

На правах рукописи



ПЕТРЕНКО ФИЛИПП ИГОРЕВИЧ

**РАСЧЕТ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ
КРИВИЗНЫ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ФИЗИЧЕСКОЙ
НЕЛИНЕЙНОСТИ**

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Трушин Сергей Иванович

Официальные оппоненты: **Дмитриев Владимир Георгиевич**
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ
ВО «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский универси-
тет)», профессор кафедры «Машиноведение и
детали машин»

Жаворонок Сергей Игоревич
кандидат физико-математических наук,
доцент, ФГБУН Институт прикладной
механики Российской Академии наук
(ИПРИМ РАН), старший научный сотрудник

Ведущая организация: **Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
образования «Российский университет
дружбы народов»**

Защита состоится « 27 » сентября 2017 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 218.005.05, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II», по адресу: 127994, г. Москва, ул. Образцова, д 9, стр. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГУПС (МИИТ) и на сайте www.miit.ru.

Автореферат разослан « 27 » июня 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Шавыкина Марина Витальевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Расчёт сетчатых оболочек отрицательной гауссовой кривизны представляет значительный интерес при проектировании зданий и сооружений с пространственными несущими конструкциями в виде гиперболоидов вращения и пологих гиперболических параболоидов (гипаров). Предпосылкой для необходимости углубленного изучения данного вида конструкций служит практика их применения в высотных зданиях, а также при устройстве большепролётных конструкций покрытий.

Хотя линейный расчёт при задании сечений элементам каркасов является основным в практической деятельности, его достоверная точность определяется лишь при малых деформациях в докритической области. С усложнением форм здания, при работе над оптимизацией каркаса, всё чаще требуются расчёты конструкций с учётом геометрической нелинейности. Особенно важное и определяющее значение имеет учёт геометрической нелинейности для оболочек, где в силу их работы наиболее опасным является потеря устойчивости с «прохлопыванием» конструкции.

С улучшением показателей конструкционных материалов, применением композитных материалов, а также при учёте возможности их работы в упругопластической области, появляется необходимость включения дополнительных характеристик в расчёт и изучения влияния учёта физической нелинейности на показатели несущей способности конструкции.

Таким образом, расчёт конструкций с учётом физической и геометрической нелинейности имеет достаточно большую значимость и требует особой проработки методики при расчёте сетчатых каркасов поверхностей отрицательной гауссовой кривизны.

Достаточно важным аспектом изучения сетчатых оболочек, является постановка расчётной модели, а также исследование влияния структурных свойств каркаса на его несущую способность. Так, исследование формообразующего аспекта сетчатых оболочек позволит вывести закономерности со-

здания наиболее рациональных несущих систем для конкретных пространственных форм.

Для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) и устойчивости сетчатого гиперболоида вращения необходима разработка численного алгоритма расчета оболочки с различными формами образующих, определение критических нагрузок и форм потери устойчивости исходной формы равновесия с построением кривых равновесных состояний, собственных частот и форм колебаний, структурной устойчивости при малых возмущениях структуры сетчатой оболочки.

Целью диссертационной работы является изучение оболочек отрицательной гауссовой кривизны типа гиперболического параболоида и гиперболоида вращения на основе расчетов, проводимых с учетом физической и геометрической нелинейности. Решались следующие задачи:

- 1) Построение математической модели пологих нелинейно деформируемых сетчатых оболочек в форме гипаров.
- 2) Разработка программного обеспечения для сетчатой оболочки в виде пологого гипара на основе вариационно-разностного метода.
- 3) Расчёт пологой сетчатой оболочки в форме гиперболического параболоида с различными граничными условиями на основе континуальной расчётной модели в геометрически нелинейной постановке.
- 4) Анализ влияния морфологии сетчатого гиперболоида вращения, построенного из образующих различных форм, и граничных условий на его НДС, устойчивость, частоты свободных колебаний в линейной и нелинейной постановках с использованием вычислительного комплекса, реализующего метод конечных элементов.
- 5) Анализ устойчивости сетчатого гиперболоида вращения при локальных разрушениях.

Научная новизна работы:

- 1) Построен вариант функционала Лагранжа геометрически нелинейной теории сетчатых оболочек на основе континуальной модели.

2) Разработана методика расчета сетчатых гипаров в геометрически нелинейной постановке с использованием метода продолжения решения по параметру.

3) Изучено влияние морфологии сетчатого гиперboloида вращения на параметры НДС, устойчивость, частоты и формы свободных колебаний в линейной постановке, а также с учетом геометрической и физической нелинейности.

4) Решены задачи структурной устойчивости сетчатых гиперboloидов вращения с различными видами каркасов при выключении из работы отдельных элементов в статической постановке.

Практическая значимость работы. Разработано программное обеспечение, позволяющее построить кривые равновесных состояний оболочек в форме пологого гиперболического параболоида при различных закреплениях. Выполнено всестороннее изучение формообразования сетчатой оболочки в виде однополостного гиперboloида вращения. Произведённый анализ влияния различных форм образующих, позволяет сформировать структуру каркаса в виде гиперboloида вращения, представляющую собой наиболее рациональную несущую систему.

Автором (в составе авторского коллектива) получено Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015663623.

На защиту выносятся:

– разработанная методика, программное обеспечение и результаты расчета сетчатых гипаров в геометрически нелинейной постановке с использованием метода продолжения решения по параметру;

– результаты исследования в линейной и нелинейной постановках влияния формы образующей сетчатого гиперboloида вращения на его несущую способность;

– результаты численного анализа НДС и устойчивости исходной формы равновесия с построением кривых равновесных состояний нелинейно деформируемого сетчатого гиперboloида вращения.

Достоверность полученных результатов и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций обеспечивается:

- корректностью постановки задач в рамках теоретических предпосылок строительной механики, механики деформируемого твёрдого тела;
- построением корректных математических моделей;
- применением апробированных численных методов и использованием верифицированных программных комплексов;
- анализом результатов численного решения тестовых задач.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на научно-технических конференциях:

1. III всероссийская научно-практическая конференция «Устойчивость, безопасность и энергоресурсосбережение в современных архитектурных, конструктивных, технологических решениях и инженерных системах зданий и сооружений», ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (НИУ), Москва, 2012.

2. Всероссийская научно-практическая конференция «Повышение эффективности строительного производства на основе новых материалов и инновационных технологий», Рязанский институт (филиал) Московского государственного машиностроительного университета (МАМИ), Рязань, 2013 г.

3. Семнадцатая международная межвузовская научно-практическая конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых, посвященная фундаментальным научным исследованиям в строительстве «Строительство — формирование среды жизнедеятельности», ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Москва, 2014 г.

4. VII международная научно-практическая конференция «Инженерные системы – 2014», Российский университет дружбы народов, Москва, 2014 г.

5. XIX Международная межвузовская научно-практическая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых учёных «Строительство – формирование среды жизнедеятельности», ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Москва, 2016 г.

6. Научный семинар кафедры строительной и теоретической механики НИУ МГСУ, Москва, 2016 г.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 7-ми печатных работах, из них 3 в рецензируемых научных журналах, входящих в Перечень ВАК РФ.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится обоснование актуальности работы, определены цели и задачи исследований, перечислены основные научные и практические результаты, кратко изложено содержание диссертации по главам.

В первой главе приведен обзор работ по теории и численным методам расчета сетчатых оболочек отрицательной гауссовой кривизны, представлена практическая значимость изучаемой тематики. Приведены примеры реализации дискретных оболочек отрицательной гауссовой кривизны, а также показано развитие пространственных конструкций в виде сетчатых гиперболических параболоидов и гиперболоидов вращения от первых реализованных проектов до современных зданий и сооружений.

Приведен краткий обзор по теории и численным методам расчета сетчатых оболочек, которые принято относить к одному из двух направлений исследований: основанных на дискретной расчётной модели и континуальной расчётной модели. На базе дискретной модели были разработаны различные подходы к расчету сложных стержневых систем, рассмотренные в работах Андропова В.А., Гурова О.В., Игнатьева В.А., Касумова А.К., Мела-

нича В.М. Наиболее полно это направление представлено работами Игнатъева В.А. и его учеников. Существенный вклад в развитие исследований на основе континуальной расчётной модели внесли Пшеничников Г.И., разработавший наиболее полно теорию тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок на основе гипотез Кирхгофа-Лява, и его ученики Байтуреев К.М., Беликов Г.И., Волченко В.И., Кузнецов В.В., Пономарев В.В. и др.

Теории и методам расчета оболочек в линейной и нелинейной постановках посвящено большое число работ. Среди них следует назвать работы Амосова А.А., Болотина В.В., Власова В.З., Вольмира А.С., Галимова К.З., Гольденвейзера А.Л., Григолюка Э.И., Дмитриева В.Г., Жаворонка С.И., Иванова В.Н., Карпова В.В., Колкунова Н.В., Косицына С.Б., Кривошапко С.Н., Лурье А.И., Мануйлова Г.А., Милейковского И.Е., Муштари Х.М., Новожилова В.В., Петрова В.В., Тимошенко С.П. и др. Оболочки в форме гиперболического параболоида рассматривались в работах Милейковского И.Е., Райзера В.Д., Шнобриха В.С., Тимашева С.А., Ишакова В.И., Доренбаума И.В., Рюле Г., Hans A.M., Parme A., Ralston A. и др.

Проведен обзор численных методов решения линейных и нелинейных задач строительной механики. Вопросы построения и последующей реализации численных алгоритмов рассмотрены в работах П.А. Акимова, А.М. Белостоцкого, А.Б. Золотова, В.Б. Зылева, В.А. Постнова, Л.А. Розина, В.Н. Сидорова, С.И. Трушина, Н.Н. Шапошникова, К.-Ю. Бате, Е. Вилсона, Р. Галлагера, О. Зенкевича, Р. Клафа, М. Крисфилда и других авторов.

Во второй главе рассматриваются поверхности в форме гипара и однополостного гиперболоида, в частности гиперболоид вращения. Оба изучаемых типа оболочек являются поверхностями второго порядка, которые задаются каноническими уравнениями. С помощью последних достаточно просто описаны основные свойства указанных поверхностей отрицательной гауссовой кривизны, в том числе свойство линейчатости каждой. Формообразование изучаемых поверхностей подробно исследуется в качестве основы для проработки вопросов прочностных расчетов.

В работе показаны структурные свойства изучаемых сетчатых оболочек, а также выведены выражения, описывающие их геометрию и образующие элементы. Математическое построение моделей оболочек в виде однополостного гиперболоида связано, в первую очередь, с задачами прикладного характера. Получение характеристик несущей способности, устойчивости и собственных частот колебаний, изменяемых в зависимости от формообразования структурного каркаса поверхности, является одной из первостепенных задач настоящего исследования. Анализируя морфологию сетчатого гиперболоида с учетом выявленных характеристик, в дальнейшем определены факторы, которые оказывают наибольшее влияние на его конструктивные качества.

Для исследования общих характеристик несущей способности сетчатых оболочек в форме однополостного гиперболоида, а также влияния на них угла наклона образующих, рассматриваются три различных каркаса (рис. 1), высота и диаметры оснований у которых составляют по 30 м. Различие заключается в угле наклона прямолинейной образующей.

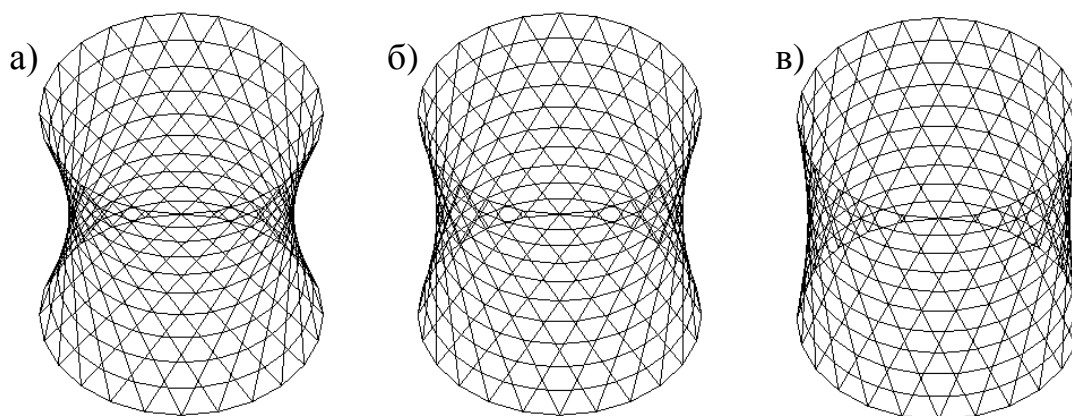


Рис. 1. Конструктивные схемы каркасов зданий в виде однополостных гиперболоидов: а) с углом образующей $58,71^\circ$; б) с углом образующей $63,48^\circ$; в) с углом образующей $69,1^\circ$.

Исследуемые формы однополостного гиперболоида вращения определены по заранее заданным условиям, в соответствии с которыми определено уравнение исследуемых в работе поверхностей:

$$\frac{x^2}{\left(15 \cos \frac{N}{M} \pi\right)^2} + \frac{y^2}{\left(15 \cos \frac{N}{M} \pi\right)^2} - \frac{z^2}{\left(15 \operatorname{ctg} \frac{N}{M} \pi\right)^2} = 1, \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки в декартовой системе координат, начало которой расположено в центре горловины гиперboloида, а оси x и y лежат в её плоскости; $M=24$ – число прямолинейных образующих каждого семейства; N – величина, определяющая угол наклона прямолинейной образующей. Для исследуемых каркасов выбрано $N_1 = 5$, $N_2 = 4$ и $N_3 = 3$, при которых угол наклона образующей к основанию соответственно равен $58,71^\circ$; $63,48^\circ$ и $69,1^\circ$.

Исследование влияния морфологии гиперboloида на его прочностные характеристики состоит в изучении влияния на них формы образующей. Так, в работе рассматривается пять видов сетчатого каркаса (К1, К2, К3, К4 и К5), где в качестве образующих принимаются гиперболы, лежащие на поверхности гиперboloида (1). Также для сравнения рассматривается сетчатый каркас, образованный системой прямолинейных образующих (К0). Гиперболы каркасов удовлетворяют уравнению вида:

$$\frac{x^2}{\left(15 \cos \frac{10}{48} \pi \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \frac{10+n}{48} \pi}{\cos \frac{10}{48} \pi}\right)^2}\right)^2} - \frac{z^2}{\left(15 \operatorname{ctg} \frac{10}{48} \pi \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\cos \frac{10+n}{48} \pi}{\cos \frac{10}{48} \pi}\right)^2}\right)^2} = 1 \quad (2)$$

где n – параметр, определяющий гиперболу для каждого из типов каркаса: $n=1$ – для К1, $n=2$ – для К2, $n=3$ – для К3, $n=4$ – для К4, $n=5$ – для К5.

Уравнение (2) можно преобразовать при $n=0$ в систему двух уравнений прямых-образующих гиперboloида с каркасом К0, являющихся также асимптотами для гипербол. Таким образом, образующие-гиперболы отличаются друг от друга приближением к асимптоте от К5 до максимально приближенной К1. Данное качество имеет большое значение для густоты сетки формируемых каркасов.

Формирование сетчатого каркаса однополостного гиперboloида возможно с помощью образующих прямых и найденных гипербол. Как видно из схем каркасов на рис. 2, густота сетки уменьшается начиная от каркасов K_0 , K_1 и далее до K_5 .

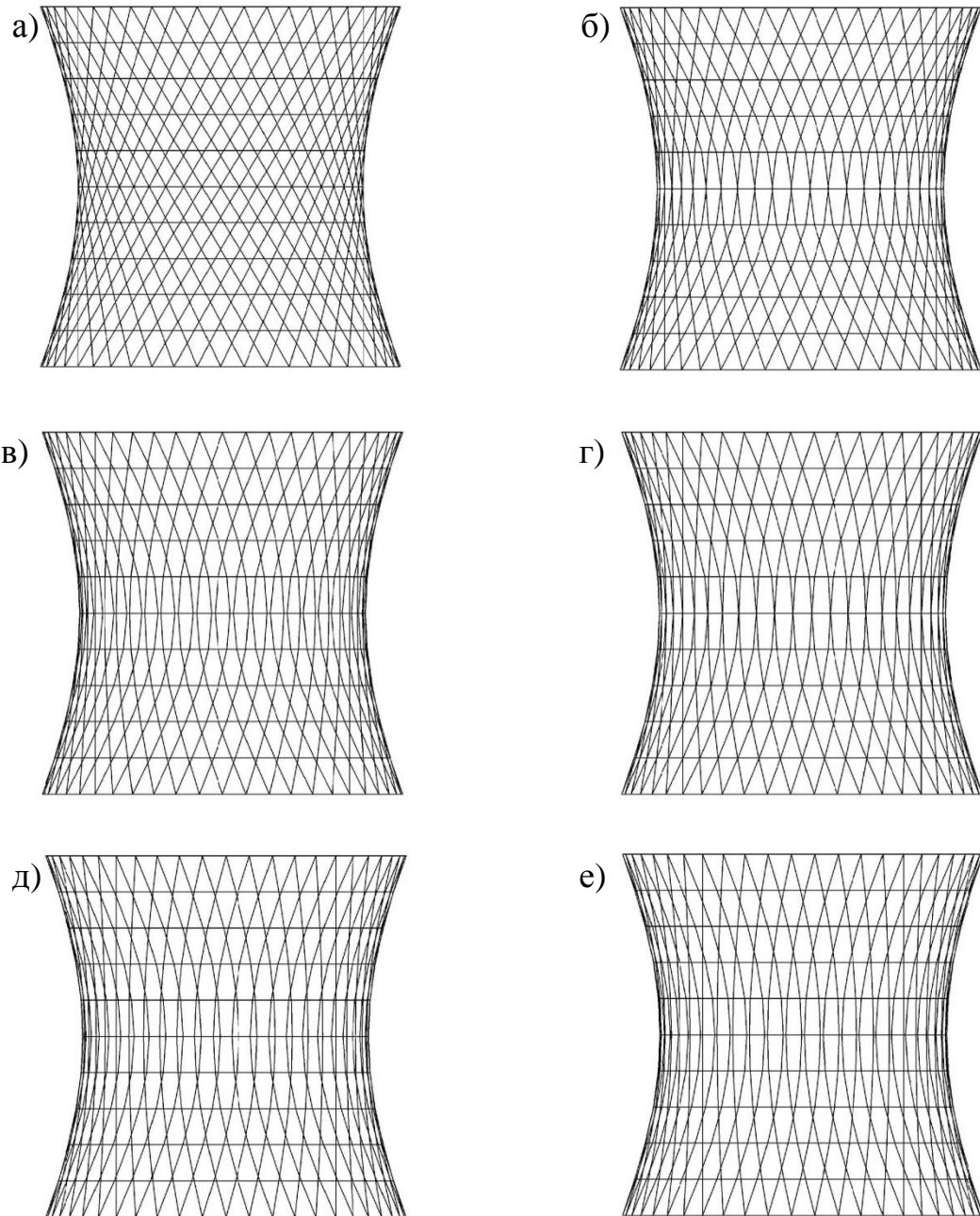


Рис. 2. Сетчатый гиперboloид вращения, выполненный в виде каркасов: а) K_0 ; б) K_1 ; в) K_2 ; г) K_3 ; д) K_4 ; е) K_5 .

В третьей главе подробно описан и верифицирован метод решения задач пологих сетчатых оболочек, в частности гипаров с различной структурой сетки и граничными условиями. Метод, основанный на континуальной моде-

ли, реализован на ЭВМ и позволяет решать задачи в линейной и геометрически нелинейной постановке.

В работе построены исходные геометрические соотношения технической теории сплошных оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига, обладающие большей точностью по сравнению с классической теорией Кирхгофа-Лява. При этом они относительно просты и удобны при реализации на ЭВМ, поскольку не содержат производных выше первого порядка.

На основе принятых допущений геометрические соотношения для гипера записываются в виде:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x(x, y, z) &= e_x(x, y) + z\kappa_x(x, y); \quad \varepsilon_y(x, y, z) = e_y(x, y) + z\kappa_y(x, y); \\ \varepsilon_{xy}(x, y, z) &= e_{xy}(x, y) + z\kappa_{xy}(x, y); \quad \varepsilon_{xz}(x, y, z) = e_{xz}(x, y); \\ \varepsilon_{yz}(x, y, z) &= e_{yz}(x, y);\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}e_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\theta_x^2; \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\theta_y^2; \quad e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2k_{12}w + \theta_x\theta_y; \\ \kappa_x &= \frac{\partial\theta_x}{\partial x}; \quad \kappa_y = \frac{\partial\theta_y}{\partial y}; \quad \kappa_{xy} = \frac{\partial\theta_x}{\partial y} + \frac{\partial\theta_y}{\partial x}; \quad e_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x; \quad e_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y.\end{aligned}\quad (4)$$

В формулах (4) u , v , w – тангенциальные и нормальное перемещения; θ_x , θ_y – углы поворота поперечных сечений оболочки; k_{12} – кривизна кручения.

Построены физические соотношения на основе континуальной модели сетчатой оболочки, используемые при формировании её полной потенциальной энергии и дальнейшей реализации численного решения задачи. Элемент сетчатой оболочки, состоящей из одного семейства ребер, показан на рис. 3.

Нормальные N_x , N_y и сдвигающая N_{xy} силы, изгибающие M_x , M_y и крутящий M_{xy} моменты, поперечные Q_x , Q_y силы в оболочке записываются в виде:

$$\begin{aligned}N_x &= B_{11}e_x + B_{12}e_y; \quad N_y = B_{21}e_x + B_{22}e_y; \quad N_{xy} = B_{33}e_{xy}; \\ M_x &= D_{11}\kappa_x + D_{12}\kappa_y; \quad M_y = D_{21}\kappa_x + D_{22}\kappa_y; \quad M_{xy} = D_{33}\kappa_{xy}; \\ Q_x &= S_1e_{xz}; \quad Q_y = S_2e_{yz},\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}
 B_{11} &= \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \cos^4 \alpha_j; B_{12} = B_{21} = \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j; \\
 B_{22} &= \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^4 \alpha_j; B_{33} = \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j; \\
 D_{11} &= \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \cos^4 \alpha_j; D_{12} = \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j; \\
 D_{22} &= \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^4 \alpha_j; D_{33} = \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j; \\
 S_1 &= \sum_{j=1}^n \frac{G_j h_j \delta_j}{a_j} \cos^2 \alpha_j; S_2 = \sum_{j=1}^n \frac{G_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j.
 \end{aligned} \tag{6}$$

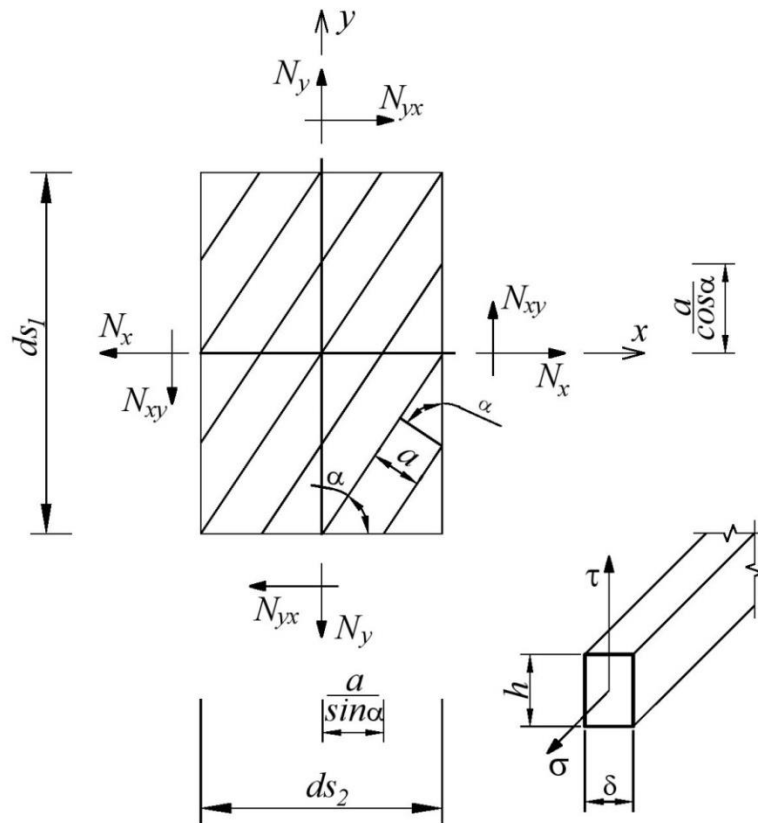


Рис. 3. Геометрия сетчатой оболочки, состоящей из одного семейства ребер

Построен вариант функционала Лагранжа теории ортотропных оболочек на основе континуальной расчетной модели в геометрически нелинейной

постановке с учетом деформаций поперечного сдвига, в котором компоненты вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ должны быть записаны через перемещение по формулам (3), (4), а элементы матрицы упругости \mathbf{D} определяются по формулам (6):

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_S \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dS - \iint_S \mathbf{q}^T \mathbf{u} dS \quad (7)$$

Уравнениями Эйлера функционала (7) являются уравнения равновесия в перемещениях (система уравнений десятого порядка). В этом случае функционал (7) с учетом геометрических (3), (4) и физических (6) соотношений представляется в развернутом виде следующим образом:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \iint_S \left(\left(\sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \cos^4 \alpha_j \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + \right. \right. \\ & + \left. \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + \\ & + \left(\sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + \right. \\ & + \left. \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^4 \alpha_j \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) + \\ & + \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} - 2k_{12} w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \\ & + \left(\sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \cos^4 \alpha_j \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \right) \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \\ & + \left(\sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^4 \alpha_j \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \right) \frac{\partial \theta_2}{\partial y} + \\ & + \sum_{j=1}^h \frac{E_j h_j^3 \delta_j}{12 a_j} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial x} + \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right)^2 + \\ & + \sum_{j=1}^h \frac{G_j h_j \delta_j}{a_j} \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_1 \right)^2 + \sum_{j=1}^h \frac{G_j h_j \delta_j}{a_j} \sin^2 \alpha_j \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \theta_2 \right)^2 \Big) dx dy - \\ & - \iint_S (q_x u + q_y v + q_z w + m_x \theta_x + m_y \theta_y) dx dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Приведена процедура, построенная на основе выражения (8) и включающая в себя вариационно-разностный метод и метод продолжения решения по параметру по схеме Крисфилда и Рикса в сочетании с методом Ньютона-Рафсона.

С помощью разработанного программного обеспечения выполнен расчёт пологих сетчатых гипаров в геометрически нелинейной постановке с построением кривых равновесных состояний (рис. 4) со следующими граничными условиями: свободное опирание по контуру, шарнирно-неподвижное закрепление по контуру и жёсткое закрепление по контуру.

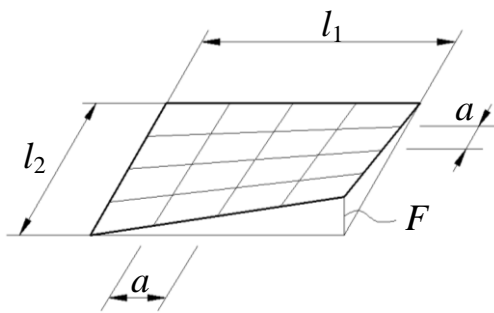


Рис. 4. Пологий сетчатый гипар с квадратной сеткой

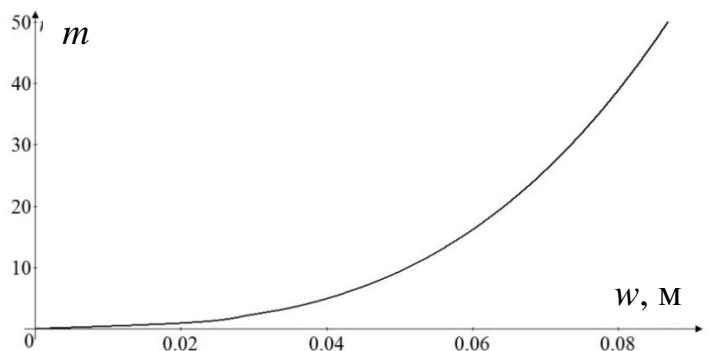


Рис. 5. График зависимости w - m при шарнирно-неподвижном закреплении оболочки по контуру

Расчет показывает, что при свободном опирании по контуру нормальные и сдвигающие усилия в элементах сетчатой оболочки практически отсутствуют. В качестве основных компонентов напряженного состояния выступают изгибающие моменты и поперечные силы в стержневых элементах, составляющих сетку оболочки. При шарнирно-неподвижном закреплении по контуру помимо изгибающих моментов и поперечных сил в работу вступают нормальные усилия. Их роль в общей картине напряженного состояния увеличивается по мере нагружения оболочки. На рис. 5 приведена кривая равновесных состояний, построенная при шаге по нагрузке $\Delta q = 100$ Па и общем количестве шагов по нагрузке $m = 50$. При жестком закреплении в оболочке имеют место усилия как моментного типа – изгибающие моменты и поперечные силы, так и мембранного типа – нормальные и сдвигающие силы. В

данном случае жесткость оболочки в целом больше, чем при шарнирно-неподвижном закреплении ее по контуру.

В четвертой главе изучается влияние изменения формы сетчатой оболочки в виде однополостного гиперboloида вращения, а также формы образующей на характеристики НДС, устойчивость, частоты свободных колебаний в линейной постановке, а также с учетом геометрической и физической нелинейности.

Анализ влияния угла наклона образующей на напряженно-деформированное состояние сетчатого гиперboloида с учётом ветровых нагрузок производился на основе расчётов трёх гиперboloидов, в каждом из которых образующие задавались под углами $58,71^\circ$; $63,48^\circ$ и $69,1^\circ$ соответственно (рис. 1). Для анализа усилий и перемещений в трех указанных конструкциях применялись ПК Лира и ПК SCAD Office. В результате выявлено, что с уменьшением угла наклона прямолинейной образующей к основанию возрастает жёсткость конструкции и уменьшаются значения внутренних усилий.

Дальнейшее исследование сетчатой оболочки в виде однополостного гиперboloида вращения, образованного семействами образующих различных форм, осуществлялось на основе численного анализа с использованием BK ANSYS Release 14.5, реализующего метод конечных элементов.

Анализ влияния формы образующей, граничных условий на напряженно-деформированное состояние и устойчивость сетчатого гиперboloида производился для конструкции с углом прямолинейной образующей к основанию $58,71^\circ$. При этом рассматривался каркас, образованный системой прямолинейных образующих (K0), и пять видов сетчатого каркаса (K1, K2, K3, K4 и K5), где в качестве образующих принимались гиперболы, лежащие на поверхности гиперboloида и отличающиеся друг от друга приближением к асимптоте (рис. 2).

Для анализа сетчатых оболочек в расчётах задавались следующие виды нагрузок: вертикальная сосредоточенная, приложенная к узлу схождения

двух образующих в верхнем основании гиперболоида; вертикальные сосредоточенные нагрузки, приложенные в каждом узле верхнего основания (то есть распределённая по узлам верхнего основания); горизонтальная сосредоточенная нагрузка, приложенная к узлу верхнего основания перпендикулярно касательной к его окружности.

Результаты расчетов в линейной постановке показали, что уменьшение максимальных значений внутренних усилий происходит с приближением образующих–гипербол к их асимптотам. При этом наименьшие значения наблюдаются в конструкции с прямолинейными образующими. С той же зависимостью уменьшаются максимальные перемещения конструкций под воздействием приложенных сил, за исключением распределённой нагрузки, где они вызваны растяжением кольца верхнего основания.

Дополнительно изучено влияние граничных условий на характеристики НДС сетчатых оболочек. Так, сравнивались значения внутренних усилий и критических сил, найденных в линейной постановке, для шарнирно-закреплённых в каждом узле нижнего основания конструкций со значениями, полученными для тех же конструкций, но свободно опирающихся на основание. Выявлено, что граничные условия наибольшим образом влияют на критические значения нагрузки, при этом оказывают меньшее влияние на внутренние усилия. При шарнирно неподвижном закреплении конструкции в основании, критическая сила в некоторых случаях до 15 раз превышает полученную при свободном опирании. Наибольшее расхождение в значениях максимальных внутренних усилий при различных граничных условиях получают при расчётах каркасов на сосредоточенную вертикальную нагрузку, приложенную к верхнему основанию конструкций. Значения найденных продольных усилий различаются на 6,2%, изгибающих моментов – на 11,1 %.

Критические силы, при которых происходит потеря устойчивости с «прохлопыванием» конструкции в геометрически нелинейной постановке, найдены как первые экстремумы графиков «нагрузка–перемещение». Во всех случаях кривые равновесных состояний наиболее схожи между собой у кон-

струкций К1..К5, а у конструкции К0 при этом имеет отличную форму. К примеру, на рис. 6 показаны кривые равновесных состояний при действии горизонтальной сосредоточенной нагрузки в геометрически нелинейной постановке с перемещениями по направлению нагрузки.

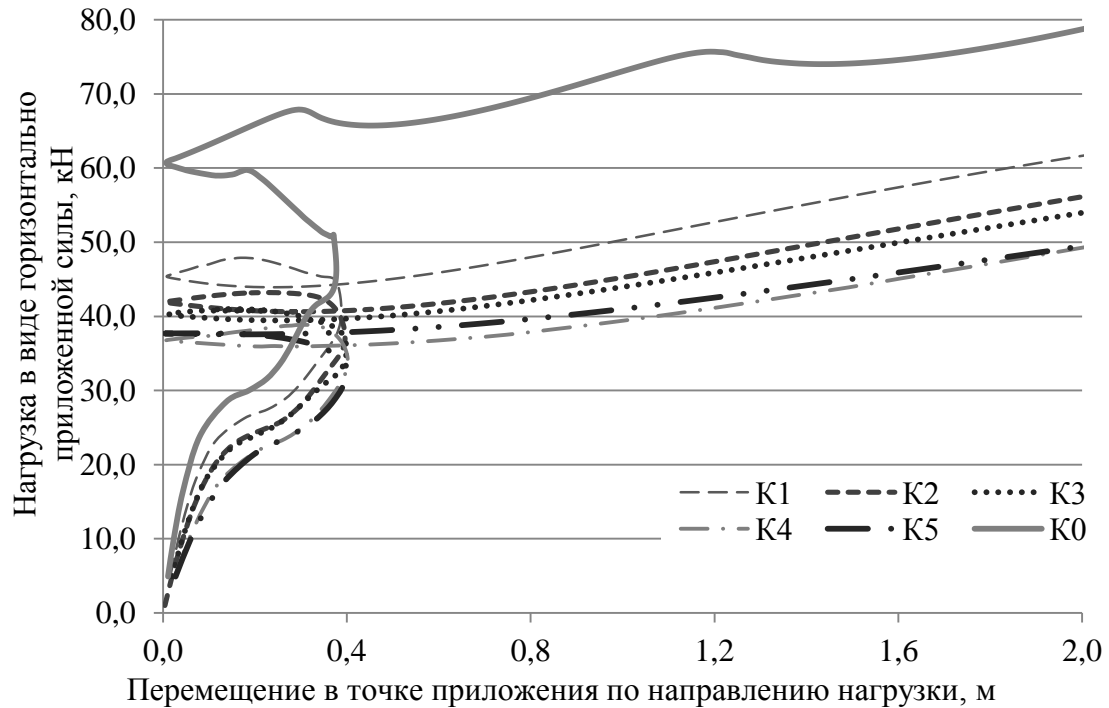


Рис. 6. Кривые равновесных состояний при действии горизонтальной сосредоточенной нагрузки

Формы потери устойчивости имеют сходный характер во всех конструкциях лишь в случае горизонтальной сосредоточенной нагрузки. На рис. 7 показаны формы потери устойчивости для некоторых видов оболочек и действующих на них сосредоточенных нагрузок.

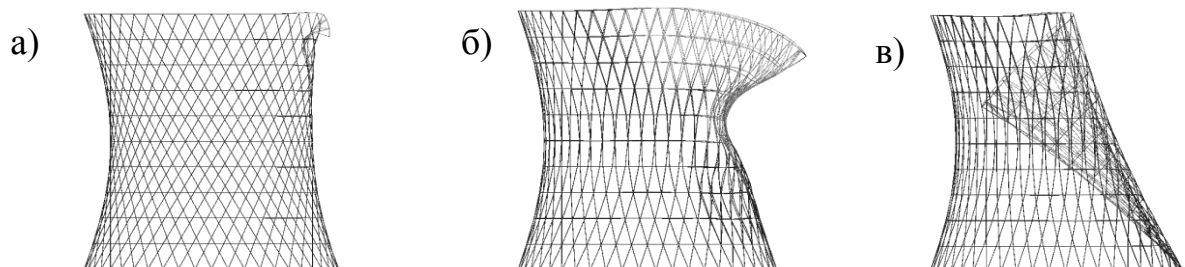


Рис. 7. Формы потери устойчивости: а) для конструкции К0 при вертикальной сосредоточенной нагрузке; б) для конструкции К3 при вертикальной сосредоточенной нагрузке; в) для конструкции К1 при горизонтальной сосредоточенной нагрузке.

Совместный учёт физической и геометрической нелинейностей производился в расчётах на вертикальную нагрузку, распределённую по узлам верхнего основания. Использовалась идеализированная диаграмма работы стали с линейным упрочнением. Найденные формы потери устойчивости при этом существенно отличаются от полученных только с учётом геометрической нелинейности (рис. 8). При приближении криволинейной образующей к асимптоте, значение критической нагрузки уменьшается. Разница в значениях критических сил для всех каркасов при распределённой нагрузке не превышает 5,1%.

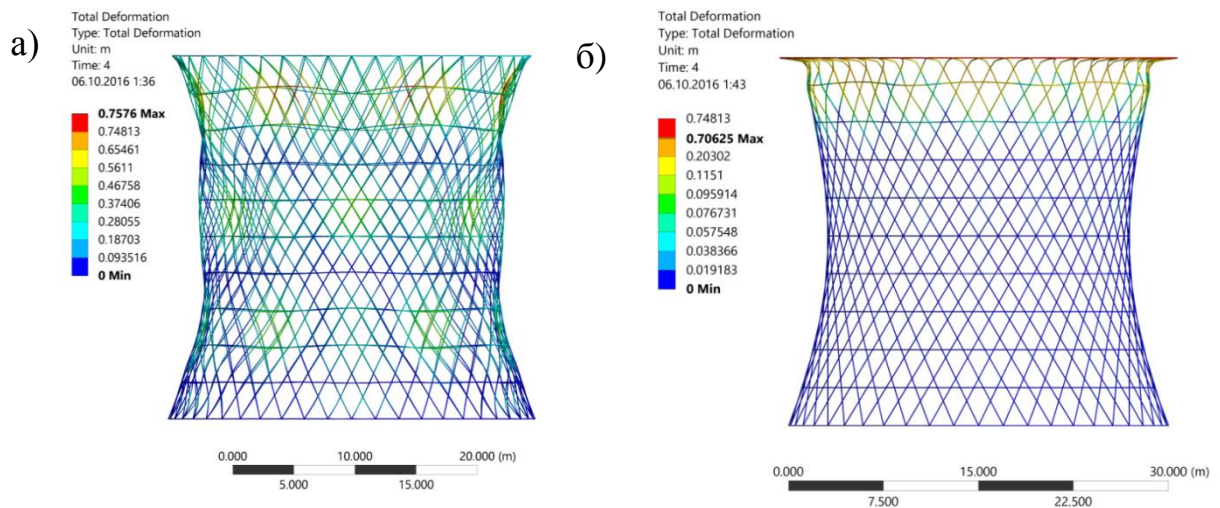


Рис. 8. Формы потери устойчивости для конструкции К0 при вертикальной распределённой нагрузке: а) с учётом геометрической нелинейности; б) с учётом геометрической и физической нелинейностей

Исследовано поведение сетчатых оболочек при выключении из работы отдельных наиболее нагруженных стержневых элементов конструкции. Анализ структурной устойчивости для конструкций К0, К1, К3 и К5 при действии распределённой по верхнему основанию нагрузки проводился в геометрически нелинейной постановке с построением кривых равновесных состояний. При выбранных сценариях выключения из работы отдельных элементов для конструкций К0, К1 и К3 уменьшение критических сил происходит в пределах 2,3%, для К5 – 26,6%. Таким образом, удаление наиболее нагруженного элемента из структурного каркаса в данном случае слабо влияет на критическое значение распределённой нагрузки, кроме варианта К5.

Помимо анализа НДС и устойчивости сетчатых гиперболоидов вращения производился модальный анализ конструкций. Собственные частоты возрастают при приближении образующей гиперболы к асимптоте. С изменением граничных условий, сменой шарнирного закрепления конструкции в узлах основания на свободное опирание по контуру, снижаются значения собственных частот. Собственные частоты конструкций при нарушении структуры каркаса по избранным сценариям изменяются незначительно (в пределах 1%).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве основных теоретических и практических результатов данной диссертационной работы можно отметить следующее:

1. Подробно изучена форма исследуемых оболочек методом плоских сечений, а также рассмотрены уравнения образующих в поверхностях гиперболического параболоида и однополостного гиперболоида вращения. Показаны основные свойства указанных оболочек, а также их образующих.

2. Построен вариант функционала Лагранжа теории пологих сетчатых оболочек отрицательной гауссовой кривизны в виде гиперболического параболоида с учетом геометрической нелинейности и деформаций поперечного сдвига на основе континуальной расчетной модели.

3. Получены основные физические соотношения теории сетчатых оболочек с различной структурой сетки на основе континуальной расчетной модели.

4. Разработан алгоритм расчета пологих сетчатых оболочек в геометрически нелинейной постановке с использованием вариационно-разностного метода и метода продолжения решения по параметру.

5. Разработано программное обеспечение и выполнены расчеты гибких сетчатых пологих оболочек в форме гиперболического параболоида при различных граничных условиях. Предлагаемая методика и разработанное программное обеспечение позволяют эффективно, с малыми затратами машинного времени и с достаточной степенью точности оценить напряженно-

деформированное состояние элементов сетчатой оболочки, устойчивость форм равновесия и определить предельные и бифуркационные критические нагрузки.

6. Изучено влияние угла наклона и формы образующей дискретной сетчатой оболочки в виде однополостного гиперболоида вращения на её НДС, жёсткость и устойчивость, а также влияние на данные характеристики граничных условий.

7. Изложены результаты численного анализа сетчатых оболочек в форме однополостного гиперболоида вращения, включая расчет на устойчивость и модальный анализ, выполненного с помощью метода конечных элементов с учётом геометрической нелинейности.

8. Выполнены расчеты на устойчивость с определением верхних критических нагрузок гибких сетчатых оболочек в форме однополостного гиперболоида вращения из упругопластического материала.

9. Исследовано поведение сетчатых оболочек при выключении из работы отдельных стержневых элементов в составе конструкции. По заданным сценариям выполнен анализ структурной устойчивости рассчитываемых сетчатых гиперболоидов вращения.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ:

1. Трушин С.И., Петренко Ф.И. Влияние морфологии сетчатого гиперболоида на его напряженно-деформированное состояние, устойчивость и собственные частоты колебаний // Строительная механика и расчет сооружений, №4, 2014, с. 59-64.

2. Трушин С.И., Петренко Ф.И. Анализ устойчивости гибких сетчатых оболочек в форме гиперболоида вращения // Научное обозрение, № 6, 2016, с. 95-99

3. Трушин С.И., Сысоева Е.В., Петренко Ф.И. Расчет конструкций в форме пологих сетчатых гипаров с учетом геометрической нелинейности //

Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, № 3, 2016, с. 74-80.

Публикации в других изданиях:

4. Петренко Ф.И. Влияние геометрии структурного каркаса на НДС конструкции // Сборник тезисов III всероссийской научно-практической конференции «Устойчивость, безопасность и энергоресурсосбережение в современных архитектурных, конструктивных, технологических решениях и инженерных системах зданий и сооружений», Москва, МГСУ, 2012, с. 224-228.

5. Трушин С.И., Петренко Ф.И. Применение оболочек отрицательной гауссовой кривизны в гражданском строительстве на примере «Спортивного комплекса игровых видов спорта в г. Рязани» // Сборник трудов научно-практической конференции «Повышение эффективности строительного производства на основе новых материалов и инновационных технологий», Рязань, 2013, с. 81-91.

6. Петренко Ф.И. Влияние морфологии сетчатого гиперboloида на его напряженно-деформированное состояние и устойчивость // Труды Семнадцатой Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство — формирование среды жизнедеятельности», Москва, МГСУ, 2014, с.292-296.

7. Петренко Ф.И. Анализ устойчивости сетчатого гиперboloида при решении задачи в линейной и нелинейной постановках // Сборник материалов XIX Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство — формирование среды жизнедеятельности», Москва, МГСУ, 2016, с.373-376.

Интеллектуальная собственность, созданная в процессе исследования, защищена следующими документами:

8. Св. 2015660251 Российская Федерация. Программа решения нелинейных задач теории пологих гипаров вариационно-разностным методом [Текст] / Трушин С.И., Петренко Ф.И.; заявитель Петренко Ф.И. – № 2015660251; заявл. 23.10.2015; рег. 25.19.2015.

Петренко Филипп Игоревич

**РАСЧЕТ ОБОЛОЧЕК ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ
КРИВИЗНЫ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ФИЗИЧЕСКОЙ
НЕЛИНЕЙНОСТИ**

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Подписано в печать	21.06.2017	Формат 60x84/16
Объём 1 п.л.	Заказ № 194к	Тираж 80 экз

Отпечатано в типографии Издательства МИСИ-МГСУ.
Тел. (499) 183-67-92, (499) 183-91-44, (499) 183-91-90.
129337, Ярославское шоссе, д. 26, корпус 8.