0._{466}$ P	$0._{320}$ P	$0._{393}$ P
Давленіе на встрѣчный рельсъ $R_2 \frac{\alpha'}{\alpha + 2x}$. . .	$0._{263}$ P	$0._{323}$ P	$0._{249}$ P	$0._{308}$ P	$0._{281}$ P	$0._{26}$ P	$0._{250}$ P	$0._{310}$ P

Въ этихъ выраженіяхъ для R_2 величины n и n_1 должны быть числа цѣлыя, ближайшіе большія значеній корней уравненій n' и $n_1{}'$:

$$(p+ql_0)n'^2-pn'-[\mathrm{P}(a'-2\gamma)-\mathrm{R}_2a']=0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (23)$$

$$(p+ql_0)n_1'^2-pn_1'-\mathrm{R}_2\frac{a'^2}{a''}=0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (24)$$

Таблица XXII.

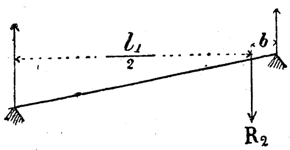
Рельсы вѣсомъ.	$24^1/_2$ фнт. въ 1 пог. фт. $\mathrm{I}_0=904$ с.			
Угловыя накладки.	$\mathrm{I}_0/\mathrm{I}_2=3$.			
Нагрузка на колесо. Вѣсъ верхн. строенія.	$\mathrm{P}=7.5\,t$; $\mathrm{B}=2.7\,\mathrm{P}$. $p=0.52\%\,\mathrm{P}$; $ql_0=0.36\%\,\mathrm{P}$.		$\mathrm{P}=6\,t$; $\mathrm{B}=3.3\,\mathrm{P}$. $p=0.66\%\,\mathrm{P}$; $ql_0=0.44\%\,\mathrm{P}$.	
$\varkappa/\mu=\mathrm{B}/\mathrm{D}$.	1	2	1	2
n	6	6	5	5
n_1	5	6	5	5
Давлен. на наклад. R_2	$0.30\,\mathrm{P}$	$0.37\,\mathrm{P}$	$0.31\,\mathrm{P}$	$0.37\,\mathrm{P}$
Зазоръ, соотвѣтствующій тангенціальности накладки и конца встрѣчнаго рельса. η_τ'	$1.84\,mm$	$2.03\,mm$	$1.44\,mm$	$1.61\,mm$

Въ таблицѣ XXII показаны значенія для n, n_1, R_2 и η_τ' при $24^1/_2$ фнт. рельсахъ, связанныхъ угловыми накладками и при $\frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{I}_2}=3$, $a={}^5/_8$, $\beta=0.02$ и $\gamma=0.1$.

Цифры послѣдней строки таблицы представляютъ ту величину зазора η_τ', которая соотвѣтствуетъ тангенціальности накладки и конца рельса; при η' большемъ η_τ' тангенціальность рельса и накладокъ вообще не имѣетъ мѣста и формулы (17-20) непримѣнимы къ опредѣленію давленія R_2.

Давленіе R_2 при $\eta' > \eta_\tau'$ можетъ быть найдено изъ клапейроновскихъ уравненій, связанныхъ слѣдующимъ условіемъ (черт. 44 и 45): разность (y_2-y_2') ординатъ концовъ обоихъ рельсовъ должна быть равна величинѣ зазора η', сложенной съ величиною стрѣлы прогиба f накладки дли-

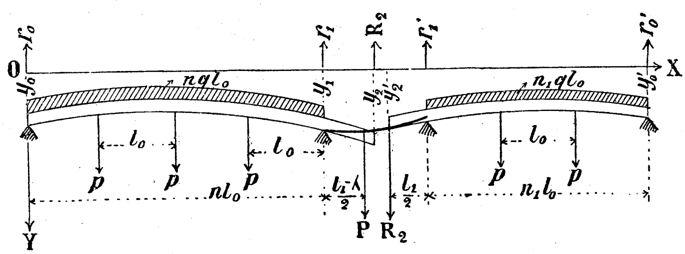
Черт. 43.



ною $\frac{l_1+b}{2}$, опредѣленнаго въ точкѣ приложенія силы R_2, отстоящей отъ конца встрѣчнаго рельса, (служащаго въ данномъ случаѣ опорою), на разстояніи b; но такъ какъ величина b по сравненію съ $\frac{l_1}{2}$ мала, то прогибомъ f можно пренебречь и принять, что накладка сопротивляется однимъ только перерѣзывающимъ усиліямъ (R_2, $-R_2$).

Тогда разность (y_2-y_2') ординатъ обоихъ концовъ рельсовъ въ стыкѣ, при условіи приложенія груза P къ одному концу рельса, будетъ равна зазору η', и основныя уравненія представятся въ слѣдующемъ видѣ (черт. 45):

Черт. 45.



$$\frac{6EI_0}{l_0^3}\left[\frac{\varkappa(n+\alpha-2\gamma)}{n^2}P-\frac{\varkappa(n+\alpha)}{n^2}R_2+\frac{2(y_1-y_2)}{\alpha}\right]=$$

$$=\left[-P(\alpha-2\gamma)+R_2\alpha\right]\frac{2n+\alpha}{2}+\frac{P\gamma(\alpha^2-4\gamma^2)}{4}+\delta_n P\;.\;.\;(23)$$

$$\frac{6EI_0}{l_0^3}\left[\frac{\varkappa(n_1+\alpha)}{n_1^2}R_2+\frac{2(y_1'-y_2')}{\alpha}\right]=$$

$$=-R_2\frac{\alpha(2n_1+\alpha)}{2}+\delta_{n_1}P\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(24)$$

Если вычтемъ уравненіе (24) изъ (23) и замѣнимъ:

$$y_2 - y_2' = \eta', \quad y_1 - y_1' = \varkappa(r_1 - r_1') = \varkappa\left(\frac{2n+\alpha-2\gamma}{2n}\right)\mathrm{P} - \mathrm{R}_2\frac{2n+\alpha}{n\alpha} - \mathrm{R}_2\frac{2n_1+\alpha}{n_1\alpha} + (\delta_n - \delta_{n_1})\mathrm{P},$$

то, рѣшая полученное уравненіе относительно R_2, находимъ:

$$\mathrm{R}_2 = \frac{\left[\varkappa/\mu\left(\frac{\alpha(n+\sigma-2\gamma)+(2n+\alpha-2\gamma)n}{n^2\sigma}\right) + \frac{(\alpha-2\gamma)(2n+\sigma)}{2} - \frac{\gamma(\alpha^2-4\gamma^2)}{2\alpha} - (\delta_n - \delta_{n_1})\right]\mathrm{P} + \varkappa/\mu(n-n_1)\,(p+ql_0) - \frac{2\eta}{\alpha}\mathrm{B}}{\varkappa/\mu\left(\frac{4}{\alpha} + \frac{2(n+n_1)}{nn_1} + \frac{n^2+n_1^2}{n^2 n_1^2}\,\alpha\right) + \alpha(n+n_1+\alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

Въ этомъ выраженіи для n и n_1 должны быть взяты числа цѣлыя и такія, чтобы послѣ подстановки въ выраженія:

$$r_0 = \frac{-\mathrm{P}(\alpha-\gamma) + \mathrm{R}_2\alpha + \frac{p(n-1)n + qn^2 l_0}{2}}{n}, \quad \text{и} \quad r'_0 = \frac{-\mathrm{R}_2 + \frac{p(n_1-1)n_1 + qn_1^2 l_0}{2}}{n_1},$$

для r_0 и r_1 получались значенія больше нуля, а при уменьшеніи n и n_1 на единицу—значенія меньше нуля.

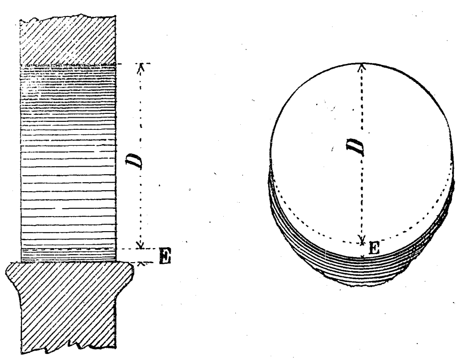
Въ таблицахъ XXII и XXIII вычислены давленія на встрѣчный конецъ рельса въ стыкѣ, равныя $\mathrm{R}_2\dfrac{\alpha'}{\alpha+2x}$ при 20 фнт. рельсахъ и равныя R_2 при $24\,^1/_2$ фнт. рельсахъ при величинѣ зазора η', равной только 2 *mm*, для того, чтобы исключить вліяніе болтовъ на изгибъ рельсовъ и накладокъ,

Таблица XXIII.

Рельсы вѣсомъ.	$24^1/_2$ фнт. въ 1 пог. фт. $I_0=904$ снт.			
Угловыя накладки.	$I_0/I_2=3$.			
Нагрузка на колесо P. Вѣсъ верхн. строенія.	$P=7._5\,t$; $B=2._7\,P$. $p=0._{52}{}^0/_0\,P$; $ql_0=0._{36}{}^0/_0\,P$.		$P=6\,t$; $B=3._3\,P$. $p=0._{66}{}^0/_0\,P$; $ql_0=0._{44}{}^0/_0\,P$.	
$\varkappa/\mu=B/D=$	1	2	1	2
$n=$	6	6	6	5
n_1	5	6	5	5
R_2	$0._{293}\,P$	$0._{366}\,P$	$0._{264}\,P$	$0._{341}\,P$

такъ какъ нормальная величина зазора между болтами и стѣнками отверстій въ большинствѣ случаевъ не превосходитъ этой величины. Понятно, что съ увеличеніемъ зазора η' свыше 2 *mm*, явится новое распредѣленіе давленій и всѣ выведенныя формулы для R_2 будетъ невѣрны. Въ дѣйствительности зазоръ между средними болтами и стѣнками отверстій увеличивается вмѣстѣ съ возрастаніемъ зазора η', вслѣдствіе смятія (или вѣрнѣе выдавливанія металла) стѣнокъ отверстій, принимающихъ форму, показанную на черт. 46. Если сдѣлаемъ предположеніе, что зазоръ ε

Черт. 46.



возрастаетъ съ увеличеніемъ зазора η', то можемъ опредѣлить то значеніе η', при которомъ R_2 равно нулю, или иначе говоря, можемъ найти тотъ зазоръ η', при которомъ накладки перестаютъ участвовать при передачѣ давленія отъ одного рельса на другой даже въ случаѣ приложенія силы P къ одному концу рельса.

Если R_2 равно нулю, то число n_1 тоже равно нулю, а n будетъ числомъ цѣлымъ, большимъ n' и меньшимъ $n'+1$, гдѣ

$$n' = \frac{p}{2(p+ql_0)} + \sqrt{\frac{p^2}{4(p+ql_0)^2} + P\frac{a+2\gamma}{p+ql_0}},$$

Зазоръ η'_0, соотвѣтствующій $R_2=0$, будетъ тогда:

$$\eta_0' = \frac{a}{2\varphi}\left[\frac{{}^{\varkappa}/_{\mu}(n+a-2\gamma)+(2n+a-2\gamma)n}{n^2a} + \right.$$

$$\left. + \frac{(a-2\gamma)(2n+a)}{2} - \frac{\gamma(a^2-4\gamma^2)}{2a} - \delta_n\right] +$$

$$+ \frac{an}{2\varphi P}(p+ql_0) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (25)$$

Выраженіе (25) показываетъ, что величина зазора η_0', соотвѣтствующая $R_2=0$, не зависитъ отъ профиля накладокъ и обусловливается только размѣрами рельса, качествомъ балласта и соотношеніемъ между вѣсомъ верхняго строенія и вѣсомъ подвижнаго состава. Въ таблицѣ XXIV вычислены значенія η_0', соотвѣтствующія $R_2=0$, при 20 и $24^1/_2$ фнт. рельсахъ, при различныхъ качествахъ балластнаго слоя и при нагрузкѣ на колеса $7._5$ и 6 тоннъ.

Въ таблицѣ XXIV показаны значенія зазора η_0', выведенныя при условіи дѣйствія на рельсъ нагрузки P, передаваемой однимъ только колесомъ подвижнаго состава. Въ дѣйствительности это условіе не имѣетъ мѣста, а потому и дѣйствительныя значенія η_0'' должны

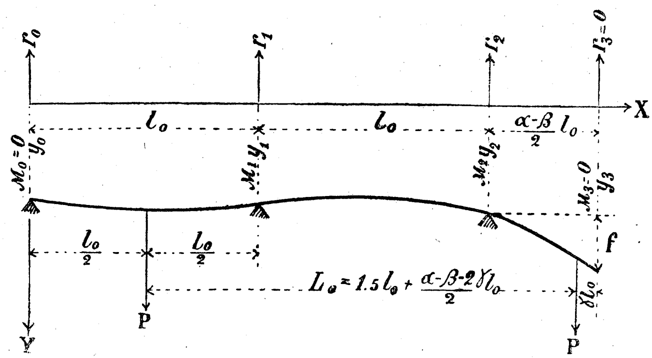
Таблица XXIV.

Рельсы вѣсомъ.	20 фнт. въ 1 пог. фт.				$21^1/_2$ фнт. въ 1 пог. фт.			
Нагрузка P; и $B=\frac{1}{\mu}$ Вѣсъ верхняго строенія.	$P=7.5\,t$; $B=1.5\,P$. $p=0.36\,\%\,P$; $ql_0=0.28\,\%\,P$.		$P=6\,t$; $B=2\,P$. $p=0.44\,\%\,P$; $ql_0=0.36\,\%\,P$.		$P=7.5\,t$; $B=2.7\,t$. $p=0.52\,\%\,P$; $ql_0=0.36\,\%\,P$.		$P=6\,t$; $B=3.3\,P$. $p=0.66\,\%\,P$; $ql_0=0.44\,\%\,P$.	
$B/D=\varkappa/\mu=$	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	1	2	1	2
n	9	9	8	8	8	8	7	7
η_0' въ мм. максим.	9.5	13.2	6.7	9.4	6.8	11.0	5.4	8.7

отличаться отъ указанныхъ въ таблицѣ. Если принять нагрузку рельса трехоснымъ паровозомъ, то на основаніи сказаннаго въ п. 7 стр. 54-57 дѣйствительныя значенія η_0'' должны быть тѣмъ меньше, чѣмъ ближе расположено среднее колесо отъ крайняго въ стыковомъ пролетѣ и чѣмъ больше база паровоза, т. е., чѣмъ больше разстояніе между крайними осями, Поэтому наименьшее предѣльное значеніе для η_0'' получимъ, если разсмотримъ вліяніе на рельсъ только двухъ грузовъ, расположенныхъ возможно ближе другъ къ другу. Опредѣленіе значеній η_0'' въ этомъ случаѣ основано на слѣдующихъ соображеніяхъ. Если изъ соотвѣтствующихъ клапейроновскихъ уравненій опредѣлимъ опорныя противодѣйствія и прогибъ стыка f, то зазоръ η_0' долженъ быть равенъ $f+\chi r$, гдѣ r давленіе на стыковую шпалу.

Уравненія, составленныя для балки нагруженной двумя грузами P съ разстояніемъ между ними $1.5\,l_0+\frac{(a-2\gamma)l_0}{2}$, будутъ слѣдующія (черт. 47):

Черт. 47.



$$\frac{6EI_0}{l_0}(y_1-y_0+y_1-y_2)=-(4M_1+M_2)+{}^3/_8Pl_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$\frac{6EI_0}{l_0}\left(y_2-y_1+\frac{2(y_2-y_3)}{\alpha-\beta}\right)=$$

$$=-\Big[M_1+M_2(2+\alpha-\beta)\Big]+\frac{(\alpha-\beta)^2-4\gamma^2}{4}Pl_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

где $M_1=\left(\frac{P}{2}-r_0\right)l_0, \quad M_2=\frac{P(\alpha-\beta-2\gamma}{2}l_0=$

$$=({}^3/_2P-2r_0-r_1)\,l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

$$r_2=2P-r_0-r_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29).$$

Изъ (28) находимъ, что

$$r_1=\frac{3-(\alpha-\beta-2\gamma)}{2}P-2r_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Подставивъ въ выраженіе (29) значеніе для r_1, получаемъ

$$r_2=\frac{1+(\alpha-\beta-2\gamma)}{2}P+r_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Если замѣнимъ въ уравненіяхъ (26) и (27) разности ординатъ $y_1—y_0$, $y_1—y_2$ и $y_2—y_3$ равными величинами $\chi(r_1—r_0)$, $\chi(r_1—r_2)$ и $—f$, и если подставимъ вмѣсто M_1, M_2, r_1, r_2 и $y_1—y_3$ ихъ значенія, то получимъ:

$$\chi/_\mu\left[\frac{(5—3(\alpha-\beta—2\gamma)}{2}P—6r_0\right]=$$

$$=4r_0—\frac{(13+4(\alpha—\beta—2\gamma)}{8}P\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (32)$$

$$\chi/_\mu\left[3r_0—[1—(\alpha—\beta—2\gamma)]P\right]—\frac{2B}{\alpha—\beta}f=$$

$$=r_0—\frac{P}{2}\left[1+(\alpha—\beta—2\gamma)(2+\alpha—\beta)\right]+$$

$$+\frac{(\alpha—\beta)^2—4\gamma^2}{4}P\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (33)$$

Изъ уравненій (32, 30 и 29) найдемъ опорныя противодѣйствія, а изъ (33) прогибъ f стыка. Зная r_2 и f, найдемъ η_0'':

$$\eta_0''=f+\chi r_2=f+\chi/_\mu.\frac{r_2}{B}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (34)$$

Разстояніе L_0 между осями подвижнаго состава, равное $1._5l_0+\frac{\alpha—\beta—2\gamma}{2}l_0$ почти равно предѣльному минимальному, а потому и зазоръ η_0'', исчисленный въ таблицѣ XXV при этомъ расположеніи нагрузокъ, и соотвѣтствующій отсутствію дѣйствія накладокъ, будетъ тоже минимальнымъ. При всякомъ другомъ расположеніи нагрузокъ, имѣющемъ мѣсто въ дѣйствительности, зазоръ η_0, обусловливающій отсутствіе вліянія накладки на изгибъ рельсовъ, будетъ заключаться между предѣлами η_0'' (таблица XXV) и η'_0 (таблица XXIV). Если сравнить найденныя нами величины для η_0 съ вели-

Таблица XXV.

Рельсы вѣсомъ:	20 фнт. въ 1 пог. фт.				$24^1/_2$ фнт. въ 1 пог. фт.			
Нагрузка P. $B=\frac{1}{\mu}=\frac{6EI_0}{l_0^3}$	$P=7._5\,t$ $B=1._5$ P.		$P=6\,t.$ $B=2$ P.		$P=7._5\,t.$ $B=2._7$ P.		$P=6\,t.$ $B=3._3$ P.	
$B/D=\varkappa/\mu$.	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	1	2	1	2
Сопротивленіе стыковой шпалы r_2	1.096 P	1.072 P	1.096 P	1.072 P	1.072 P	1.051 P	1.072 P	1.051 P
$\varkappa/\mu\ \frac{r_2}{B}$ =(въ мм.).	3.4	3.9	2.6	3.0	2.2	2.6	1.8	2.2
Прогибъ f мм.	3.7	7.2	2.7	5.4	4.0	7.8	3.3	6.6
Зазоръ η_0'' мин. мм.	7.1	11.1	5.3	8.4	6.2	10.4	5.1	8.4

чинами для такого же η_0, вычисленными др. Циммерманномъ въ его сочиненіи: „Die Berechnung des Eisenbahn-Oberbaues" (стр. 268), то окажется, что первыя значительно больше вторыхъ. При рельсахъ нѣсколько болѣе тяжелыхъ ($I_0=1050$ снт.) по сравненію съ рельсами, вѣсомъ $24^1/_2$ фнт. въ пог. фт. ($I_0=906$ снт.), при той же нагрузкѣ $P=7500$ кгр., докторъ Циммерманнъ опредѣляетъ предѣлъ дѣйствія накладокъ слѣдующими величинами для η_0:

$$\eta_0=2._{39}\text{ мм. при } {}^B/_D=2._{026}\text{ и } B=2._3\,P. \qquad \eta_0=1._{29}\text{ мм. при } {}^B/_D=0._{835}\text{ и } B=2._3\,P.$$

Такъ какъ послѣднія величины выведены Циммерманомъ для рельсовъ другого профиля, при нѣсколько большихъ размѣрахъ промежуточнаго ($l_0=90$ стн.) и стыковаго ($l_1=60$ стн.) пролетовъ, то для сравненія значеній η_0, выведенныхъ нами (на основаніи формулъ 25 и 34), съ величинами η_0, опредѣленными по формулѣ Циммерманна, вставимъ въ послѣднюю (формула 266 на стр. 264 названнаго сочиненія):

$$R = \frac{\dfrac{(1+2\alpha_1)\dfrac{B}{D}+(2+3\alpha_1)\alpha_1-\alpha_0^2}{4\alpha_0}P - \dfrac{\eta}{2\alpha_0^2}B}{1+\dfrac{B}{D}+3\alpha_1-\alpha_0\left(2-\dfrac{I_0}{I_2}\right)} = 0$$

данныя для разсматриваемыхъ нами рельсовъ, а именно: α_1 — половину отношенія длины стыковаго пролета къ промежуточному $= {}^5/_{16}$, и

$$\alpha_0 = \frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{5}{16} - 0._{01}.$$

Тогда значенія для η_0 по Циммерманну для нашихъ рельсовъ будутъ слѣдующія (таблица XXVI).

Изъ послѣдней таблицы видно, что по Циммерманну достаточно ничтожнаго зазора 1-$2._5$ мм. для того, чтобы накладки перестали принимать участье въ изгибѣ рельсоваго стыка; между тѣмъ наблюденіе показываетъ, что стрѣла прогиба конца рельса въ стыкѣ, неснабженномъ накладками, въ нѣсколько разъ больше величинъ, найденныхъ Циммерманномъ.

Этотъ выводъ др-а Циммерманна, несогласный съ дѣйствительностью, а равно и другой его выводъ, мнимый и заключающійся въ томъ, что при статическомъ дѣйствіи одиночнаго груза давленіе рельса на накладку можетъ значительно превосходить давленіе колеса на рельсъ (см. стр. 267-270 названнаго сочиненія), обусловливаются тѣмъ, что докторомъ Циммерманномъ не принятъ во вниманіе вѣсъ верхнаго строенія и разсмотрѣнъ исключительно случай одиночнаго груза, а не сисистемы подвижныхъ и постоянныхъ

Таблица XXVI.

Рельсы вѣсомъ:	20 фнт. въ 1 пог. фт.				$24^1/_2$ фнт. въ 1 пог. фт.			
Нагрузка P B=	7.5 t 1.5 P		6 t 2 P		7.5 t 2.7 P		6 t 3.3 P	
B/D	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	1	2	1	2
η (по Циммерманну)	1.7	2.5	1.3	1.9	1.4	1.9	1.1	1.6

грузовъ, и затѣмъ обусловливаются вообще невѣрнымъ положеніемъ, внесеннымъ въ основаніе его теоріи стыка, заключающемся въ томъ, что точки передачи давленій заданы Циммерманномъ у концовъ рельсовъ и накладокъ; тогда какъ мѣстоположеніе этихъ точекъ, какъ это нами было разобрано, зависятъ не только отъ способа нагрузки стыка (симметричной или несимметричной), но и отъ величины зазора η между рельсами и накладками.

19. Дополнительныя напряженія и силы во встрѣчномъ рельсѣ въ стыкѣ отъ дѣйствія динамической нагрузки.

Сопоставимъ результаты изслѣдованія двухъ случаевъ нагрузки стыковаго пролета: симметричной и несимметричной.

Въ первомъ случаѣ симметричной нагрузки, при сравнительно небольшомъ зазорѣ η_0 между рельсами и накладками, не большемъ $2._{25}$ мм. при 20 фнт. рельсахъ и не большемъ $1._{25}$ мм. при $24^1/_2$ фнт. рельсахъ (см. таблица XX), давленіе, получаемое рельсами отъ колеса подвижнаго состава, вовсе не передается накладкамъ, такъ что въ случаѣ передачи давленія колеса подвижнаго состава на оба рельса въ стыкѣ поровну и при условіи зазора между рельсами и накладками равнаго или большаго противу указанныхъ въ таблицѣ XX для η_0 значеній, накладки можно исключить изъ стыковаго пролета, не измѣнивъ условій изгиба стыка. Моментъ, изгибающій рельсъ, будетъ максимальнымъ для сѣченія рельса надъ опорою и равенъ

$$\max M = \frac{P}{2} \alpha_0 l_0,$$

гдѣ $\alpha_0 = \dfrac{\alpha - \beta - 2\gamma}{2}$.

Во второмъ случаѣ несимметричной нагрузки, при условіи исключенія вліянія болтовъ, т. е., при условіи зазора между болтами и стѣнками отверстій, увеличивающагося въ той же мѣрѣ, что и зазоръ между рельсами и накладками, величины зазора η_0', соотвѣтствующія отсутствію вліянія накладокъ на изгибъ рельсовъ, будутъ значительно больше (отъ 4 до 5 разъ) значеній зазора η_0, соотвѣтствующихъ давленію на накладки, равному нулю при симметричной нагрузкѣ стыка (см. табл. XXV). Поэтому, при несимметричной нагрузкѣ стыка, возможно близкой къ срединѣ накладки, при значеніяхъ зазора между рельсами и накладками, равныхъ или большихъ η'_0 и меньшихъ η_0'', встрѣчный конецъ рельса будетъ нагруженъ частью давленія, передаваемаго пошерстнымъ рельсомъ накладкамъ (см. значенія для $R_2\dfrac{\alpha}{\alpha+2x}$ въ таблицѣ XXI и для R_2 въ таблицѣ XXIII), а моментъ, изгибающій встрѣчный рельсъ, будетъ равенъ

$$\max M = \left(\frac{P}{2} - \psi\right)(\alpha_0' - x)\,l_0, \text{ гдѣ}$$

$$\alpha_0' = \frac{\alpha+\beta}{2}, \quad \psi < \frac{P}{2}, \text{ а } x < \frac{\alpha+\beta}{2}$$

можетъ быть равно нулю (см. табл. XXIII).

Колесо, двигаясь по рельсу въ стыковомъ пролетѣ отъ одной шпалы къ другой, должно пройти чрезъ положеніе симметричное относительно концовъ рельсовъ; поэтому въ моментъ этого положенія, т. е., въ моментъ входа колеса на встрѣчный конецъ рельса нагрузка послѣдняго, равная до этого момента $\dfrac{P}{2}-\psi$, (сравнивая значенія для $R_2\dfrac{\alpha}{\alpha+2x}$ въ таблицѣ XXI и R_2 въ таблицѣ XXIII выведенныя при $\eta=2$ мм.), должна мгновенно увеличиться до $\dfrac{P}{2}$. Точно также, въ моментъ оставленія колесомъ пошерстнаго конца рельса, т. е., въ моментъ приложенія силы исключительно къ встрѣчному рельсу, нагрузка послѣдняго, равная до этого момента $\dfrac{P}{2}$, увеличивается до $\dfrac{P}{2}+\psi$. Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что сила ψ будетъ тѣмъ ближе къ мгновенной, чѣмъ скорость движенія колеса больше и что съ возрастаніемъ скорости движенія промежутокъ времени между приложеніемъ обѣихъ силъ $\dfrac{P}{2}-\psi$ и $\dfrac{P}{2}+\psi$ стремится къ нулю, такъ что при большихъ скоростяхъ можно разсматривать нагрузку противушерстнаго конца мгновенно увеличивающеюся отъ величины $\left(\dfrac{P}{2}-\psi\right)$ до значенія ея $\left(\dfrac{P}{2}+\psi\right)$.

Работа мгновенно приложенной силы вдвое больше работы той же силы, постепенно увеличивающейся отъ нуля, а потому съ приложеніемъ мгновенной силы 2ф, увеличеніе момента, изгибающаго встрѣчный рельсъ будетъ значительно больше, (а при равенствѣ плечъ—вдвое), увеличенія момента, изгибающаго тотъ же рельсъ, въ случаѣ постепеннаго возрастанія силы 2ф отъ нуля. Вслѣдствіе той же причины, стрѣла прогиба встрѣчнаго рельса будетъ больше—попутнаго.

Въ этомъ надо искать объясненія явленія, замѣченнаго Coüard'омъ, заключающагося въ томъ, что колесо подвижнаго состава, двигаясь по стыковому пролету, падаетъ съ попутнаго на встрѣчный рельсъ. Coüard. объясняетъ это явленіе кантованіемъ попутнаго рельса вокругъ ребра подошвы, увеличивающемъ высоту положенія колеса по отношенію къ встрѣчному рельсу; не отрицая возможности таковаго кантованія, намъ кажется вѣроятнымъ объясненіе этого паденія пониженіемъ встрѣчнаго рельса отъ дѣйствія мгновенно приложенныхъ силъ.

Такимъ образомъ, съ образованіемъ зазора между рельсами и накладками, встрѣчный конецъ рельса, а слѣдовательно и накладки, будутъ подвергаться дѣйствію мгновенно приложенныхъ силъ, тѣмъ большихъ, чѣмъ зазоръ значительнѣе. Къ этимъ сразу приложеннымъ силамъ присоединяется въ большинствѣ случаевъ и сила удара, такъ какъ движущееся колесо подвижнаго состава, встрѣчая противушерстный рельсъ подъ угломъ ε сообщаетъ ему нѣкоторую скорость $v \sin \varepsilon$ въ вертикальномъ направленіи; въ результатѣ получается сила, измѣряемая количествомъ движенія $mv \sin \varepsilon$.

Дѣйствіемъ сразу приложенныхъ силъ 2ф и силы удара, принимаемыхъ рельсомъ и передаваемыхъ накладкамъ, объясняется столь интенсивное смятіе или выдавливаніе металла у плоскостей соприкосновенія накладокъ и встрѣчнаго рельса и расплющиваніе головки послѣдняго, принимающей на себя непосредственно добавочныя силы и удары колесъ подвижнаго состава. Въ результатѣ изъ-за значительнаго износа стыка на маломъ протяженіи приходится мѣнять рельсы, мало изношенные въ остальной части. Все это показываетъ, насколько важны въ экономическомъ отношеніи мѣры, направленныя къ уменьшенію зазора между рельсами и накладками.

Несомнѣнно, что образованіе зазора между рельсами и накладкими находится въ прямой зависимости отъ мягкости металла рельсовъ и накладокъ; нами было показано усугубляющее вліяніе на образованіе этого зазора отсутствія упругаго сопротивленія изгибу накладокъ; кромѣ того на выдавливаніе металла оказываетъ вліяніе и зазоръ, происходящій отъ неплотнаго прилеганія рельсовъ и накладокъ. Поэтому, и мѣры, которыя слѣдуетъ принять для сохраненія стыка отъ преждевременной порчи, должны заключаться:

1) въ увеличеніи т в е р д о с т и м е т а л л а рельсовъ и накладокъ,

2) въ увеличеніи ширины плоскостей соприкосновенія рельсовъ и накладокъ,

2) въ приданіи накладкамъ размѣровъ, обусловливающихъ упругое сопротивленіе ихъ изгибу, и

4) въ приспособленіяхъ, препятствующихъ развинчиванію болтовъ.

Въ виду того, что изнашиваемость стыка обусловлена главнымъ образомъ выдавливаніемъ металла, твердость металла должна быть испытываема способами, основанными на сопротивленіи матеріала выдавливанію, напр. ножомъ Родмана. Въ „Изслѣдованіи о вліяніи подвижной нагрузки на службу рельсовъ“ выяснено, что рельсы, давшіе хорошіе результаты въ отношеніи сохраненія стыковъ отъ преждевременнаго износа и испробованные ножемъ Родманна, обладали твердостью отъ 4 до $4._5$, при твердости химически чистой мѣди, принятой за единицу. Кромѣ того, въ томъ же изслѣдованіи указана зависимость между твердостью и сопротивленіемъ металла разрыву, при чемъ твердости отъ 4 до $4._5$ соотвѣтствуетъ временное сопротивленіе отъ 70 до 80 кгр. на 1 кв. мм. Поэтому, казалось бы, меньшія изъ этихъ значеній для твердости и временнаго сопротивленія и должны были быть приняты, какъ нормы при испытаніяхъ рельсовъ для ихъ пріемки.

Сдѣлавъ общій выводъ изъ всего вышесказаннаго о рельсовомъ стыкѣ, приходимъ къ слѣдующимъ положеніямъ.

1. Наибольшій статическій моментъ, изгибающій накладку, имѣющій мѣсто при новыхъ рельсахъ и накладкахъ, когда зазоръ между ними равенъ нулю, можетъ быть исчисленъ съ достаточною для практическихъ цѣлей точностію изъ выраженія:

$$\max M = \left(\frac{{}^{x}/_{\mu} - {}^{3}/_{4}\alpha^2 \dfrac{I_0}{I_0+I_2}}{4{}^{x}/_{\mu} + 4 + 6\alpha \dfrac{I_0}{I_0+I_2}} + \frac{\alpha}{4} \right) P l_0, \quad \text{гдѣ}$$

α—отношеніе длины стыковаго (накладки) и промежуточнаго пролетовъ, ${}^{x}/_{\mu} = {}^{B}/_{D}$, I_0 и I_2—моменты инерціи относительно горизонтальной оси поперечныхъ сѣченій рельса и накладокъ.

2. При принятой на большинствѣ русскихъ дорогъ длинѣ стыковаго пролета 50 снт. и нормальномъ разстояніи между осями шпалъ 80 снт., максимальные моменты, изгибающіе накладки, хотя и меньше моментовъ, дѣйствующихъ на рельсы въ промежуточныхъ пролетахъ, но тѣмъ не менѣе, напряженія въ накладкахъ, въ виду недостаточности момента сопротивленія ихъ поперечнаго сѣченія, значительно превышаютъ напряженія въ рельсахъ; такъ, угловыя накладки 20 фнт. рельсовъ, при отношеніи моментовъ сопро-

тивленій $\frac{W_0}{W_2}=3$, не въ состояніи сопротивляться упругимъ образомъ даже статическому дѣйствію груза, а профиль такихъ же накладокъ $24^1/_2$ фнт. рельсовъ (при томъ же отношеніи моментовъ сопротивленій) недостаточна для упругаго сопротивленія динамической нагрузкѣ.

3. Увеличеніе длины накладокъ увеличиваетъ моменты, а уменьшеніе—уменьшаетъ таковые, но въ обоихъ случаяхъ измѣненія моментовъ весьма невелики, небольше $3^0/_0$ отъ исчисленнаго при равенствѣ длины накладокъ и стыковаго пролета.

4. Уменьшеніе длины пролетовъ, смежныхъ со стыковымъ, увеличиваетъ дѣйствующіе моменты при $^{\varkappa}/_{\mu}<1._{85}$ (при $l_0=l_1$); съ увеличеніемъ $^{\varkappa}/_{\mu}$ свыше $1._{85}$, максимальные дѣйствующіе моменты, хотя и уменьшаются съ уменьшеніемъ длины пролета смежнаго со стыковымъ (при $l_0=l_1$), но уменьшеніе это ничтожно.

5. Улучшеніе балластнаго слоя весьма существенно уменьшаетъ напряженія въ накладкахъ и тѣмъ значительнѣе въ $^0/_0$ отношеніи, чѣмъ профиль рельса и накладокъ больше (см. таблицу XII).

6. Вліяніе вѣса верхняго строенія, а равно вліяніе другихъ сосредоточенныхъ грузовъ выражается уменьшеніемъ момента, изгибающаго накладки, но оно парализуется несовершенствомъ подбивки шпалъ (потайными толчками), такъ что вліяніе этихъ факторовъ въ выраженіе для момента можно не вводить.

7. Рельсовыя накладки, не будучи въ состояніи сопротивляться упругимъ образомъ дѣйствію внѣшней силы, получаютъ остающійся прогибъ, а рельсы принимаютъ горбатый видъ, т. е. садятся у стыковъ и приподнимаются по срединѣ. Дѣйствіе накладокъ въ этомъ случаѣ сводится главнымъ образомъ къ сопротивленію перерѣзывающимъ усиліямъ при передачѣ давленія отъ одного рельса

на другой. При переходѣ нагрузки отъ одного конца рельса на другой отъ дѣйствія сминающихъ усилій между рельсами и накладками образуется зазоръ, сначала у концовъ рельсовъ, а затѣмъ и по всему протяженію накладки. Съ образованіемъ этого зазора система рельсовъ и накладокъ не можетъ быть разсматриваема какъ составная балка, такъ какъ кривыя изгиба рельсовъ и накладокъ направлены въ противоположныя стороны. Моменты, изгибающіе изношенные рельсы и накладки, могутъ быть опредѣлены только при условіи принятія во вниманіе или вѣса верхняго строенія, или другихъ сосредоточенныхъ грузовъ, такъ какъ только тогда является возможнымъ объяснить равновѣсіе рельсовъ въ случаѣ исключенія изъ стыка накладокъ.

8. При изношенныхъ накладкахъ наибольшее давленіе на накладки будетъ имѣть мѣсто при несимметричномъ расположеніи нагрузки въ стыкѣ, т. е. когда колесо находится на одномъ концѣ рельса. Разстояніе точки приложенія нагрузки отъ средины стыковаго пролета будетъ тѣмъ больше, чѣмъ значительнѣе прогибъ и чѣмъ больше діаметръ колеса подвижнаго состава. Величина прогиба рельса находится въ прямой зависимости отъ степени износа накладокъ. Наблюденіе показываетъ, что разстояніе точки приложенія колеса къ рельсу отъ конца его заключается въ предѣлахъ отъ $1\frac{1}{2}''$ до $3''$.

9. При симметричномъ расположеніи статической нагрузки въ стыковомъ пролетѣ, т. е., когда давленіе колеса передается на оба конца рельсовъ, при величинѣ зазора между рельсами и накладками 2 мм., т. е., при зазорѣ, не превосходящемъ нормальнаго зазора между болтами и стѣнками отверстій, накладки не принимаютъ никакого участія въ изгибѣ стыковаго пролета, тогда какъ при томъ же зазорѣ, но при нагрузкѣ несимметричной, накладки подвергаются либо изгибу, либо перерѣзыванію въ зависимости отъ мѣсторасположенія точки передачи давленія на встрѣчномъ концѣ рельса.

10. Наблюденіе показываетъ, что стѣнки отверстій среднихъ болтовъ сминаются, слѣдствіемъ чего діаметръ ихъ увеличивается на 2 и даже больше миллиметровъ. Если предположить дальнѣйшее увеличеніе этого діаметра съ износомъ накладокъ, то при несимметричномъ расположеніи нагрузки, накладки перестанутъ оказывать свое дѣйствіе на изгибъ рельсовъ при зазорахъ между рельсами и накладками, не меньшихъ 5 мм. (см. таблицу XXIII), что почти въ пять разъ больше значенія для такого зазора, полученнаго по формулѣ Циммерманна (см. таблицу XXVI). Ошибочный результатъ, даваемый формулою Циммерманна объясняется игнорированіемъ вѣса верхняго строенія и главнымъ образомъ невѣрнымъ положеніемъ, внесеннымъ въ основаніе теоріи стыка, заключающемся въ принятіи Циммерманномъ однѣхъ и тѣхъ же точекъ для передачи давленій, а именно концовъ рельсовъ и накладокъ, тогда какъ положеніе этихъ точекъ зависитъ не только отъ способа нагрузки стыка, но и отъ величины зазора. Тѣмъ же невѣрнымъ предположеніемъ надо объяснить и другой выводъ Циммерманна, равносильный выводу о возможности самозарожденія силы, именно, что давленіе, передаваемое рельсами накладкамъ, при дѣйствіи одиночнаго сосредоточеннаго груза оказывается больше самого груза.

11. Съ образованіемъ зазора между рельсами и накладками, встрѣчный конецъ рельса, а слѣдовательно и накладки, будутъ подвергаться дѣйствію мгновенно приложенныхъ силъ и кромѣ того удару. Этимъ мгновеннымъ силамъ и слѣдуетъ приписать столь интенсивное смятіе и выдавливаніе металла у наклонныхъ плоскостей рельсовъ и накладокъ, расплющиваніе головки встрѣчнаго рельса, а слѣдовательно и значительное изнашиваніе рельса въ стыковомъ пролетѣ.

12. Мѣры для сохраненія стыка отъ преждевременной порчи должны заключаться въ увеличеніи твердости металла

рельсовъ и накладокъ до 4 при твердости мѣди принятой за единицу, въ приданіи накладкамъ размѣровъ, обусловливающихъ упругое сопротивленіе изгибу, въ увеличеніи горизонтальной проекціи ширины площади соприкосновенія рельсовъ и накладокъ, въ улучшеніи качества балласта подъ стыковыми и смежными съ ними шпалами и, наконецъ, въ приспособленіяхъ, препятствующихъ развинчиванію болтовъ.